

Φυσική

Spazio , tempo, materia sono concetti “primordiali”, sensoriali. descritti, esemplificati, precisati, nel corso dei secoli ma concettualmente immutati da Democrito a Newton.

Sono 3 concetti strettamente legati tra loro, non a caso le grandezze fondamentali della fisica sono *lunghezza, durata, massa*.

Spazio e tempo si *percepiscono* soltanto attraverso il **MOVIMENTO**, e il movimento richiede d’esistenza di oggetti (CORPI) che si muovano, cioè di *materia*.

Un oggetto che cambia di **POSIZIONE** ci propone l’esperienza contemporanea dello spazio (prima era QUI, ora è LI’) e del tempo (PRIMA era qui, ORA è lì)

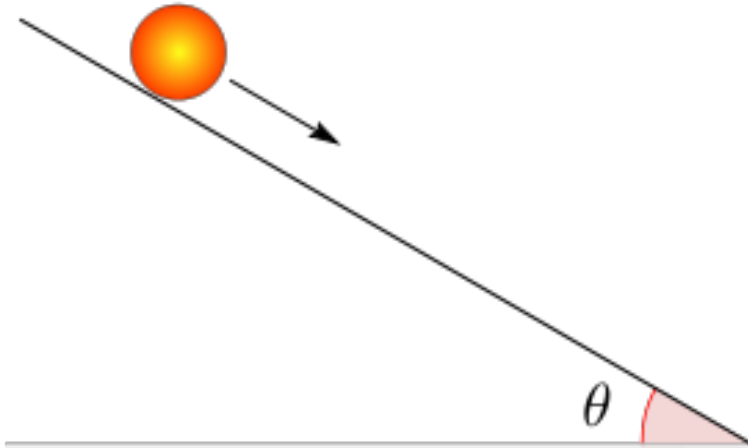
Lo spazio è uno scatolone fermo in cui i corpi si muovono.....

“Anzitutto, poiché abbiamo scoperto che sussiste una duplice natura, di gran lunga **dissimile**, di due cose, la **materia** e lo **spazio**, nel quale tutte le cose si svolgono, è necessario che ognuna delle due esista per sé e **scevro di mescolanza**. Difatti, dovunque si stende libero lo spazio, che chiamiamo vuoto, lì non v'è corpo; d'altra parte, dovunque sta un corpo, lì non v'è assolutamente uno spazio sgombro, vuoto.”

(Tito Lucrezio Caro – I sec. a.C.)

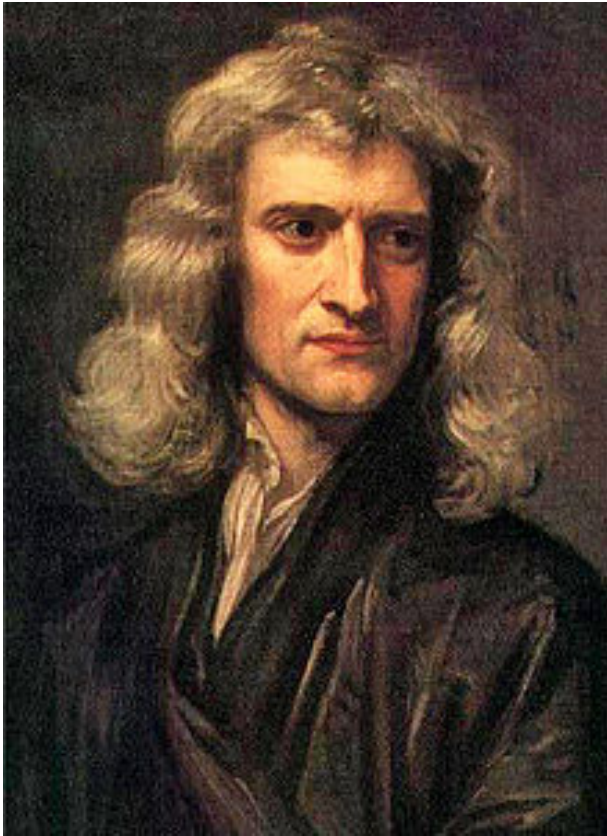


I corpi si muovono nello spazio ma, seguendo l'esperienza quotidiana, fino a Galileo e Newton si pensava che i corpi si muovessero solo se spinti e si fermassero (rispetto allo “scatolone-spazio”) se abbandonati a loro stessi.



Galileo Galilei – 1564-1642

Fu **Galileo**, con i suoi studi sui piani inclinati e sugli attriti , a intuire per primo **l'inerzia**, cioè che per loro natura i corpi tendono a **conservare la velocità** che hanno: non necessariamente a stare fermi!



E fu **Newton** a dare all'intuizione una forma rigorosa con l'enunciato (*Prima legge di Newton -1687*):

*Un corpo non soggetto a forze mantiene il suo stato di quiete o di **MOTO RETTILINEO UNIFORME***

Il concetto di MOTO **RETTILINEO UNIFORME**, richiede però una riflessione sul **SISTEMA DI RIFERIMENTO**.

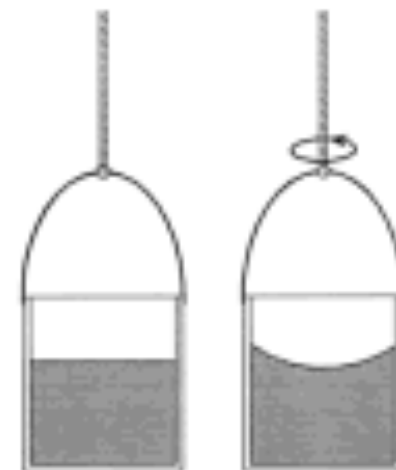
Infatti la prima legge di Newton non vale ovunque!!

IL PROBLEMA DEL SECCHIO:

perchè la superficie dell'acqua si incurva indipendentemente dal moto rotatorio dell'acqua rispetto al secchio?

Isaac Newton – 1642-1727

“Lo spazio assoluto per propria natura e senza riferimenti a nulla di esterno, rimane sempre simile e immobile”



MA GALILEO ERA GIA' ANDATO OLTRE, riconoscendo a quelli che ora chiamiamo **sistemi inerziali**, in cui cioè vale la prima legge di Newton, una sostanziale **equivalenza fisica**:

« Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti: siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza. [..]

Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia mentre il vascello sta fermo non debbano succedere così, fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur di moto uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti; né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina, o pure sta ferma. »

(Galileo Galilei - Lettera a Francesco Ingoli -1624)

QUESTA E' LA RELATIVITA'!!

