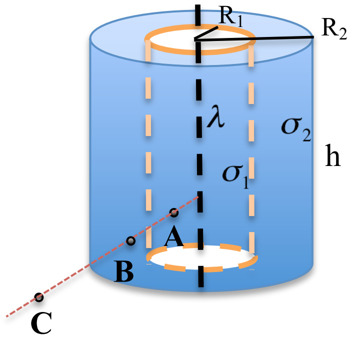
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE TB e T2

INGEGNERIA Civile[A-K], Informatica [A-K]

(Prof. Graziano Bruni)

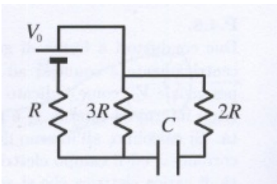
09/09/2011

1. Sull'asse di un **conduttore** cilindrico cavo di lunghezza infinita e di raggi interno R_1 ed esterno R_2, **inizialmente scarico**, e` posto un filo conduttore di lunghezza infinita, elettricamente carico con densita` lineare di carica elettrica λ. Calcolare:

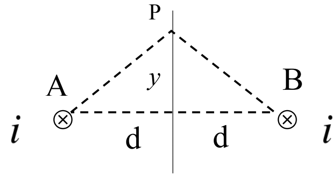


- il valore delle densita` superficiali di carica σ_1 e σ_2 indotte sulle superficie interna ed esterna del cilindro (considerare una altezza generica h durante il calcolo);
- il modulo del campo elettrostatico alle distanze dall'asse $r_A<R_1$, $R_1< r_B <R_2$ e $r_C>R_2$.

2. Dato il circuito mostrato in figura, calcolare nel regime stazionario: *a)* la corrente circolante nel circuito, *b)* la differenza di potenziale ai capi del condensatore *c)* l'energia immagazzinata nel condensatore e *d)* la potenza dissipata dal generatore ($R = 50\ \Omega, C = 150\ nF, V_0 = 12\ V.$).

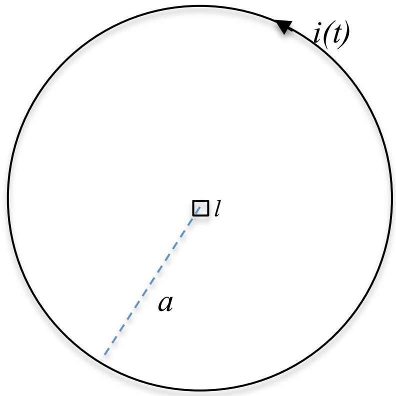


3. Due fili A e B di lunghezza infinita, paralleli tra loro e distanti *2d* sono entrambi percorsi dalla stessa corrente *i*, come mostrato in figura. Calcolare il campo magnetico nel punto P lungo l'asse mediano del segmento che unisce i due fili, esprimendolo in funzione della distanza *y* del punto dal segmento AB.



4. Una spira quadrata di lato *l* ed una spira circolare di raggio *a>>l,* entrambe di resistenza elettrica R, sono complanari e con centri coincidenti. Nella spira circolare esterna circola una corrente variabile nel tempo secondo la legge $i(t) = i_0 \cdot e^{-kt}$.

a. Determinare la corrente indotta nella spira interna “piccola” (assumere che il campo magnetico sulla spira piccola sia sostanzialmente uniforme, pari al valore nel centro).
b. Quale sarebbe l'espressione della corrente indotta nella spira grande esterna se la corrente *i(t)* circolasse nella spira quadrata interna?



5. Discutere brevemente se il campo elettrico indotto e` o meno un campo conservativo.

6. Scrivere l’espressione della capacita` C equivalente di due capacita` in parallelo C_1 e C_2 motivandone la forma.

Soluzioni

1. Detta Q la carica di una altezza h del filo, la carica indotta sulla superficie interna del cilindro di altezza h sara` -Q e quella sulla superficie esterna +Q (la carica si conserva, e il cilindro e` inizialmente scarico).

Abbiamo pertanto:

$$Q = \lambda h = -\sigma_1 \times 2\pi R_1 h = \sigma_2 \times 2\pi R_2 h$$

da cui troviamo:

$$\sigma_1 = -\frac{\lambda}{2\pi R_1}, \quad \sigma_2 = \frac{\lambda}{2\pi R_2}.$$

All'interno del cilindro non c'e` carica (siamo in elettrostatica). Applicando la legge di Gauss usando come superficie tre cilindri di raggio $r<R_1$, $R_1<r<R_2$ e $r>R_2$ troviamo per i tre campi cercati i valori:

$$E_A = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_A},$$
$$E_B = 0$$
$$E_C = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_C}.$$

2. Nel circuito circola la corrente $i = \frac{V_0}{4R}$. (=12/200=60 mA).

La d.d.p. ai capi di C e` la stessa che c'e` ai capi di 3R, ossia: $V_C = 3Ri = \frac{3}{4}V_0$. (=3x12/4=9 V).

L'energia immagazzinata nel condensatore e`: $U = \frac{1}{2}CV_C^2 = \frac{9}{32}CV_0^2$. (=9x150x10^{-9}x12^2/32=6.1 μJ).

La potenza dissipata nel generatore e`: $W = V_0 i = \frac{V_0^2}{4R}$. (=144/200 = 720 mW).

3. Detta *r* la distanza da un filo al punto P, il campo magnetico generato dal filo in P e`: $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$ dove si e` indicato il versore tangenziale. I due fili danno un contributo uguale ed opposto lungo la verticale mentre le componenti orrizzontali, dirette verso destra, si sommano. La componente orrizzontale del versore tangenziale e` $\sin\alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{d^2 + y^2}}$. Abbiamo pertanto che il campo magnetico e` diretto verso destra (asse x positivo) e vale in modulo:

$$B = 2 \times \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\left(\vec{e}_\varphi\right)_x = \frac{\mu_0 i}{\pi r}\frac{y}{r} = \frac{\mu_0 i}{\pi}\frac{y}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{\pi}\frac{y}{y^2 + d^2}.$$

4. La spira al centro e` molto piu` piccola di quella esterna, e approssimiamo il campo generato con il valore nel suo centro: $B = \frac{\mu_0 i}{2a}$, diretto lungo l'asse z. Il flusso del campo concatenato alla spira interna e`: $\Phi(B) = l^2 B = l^2 \frac{\mu_0 i_0}{2a} e^{-kt}$ e quindi la corrente indotta nella spira esterna vale:

$$i_{\text{ind}} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{l^2 \mu_0 i_0 k}{2Ra} e^{-kt}$$

Il termine:

$$L = \frac{\mu_0 l^2}{2a}$$

rappresenta il coefficiente di mutua induzione tra le due spire. Dato che e` simmetrico ($L_{ij}$=$L_{ji}$) l'espressione della corrente indotta sulla spira grande esterna se nella spira piccola interna circola la stessa corrente *i(t)* di prima e` uguale alla precedente.