

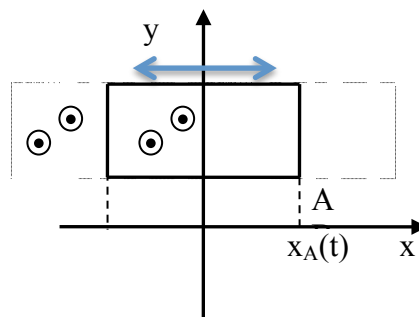
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE TB e T2

INGEGNERIA Civile[A-K], Informatica [A-K]

(Prof. Graziano Bruni)

22/07/2011

1. Una spira rettangolare, costituita da un filo conduttore di sezione S e resistività ρ , avente lati di lunghezza rispettivamente pari a L e $2L$ - disposta come in figura - si muove di moto oscillatorio secondo la legge $x_A(t) = L(1 + \sin \omega t)$. Sapendo che nella regione e' presente il campo magnetico:



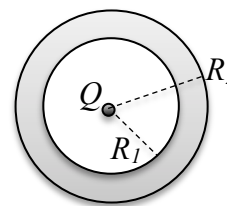
$$\vec{B}(x, y, z) = \begin{cases} B_0 \vec{e}_z & x < 0 \\ \vec{0} & x \geq 0 \end{cases}$$

con $B_0 = \text{costante}$, determinare:

- la resistenza elettrica del circuito,
- la corrente massima circolante nel circuito,
- direzione, modulo e verso della forza massima agente sulla spira.

Dati numerici: $\rho = 10^{-7} \Omega \text{m}$, $L = 20 \text{ cm}$, $S = 0,1 \text{ mm}^2$, $\omega = 100 \text{ Hz}$, $B_0 = 3 \text{ T}$.

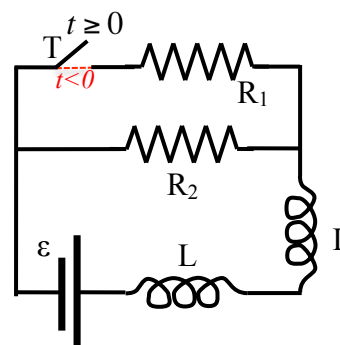
2. Sia data una carica puntiforme Q . Calcolare l'energia elettrostatica contenuta in un guscio sferico di raggi R_1 ed R_2 ($R_1 < R_2$) concentrico alla carica stessa.



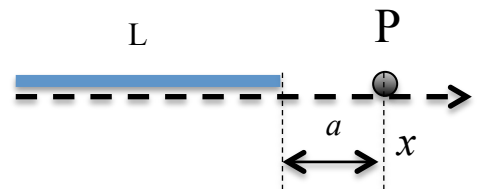
3. Nel circuito elettrico mostrato in figura le due resistenze valgono $R_1 = 9 \Omega$ e $R_2 = 21 \Omega$. Le due induttanze sono uguali e valgono $L = 15 \text{ mH}$. Il generatore di f.e.m. e' pari a $\varepsilon = 10 \text{ V}$. All'inizio ($t < 0$) l'interruttore T e' chiuso. All'istante $t = 0$ l'interruttore T viene aperto.

Calcolare:

- l'energia magnetica immagazzinata nel circuito per $t < 0$,
- la corrente stazionaria finale (per $t \rightarrow \infty$),
- la costante di tempo del circuito RL durante il transitorio che si ha per $t \geq 0$.



4. Un filo rettilineo di lunghezza L e' uniformemente carico, con densita' lineare di carica elettrica $\lambda = costante$. Calcolare il potenziale elettrostatico nel punto P, posto sul prolungamento del filo, distante a dall'estremo piu' vicino del filo.



5. Definire il dipolo elettrico e discutere brevemente le caratteristiche del potenziale elettrostatico generato da un dipolo elettrico a distanze molto grandi rispetto alle sue dimensioni lineari.
6. Enunciare e discutere brevemente la legge di Ampere-Maxwell.

Soluzioni

1)

a. La resistenza vale: $R = \rho \frac{l_{tot}}{S} = \rho \frac{6L}{S} = 10^{-7} \frac{6 \cdot 0,2}{(10^{-4})^2} = 12 \Omega$

b. All'istante t e' presente nella regione del campo il tratto orrizzontale pari a:

$$d(t) = 2L - x_A(t) = L(1 - \sin \omega t)$$

e quindi la superficie della spira immersa nel campo vale:

$$A(t) = L^2(1 - \sin \omega t)$$

e il corrispondente flusso del campo magnetico e':

$$\Phi(t) = B_0 A(t) = B_0 L^2(1 - \sin \omega t)$$

e quindi la corrente indotta vale:

$$i(t) = \frac{\varepsilon_{IND}}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B_0 L^2 \omega \cos \omega t}{R} \Rightarrow i_{\max} = \frac{B_0 L^2 \omega}{R} = \frac{3 \cdot (0.2)^2 \cdot 100}{12} = 1A$$

La corrente circola per fare diminuire il flusso, vale a dire in senso orario.

c. La forza e' data dalla somma delle forze sui tratti di spira immersi nel campo magnetico. Il contributo dei 2 tratti orrizzontali si cancella, e resta solo quello del tratto verticale a sinistra:

$$\vec{F}(t) = i(t) \vec{L} \times \vec{B} = i(t) L B_0 \vec{e}_y \times \vec{e}_z = i(t) L B_0 \vec{e}_x \Rightarrow \vec{F}_{\max} = i_{\max} L B_0 \vec{e}_x = 1 \cdot 0,2 \cdot 2 \vec{e}_x = (0,4N) \vec{e}_x$$

- 2) Il campo della carica puntiforme è coulombiano. Dobbiamo integrare la densità di energia nel guscio sferico:

$$U = \int_{R_1}^{R_2} u dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{E^2}{2\epsilon_0} 4\pi r^2 dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{r^4} \frac{1}{2\epsilon_0} 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0^3} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0^3} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- 3) Il circuito è inizialmente equivalente ad un circuito RL con induttanza pari a $L_{eq} = 2L$ e resistenza $R_{eq1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 6.3\Omega$. L'effetto dell'interruttore è di eliminare dal circuito la resistenza R_1 ; la resistenza equivalente finale vale $R_{eq2} = R_2 = 21\Omega$. La corrente inizialmente circolante è: $I_{iniz} = \mathcal{E} / R_{eq1} = 1.59A$. L'energia immagazzinata nelle induttanze vale $U = \frac{1}{2} L_{eq} I_{iniz}^2 = 37.9mJ$. La corrente finale vale $I_{fin} = \mathcal{E} / R_{eq2} = 0.476A$. La costante di tempo del circuito è $\tau = L_{eq} / R_{eq2} = 1.42ms$.

- 4) L'elemento di carica elettrica dq nel punto x è $dq = \lambda dx$ e il potenziale generato nel punto P , che dista $d = L - x + a$ da dq è: $dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (L + a - x)}$. Integrando in dx tra 0 ed L abbiamo infine:

$$V(P) = \int_0^L \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (L + a - x)} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{a+L}{a}$$