In generale se due riferimenti non coincidono:

$$X' = X - O'$$

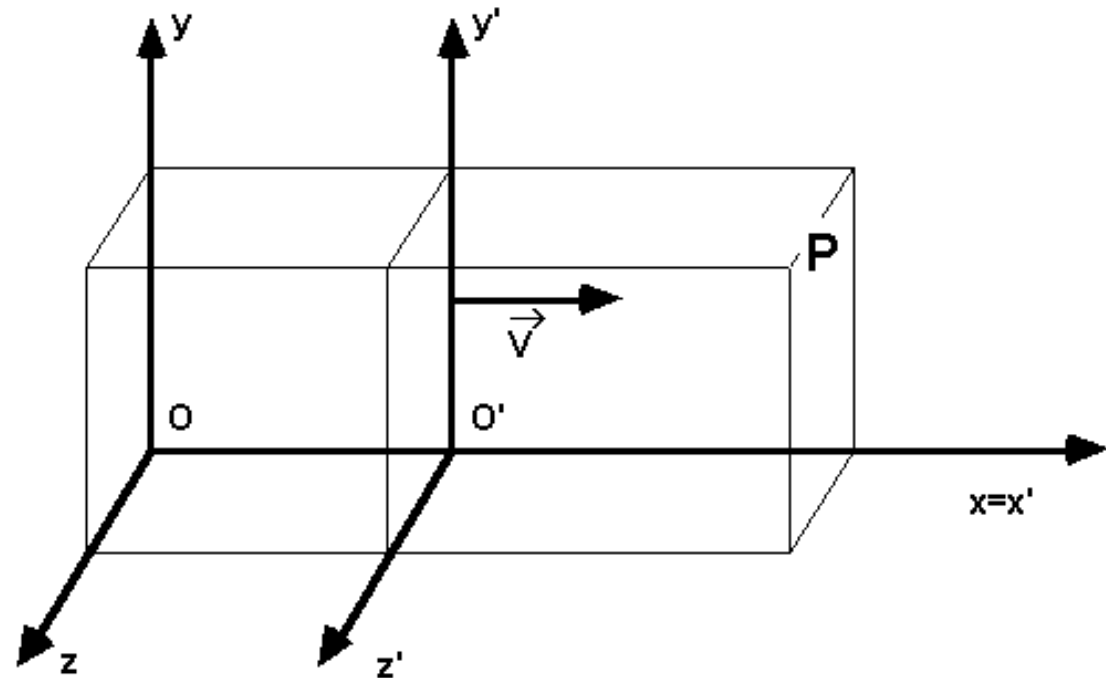
ma se il secondo riferimento si muove con velocità $\mathbf{v}$, allora:

$$O' = \mathbf{v}T \quad (\text{se a } T=0 \text{ è } O' = O)$$

quindi

(trasformazioni di Galileo

tra due sistemi di riferimento in moto relativo):



$$\mathbf{X}' = \mathbf{X} - \mathbf{v}T, \quad \text{mentre:} \quad \mathbf{Y}' = \mathbf{Y}, \quad \mathbf{Z}' = \mathbf{Z} \quad \text{e (soprattutto):} \quad \mathbf{T}' = \mathbf{T}$$

INOLTRE:

se un corpo si muove con velocità $\mathbf{w}$ in S, allora in S' si muoverà con velocità

$$\mathbf{w}' = \mathbf{w} - \mathbf{v}$$

Non ci sono limiti alle velocità mentre *le masse sono costanti* caratteristiche di ciascun corpo.

La meccanica di Galileo e Newton ebbe un grandissimo successo (anche per l'introduzione del METODO SCIENTIFICO, basato sulla riproducibilità dei risultati)

Oltre due secoli di grande espansione (e nessuna ulteriore “rivoluzione”!), caratterizzati da una fiducia incondizionata nelle leggi della meccanica, che culmina nel determinismo di Laplace:



Pierre Simon Laplace 1812

« Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso racchiuderebbe in un'unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell'universo e quelli degli atomi più piccoli; per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi »

Le cose si complicano un poco con **l'ELETTROMAGNETISMO**

Nome	Forma locale
Legge di Gauss elettrica	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$
Legge di Faraday	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
Legge di Gauss magnetica	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
Legge di Ampère-Maxwell	$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{J} = \mathbf{0}$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

Le equazioni di Maxwell riuniscono e unificano tutti i risultati sui campi elettrico e magnetico allora noti (ma formulati sotto forma di leggi separate e indipendenti)



James Clerk Maxwell - 1865

$$\frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0$$

Nelle equazioni di Maxwell compare come necessità matematica la costante **c**

La costante **c** si presenta “naturalmente” nelle equazioni di Maxwell, e Maxwell stesso fece notare che le sue equazioni consentono l’esistenza di **ONDE ELETTROMAGNETICHE** e la loro propagazione, appunto, **con velocità c**.

*Quindi **c** si può considerare come la velocità delle onde elettromagnetiche ovvero della luce nel vuoto.*

La velocità della luce era già stata misurata a partire da Romer e Cassini guardando i satelliti di Giove (1675), poi in seguito con precisione crescente.

La coincidenza entro gli errori del valore misurato con quello calcolato da Maxwell fu considerata come prova finale della natura ondulatoria della luce.

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

(il metodo di Galileo in questo caso non fu adeguato...!!)



MA:

$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ **rispetto a cosa??**

cioè: in quale sistema di riferimento?

La comunità scientifica alla fine dell'800 era concorde nel sostenere l'esistenza di un "mezzo luminifero" o **ETERE** nel quale le onde elettromagnetiche si propagassero come il suono nell'aria e le onde sull'acqua, e rispetto al quale la velocità **c** acquistasse un senso.

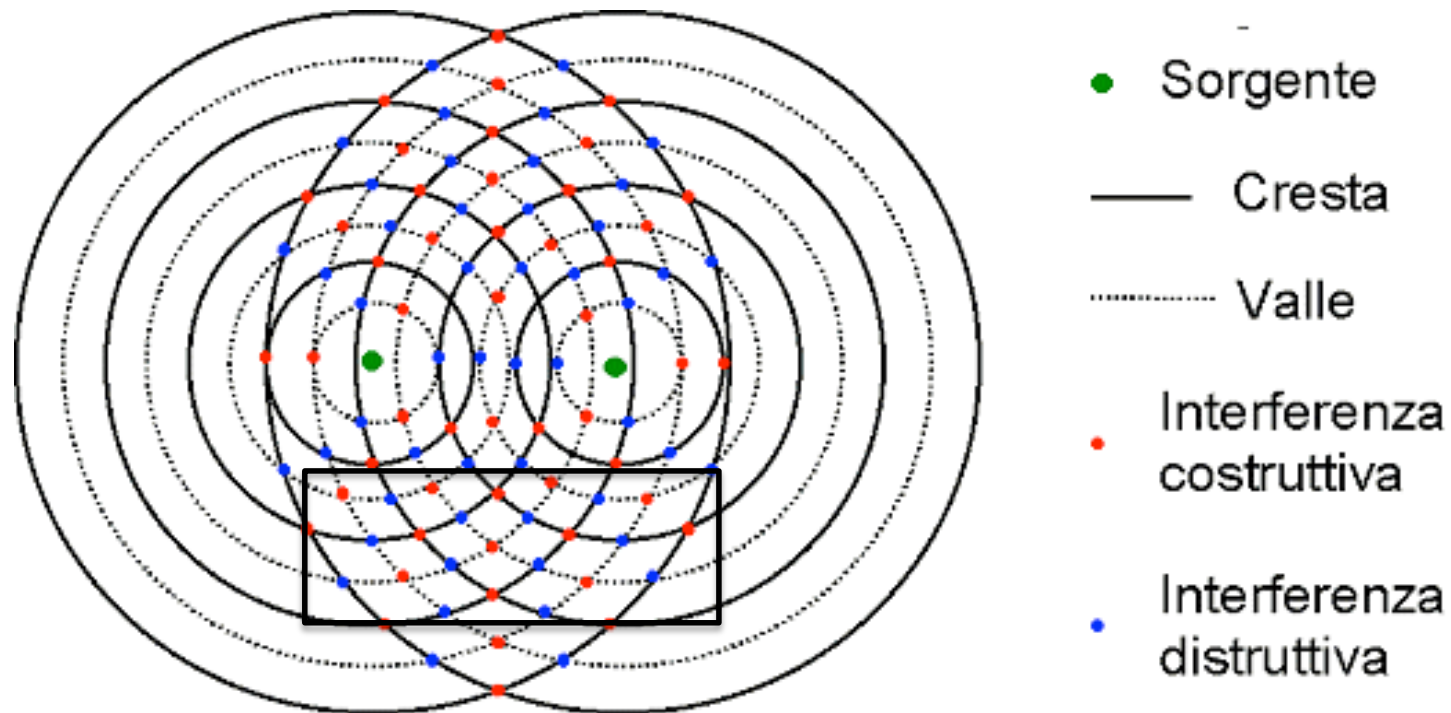
Si trattava solo di provare questa esistenza..!

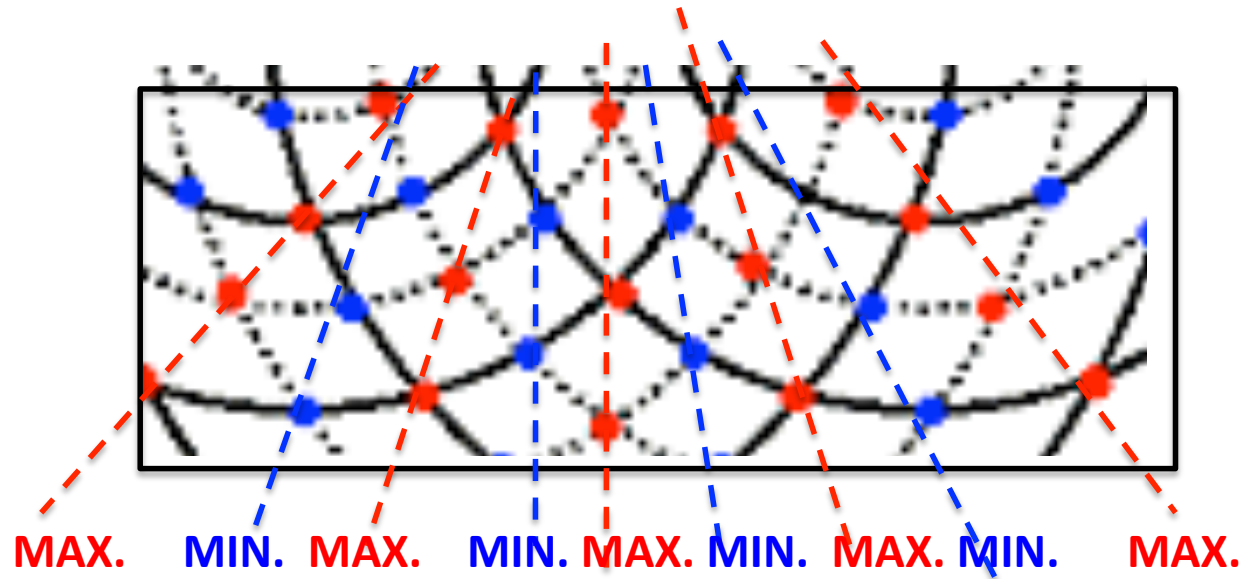
Il risultato fondamentale sulla (non) esistenza dell'etere si ebbe con

L'ESPERIMENTO DI MICHELSON-MORLEY (1887)

Premessa sull'interferenza:

se due onde si sovrappongono in un punto dello spazio a un certo istante di tempo, le loro ampiezze si sommano. Si osservano quindi dei massimi ("doppi") dove si sovrappongono due creste e dei minimi ("doppi") dove si sovrappongono due valli.





Su uno schermo posto a distanza adeguata dalle sorgenti, si forma una **figura di interferenza**.

Lo spessore e la distanza delle linee dipende dalla lunghezza d'onda e dallo *sfasamento* delle due onde sul piano dello schermo



Michelson e Morley usarono un interferometro per rivelare **il moto della terra**
ATTRAVERSO L'ETERE!

Nell'interferometro uno stesso raggio di luce viene diviso in due raggi (stessa fase!) che percorrono due bracci di uguale lunghezza ma ortogonali tra loro, e si sovrappongono infine su uno schermo che mostra la figura di interferenza.

E' improbabile che la Terra sia ferma nell'etere,
(o almeno che sia *sempre* ferma: la sua
velocità cambia direzione nel corso dell'anno!)

Quindi la velocità **v** dell'etere (il “vento d'etere”!)
avrà componenti diverse rispetto ai due
bracci dell'interferometro.

Questo farebbe sì che i PERCORSI REALI
della luce lungo i due bracci non siano uguali.

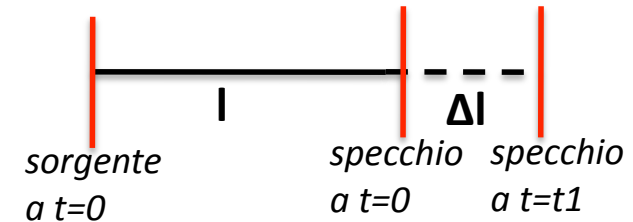


Semplifichiamo:

Se il moto della terra attraverso l'etere è con velocità **v** in direzione **x** e la lunghezza del braccio dell'interferometro è **l**, allora:

Nel braccio lungo x:

all'andata la luce percorre un tratto: $L_1 = l + \Delta l$,
mentre al ritorno un tratto: $L_2 = l - \Delta l$



dove Δl è in ciascun caso lo spostamento del “traguardo” (specchio) nel tempo impiegato dalla luce a compiere il percorso corrispondente.

$$L_1 = l + \Delta l = l + v t_1 = c t_1; \quad \text{quindi: } t_1 = l / (c-v); \quad \text{e: } L_1 = c t_1 = l / (1 - v/c)$$

Analogamente :

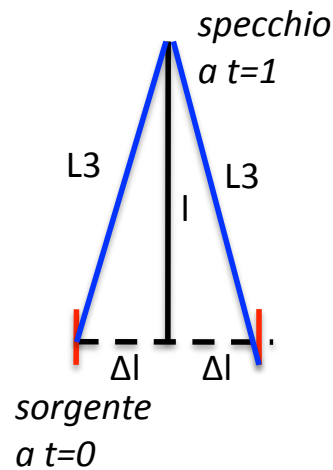
$$L_2 = l - v t_2 = c t_2; \quad \text{quindi } t_2 = l / (c+v); \quad \text{e: } L_2 = c t_2 = l / (1 + v/c)$$

Per il percorso intero, di andata e ritorno lungo x, si ottiene :

$$L_x = L_1 + L_2 = \frac{2l}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

Nel braccio lungo y:

invece si ha:



$$L_3 = \sqrt{l^2 + v^2 t^2} = ct \quad \text{da cui:} \quad t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

e quindi:

$$L_y = 2L_3 = 2ct = \frac{2l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} < L_x !!!$$

Se si **ruota l'interferometro di 90 gradi**, la situazione tra i due bracci si inverte : cambiando i percorsi della luce cambiano anche le fasi sullo schermo e quindi **la figura d'interferenza**.

Se esiste un vento d'etere, ruotando l'interferometro la figura di interferenza deve cambiare!

Ma così non fu. Neanche ripetendo l'esperimento dopo 6 mesi...

Furono avanzate molte ipotesi per spiegare questo fallimento: si parlò di “trascinamento dell’etere” ma non si riuscì a spiegarlo.

Lorentz pensò che forse il moto attraverso l’etere causava una *contrazione* del braccio dell’ interferometro parallelo al moto: una contrazione che bilanciassero esattamente la differenza di percorso tra x e y.

Seguendo questa ipotesi sviluppò le sue famose trasformazioni:



ma a lui stesso sembravano un espediente matematico di significato fisico non chiaro o nullo.

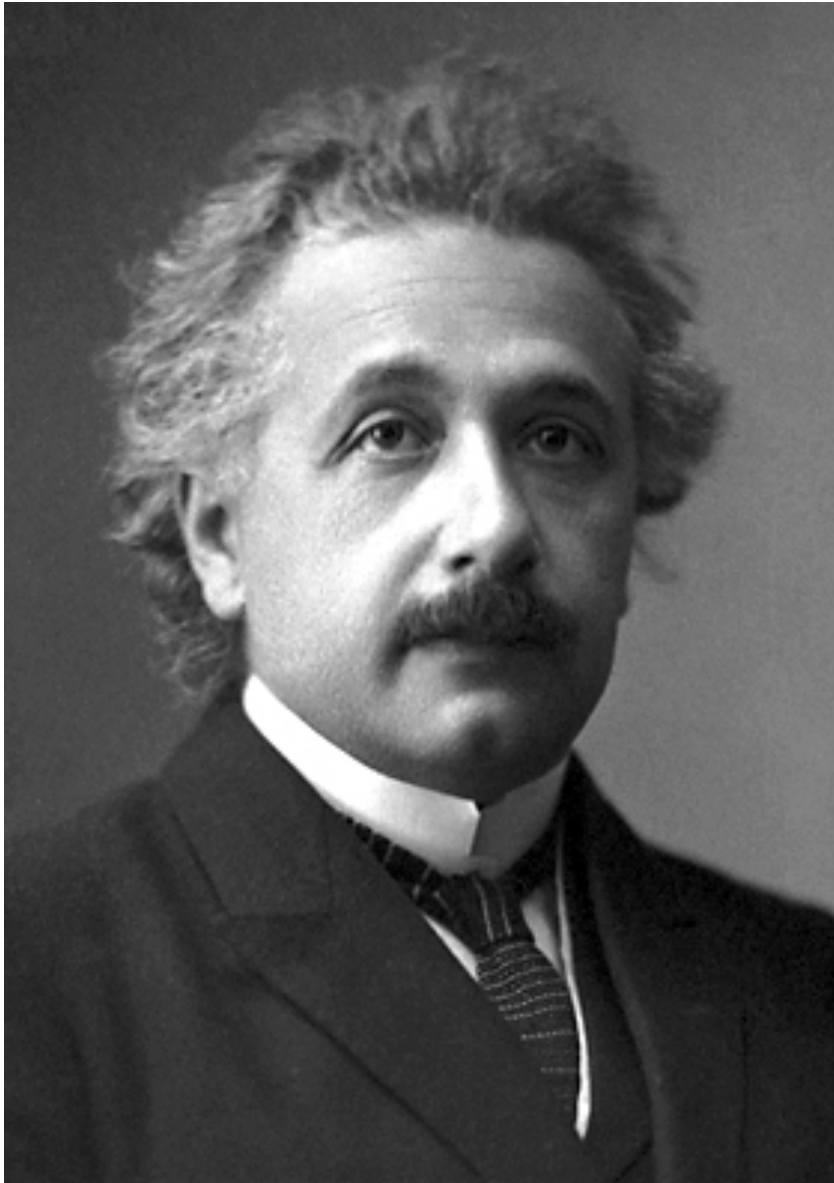
All’inizio del ‘900 i fisici avevano molti rompicapo cruciali da risolvere! (molti dei quali facevano capo all’elettrodinamica)

$$\begin{cases} t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \\ x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

dove:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Hendrik Lorentz 1853 - 1928



Albert Einstein – 1879 -1955

Una situazione così intricata può essere risolta soltanto da un

GENIO!

Un genio non è un personaggio strano che vive appartato e pensa....

Tutt'altro: il genio ha studiato moltissimo, e ha fatto proprie tutte le esperienze dei suoi colleghi studiosi, e non solo dei contemporanei!!

Ma certo lo studio non basta a fare di uno scienziato un genio...

La genialità consiste nel riuscire a vedere tutti i risultati, anche quelli considerati contraddittori, con un occhio diverso, *scevro da pre-giudizi*, e trovare l'elemento che *unifica* e *semplifica* e *sintetizza* un quadro altrimenti disordinato e frammentario.

L'obiettivo del **lavoro scientifico** (della fisica teorica in particolare) è quello di trovare dei **“principi”**, quanto più possibile **pochi e semplici**, dai quali i fenomeni multiformi, che sono oggetto delle nostre osservazioni, possano essere spiegati con **naturalzza** (Φυσικη..)

Trovare questi principi quasi sempre richiede l'impostazione di ragionamenti “lineari”.

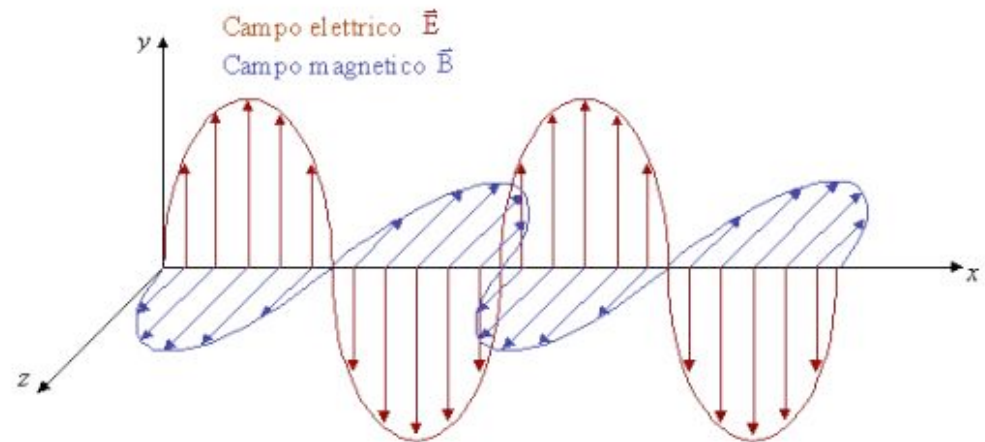
Einstein preferiva gli **“esperimenti concettuali”**.

Di fronte al problema della velocità della luce che compare come per incanto nelle equazioni dell'elettrodinamica, il cui valore corrisponde alle misurazioni, ma che sembra essere la stessa ovunque, indipendentemente dal moto di sorgente e osservatore (come se non esistesse alcun “etere”!)... Einstein pensò:

HA MAI QUALCUNO VISTO
(o concepito) PRIMA D'ORA
UN'ONDA ELETTROMAGNETICA FERMA ??

Se non esiste nel nostro riferimento
allora non esiste in nessun riferimento (per il
principio di relatività!).

Dunque **c** è una **costante della natura**: è la **velocità massima raggiungibile**,
e deve essere **la stessa in tutti i sistemi di riferimento !!!**



Se la velocità della luce deve essere la stessa in tutti i riferimenti, **non possono valere le trasformazioni di Galileo** (v. p. 6), perchè da esse otterremmo:

$$c' = c - v \quad (\text{smentito da Michelson-Morley})$$

Einstein voleva conservare **il principio di relatività** ma renderlo compatibile con **l'invarianza di c**.

Per trovare le nuove trasformazioni di coordinate, partì dalla richiesta che un fronte d'onda sferico apparisse sferico in tutti i riferimenti, cioè che se:

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 \quad \text{allora anche:} \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$$

(non è questo il caso se si applicano le trasformazioni di Galileo: la sfera si deformerebbe nella direzione del moto relativo!)

$$\begin{cases} t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \\ x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

E..... **ritrovò le trasformazioni di Lorentz!**



dove:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

LA SIMULTANEITA' diventa un concetto **RELATIVO**

Il fatto che le trasformazioni di Lorentz “mescolino” il tempo e la coordinata spaziale lungo cui si svolge il moto, implica che *il tempo non è lo stesso in tutti i sistemi di riferimento!!* (Addio spazio assoluto di Newton...).

In particolare, due eventi che accadono **simultaneamente all'istante t nel sistema S** , ma in due posizioni diverse: x_1 e x_2 , **NON saranno simultanei in S'** (x_1 e x_2 trasformano t in modo diverso e alla fine troveremo $t'_1 \neq t'_2$!)

Questo effetto risulta direttamente dalla **costanza della velocità della luce**.

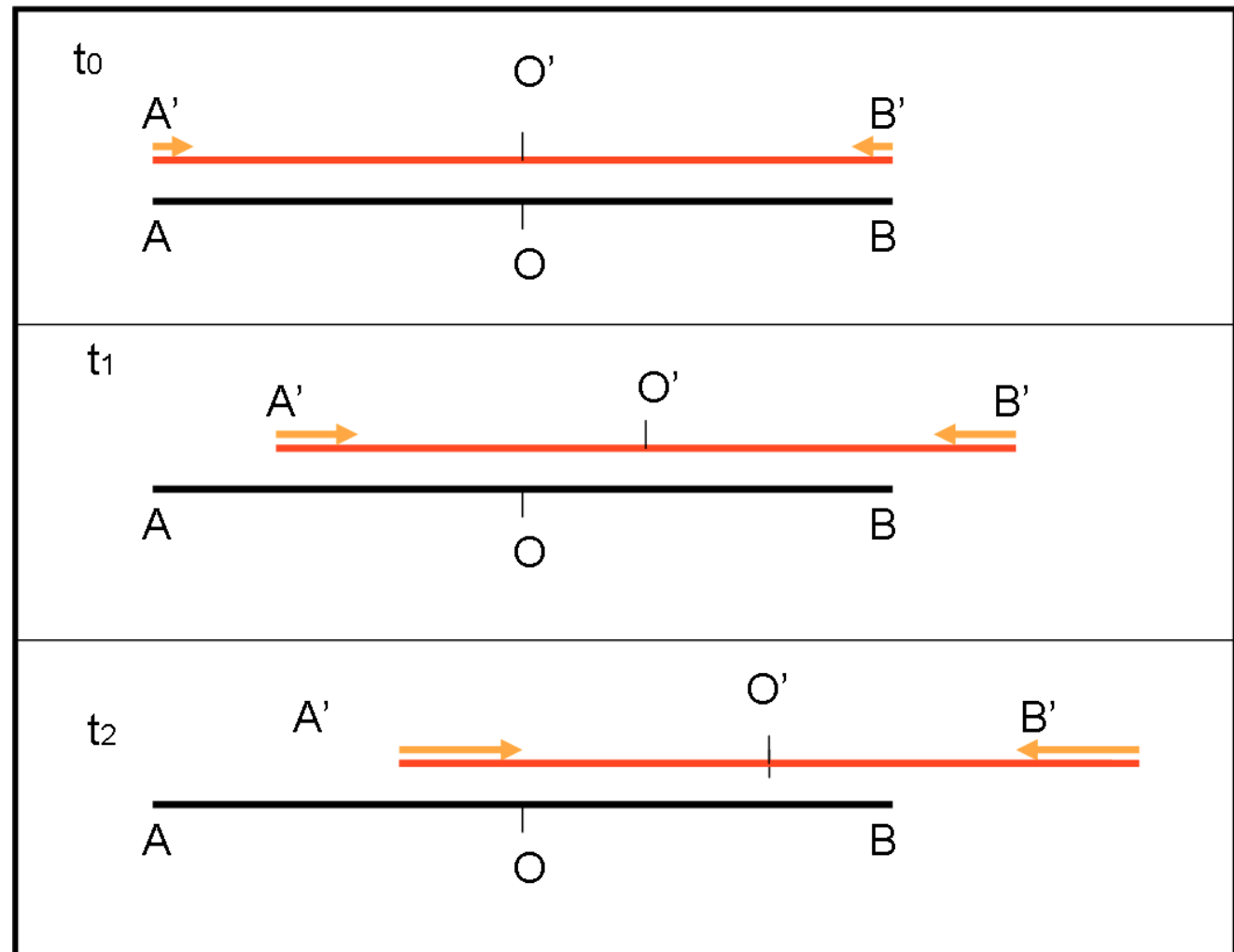
Infatti la simultaneità non può essere che definita come l'arrivo simultaneo di due segnali da due posizioni equidistanti dall'osservatore.

Ma *se l'osservatore è in movimento* e si avvicina a uno dei due punti mentre si allontana dall'altro, *i due segnali non possono arrivare allo stesso istante!*

Per chi è fermo al centro dell'astronave i segnali dalla prua e dalla poppa arrivano simultaneamente (ed è legittimo dire che sono stati emessi **SIMULTANEAMENTE**

Ma per chi guarda da terra il segnale dalla poppa (A) arriva prima di quello della prua (B) quindi essi **NON** sono stati emessi simultaneamente!!

Tutti i riferimenti hanno "ragione"



La dilatazione relativistica del tempo

La velocità della luce è invariante in **MODULO**,
non in direzione.

(v. percorso nel braccio y dell'interferometro)

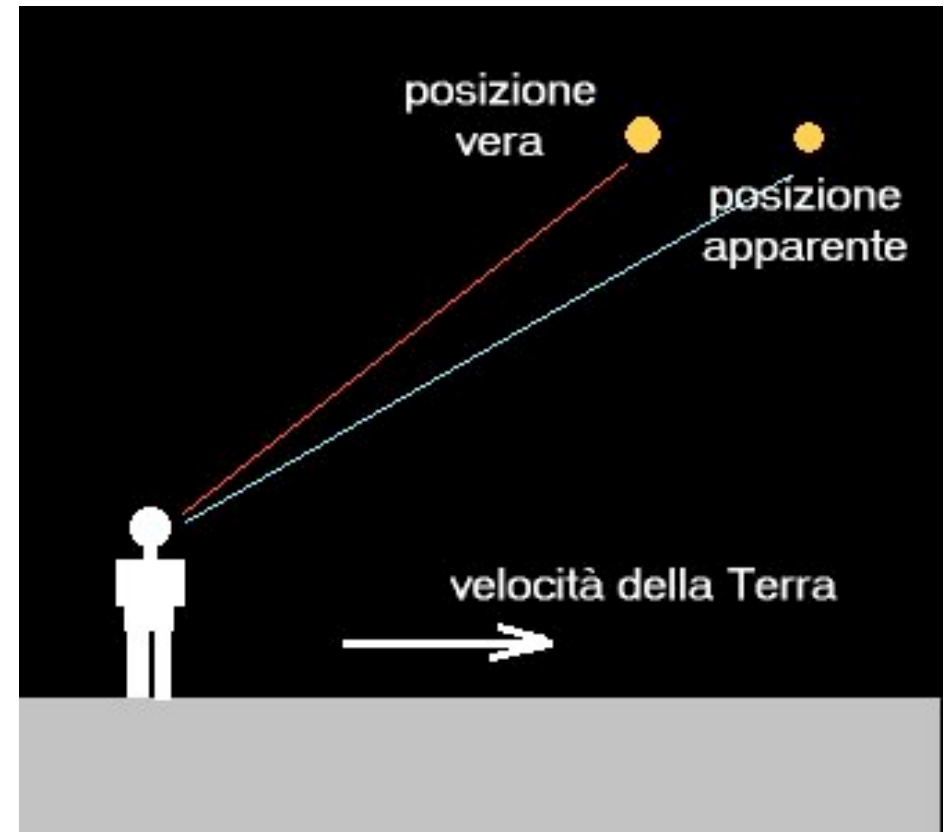
La direzione di un raggio di luce cambia se
l'osservatore è in moto rispetto alla sorgente!

(come quando si corre nella pioggia, ma la velocità
della pioggia non è invariante...! ☺)

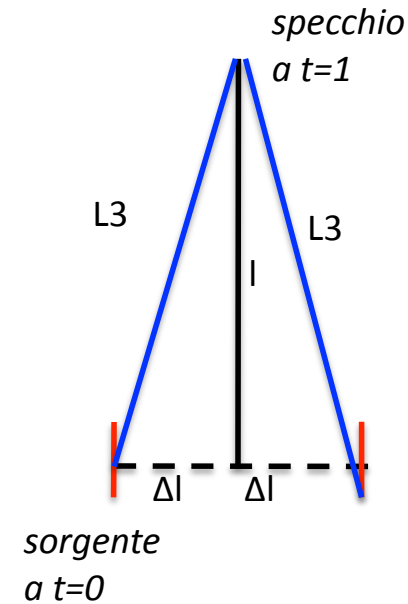
L'aberrazione della luce stellare è stata
una delle prime verifiche della relatività
ristretta.



Ma questo significa anche che se cambia il
sistema di riferimento in generale cambia il
tempo che la luce impiega ad andare da un
punto all'altro.



Come visto a p. 15:
il tempo necessario
alla luce per andare e tornare
dallo specchio nel sistema in moto
è:



$$\Delta t' = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t \dots!!$$

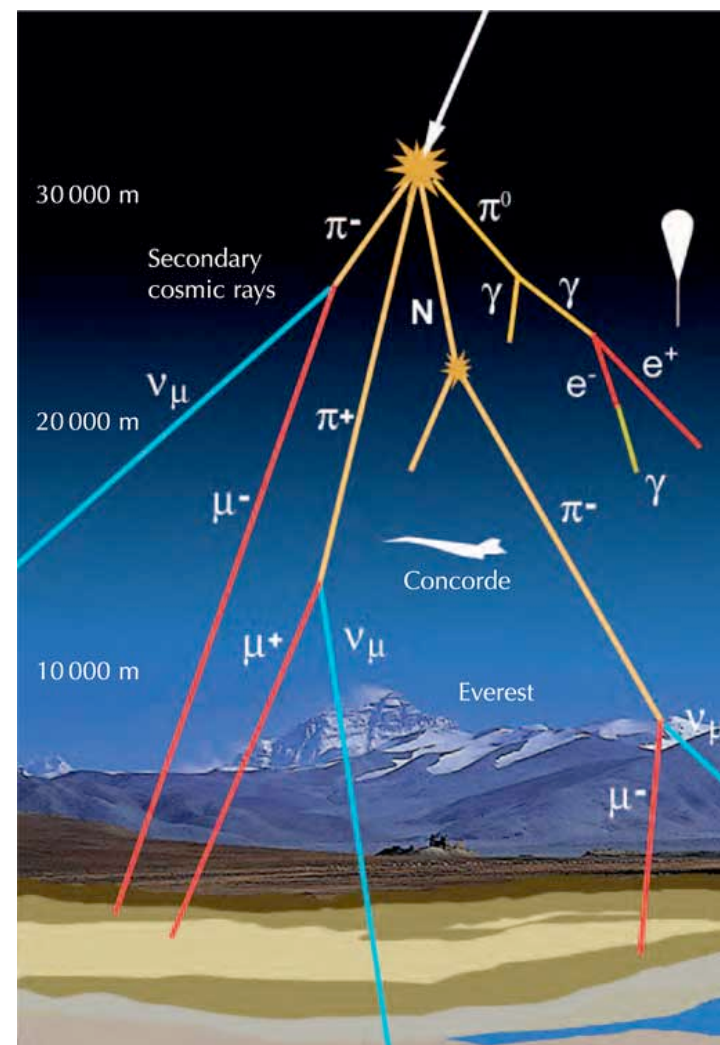
Lo stesso risultato si può derivare direttamente dalle trasformazioni di Lorentz, partendo da $\Delta t' = t_2' - t_1'$ e trasformando t_1' e t_2' (per un orologio fermo $x_1 = x_2$)

MA E' PROPRIO VERO O E' SOLO UN TRUCCO MATEMATICO?

Sulla superficie terrestre osserviamo raggi cosmici costituiti per lo più di MUONI, che si creano in atmosfera ad un'altezza di diverse decine di Km.

La vita media di un muone è di $2.2 \mu\text{s}$, quindi, anche se viaggiasse alla velocità della luce, percorrerebbe al più 600 m e decadrebbe ben prima di raggiungere la Terra!

Se $v = 0.9994 c$, la vita media si allunga di 30 volte e la distanza percorsa passa da 600 a 18000 m!



La relativizzazione del concetto di simultaneità rende anche conto della

contrazione relativistica delle lunghezze

Per misurare la lunghezza di un oggetto in moto, dobbiamo misurare la distanza tra **le posizioni occupate simultaneamente dalle sue estremità** nel NOSTRO sistema di riferimento, ma queste non coincidono con quelle occupate simultaneamente nel sistema in cui l'oggetto è in quiete!

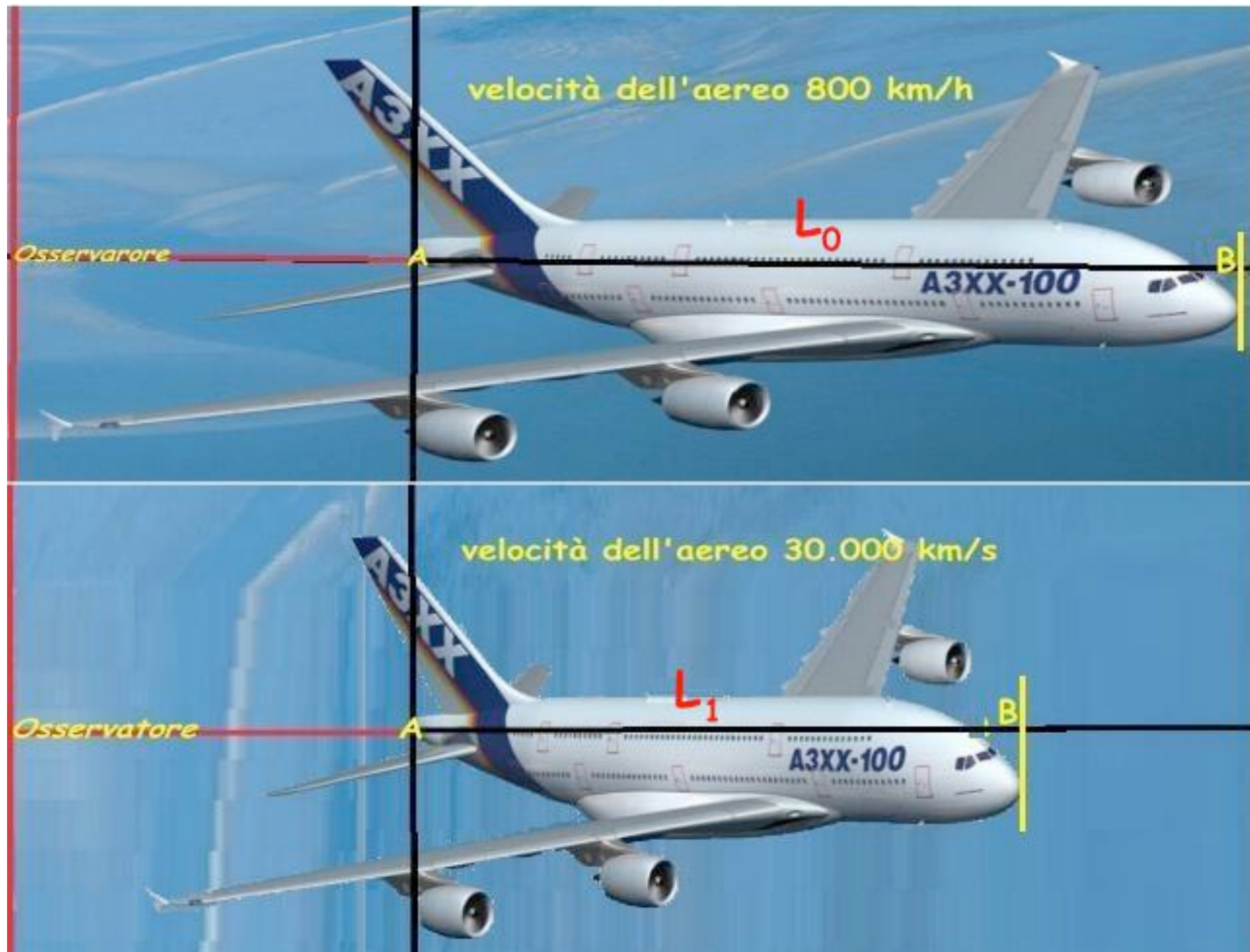
Anche in questo caso l'effetto si deriva direttamente dalle trasformazioni di Lorentz.

Se un oggetto di lunghezza propria (cioè in quiete) L è in moto nella direzione di questa lunghezza, la lunghezza che misuriamo è

$L' = x'_2(t') - x'_1(t')$ dove x'_1 e x'_2 sono le posizioni delle estremità nello stesso istante t' .

Trasformando x'_1 e x'_2 nel sistema di quiete dell'oggetto troviamo che

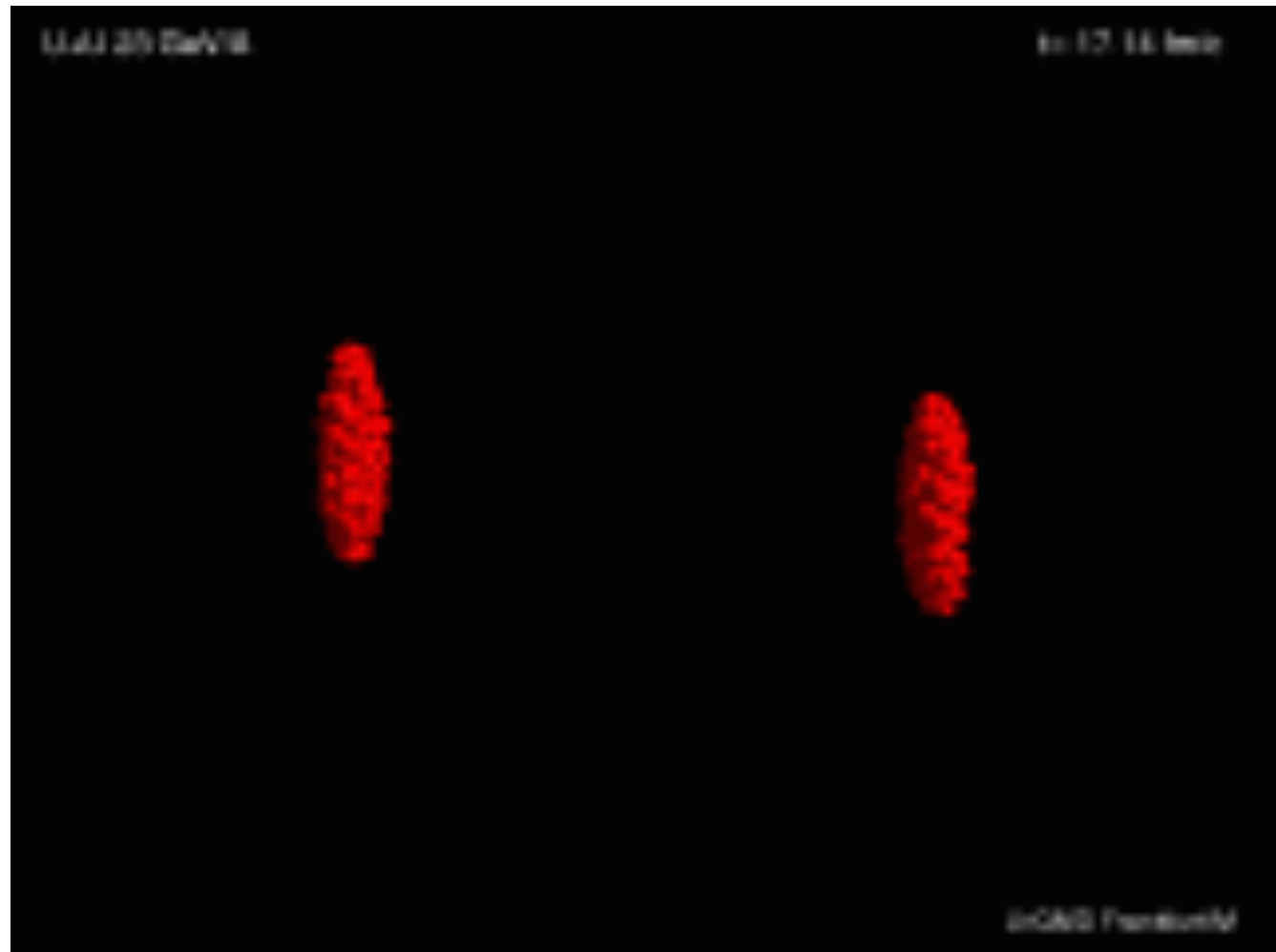
$$L = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > L' \dots!!$$



MA E' PROPRIO VERO O E' SOLO UN TRUCCO MATEMATICO?

In questo momento,
al CERN, LHC sta
collidendo nuclei di
ioni pesanti (pb).

Ecco come si
presentano al momento
della collisione!



Fin qui abbiamo parlato di spazio, tempo, movimento (**cinematica**), ma che implicazioni ha la relatività sulla **dinamica newtoniana**?

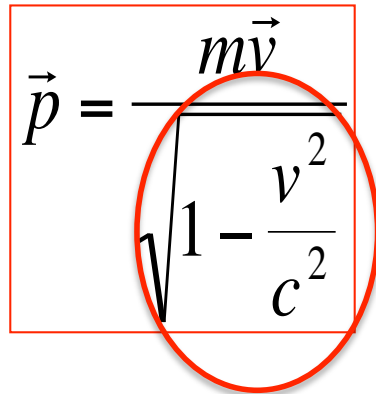
QUANTITA' DI MOTO, MASSA, ENERGIA

Se si vuole che seguitino a valere le **leggi di conservazione dell'impulso e dell'energia** in tutti i sistemi di riferimento inerziali, bisogna **rivedere le loro definizioni** (se si usasse:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

e si trasformassero le velocità relativisticamente, la conservazione dell'impulso non sarebbe verificata nel secondo sistema di riferimento!!)

Perchè valga la conservazione dell'impulso bisogna, ridefinirlo come:


$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

A moltiplicare la velocità non c'è più **m** ma **Ym**.

Quando gli si fornisce energia meccanica (cioè si compie **lavoro**) un corpo accelera e aumenta la sua **energia cinetica**.

Ma ora sappiamo che **la velocità non può aumentare indefinitamente!** Dove finisce allora l'energia...?

L'impulso PUO' aumentare indefinitamente perchè ad aumentare è... **la MASSA!** E infatti...

... perchè seguiti a valere **la conservazione dell'energia** , bisogna ridefinirla come:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

cioè l'energia relativistica non è che la “massa relativistica” **γm** moltiplicata per la costante **c^2** !!!

Quest'energia aumenta con la velocità e tende a infinito se $v \rightarrow c$!

Ma se $v=0$, cioè il corpo è fermo, la sua energia non è 0, è:

$$E = mc^2$$

MA E' PROPRIO VERO O E' SOLO UN TRUCCO MATEMATICO?

E' proprio vero.

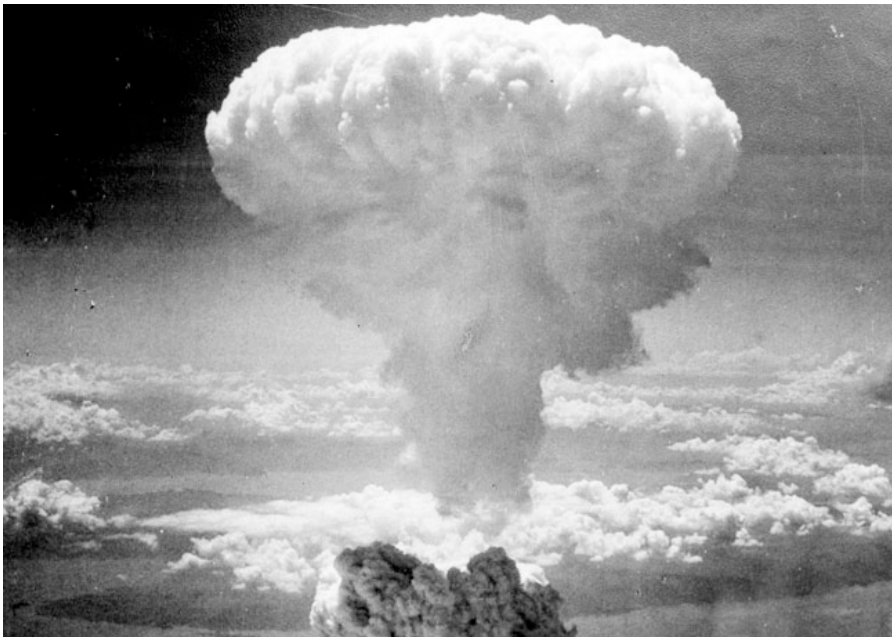
La massa di un nucleo radioattivo è superiore alla somma dei protoni e dei neutroni che lo compongono.

La massa in più non è che l'energia che viene liberata quando il nucleo decade.

Purtroppo è proprio vero.

La prima “applicazione PRATICA” di $E = mc^2$
fu la bomba su Hiroshima

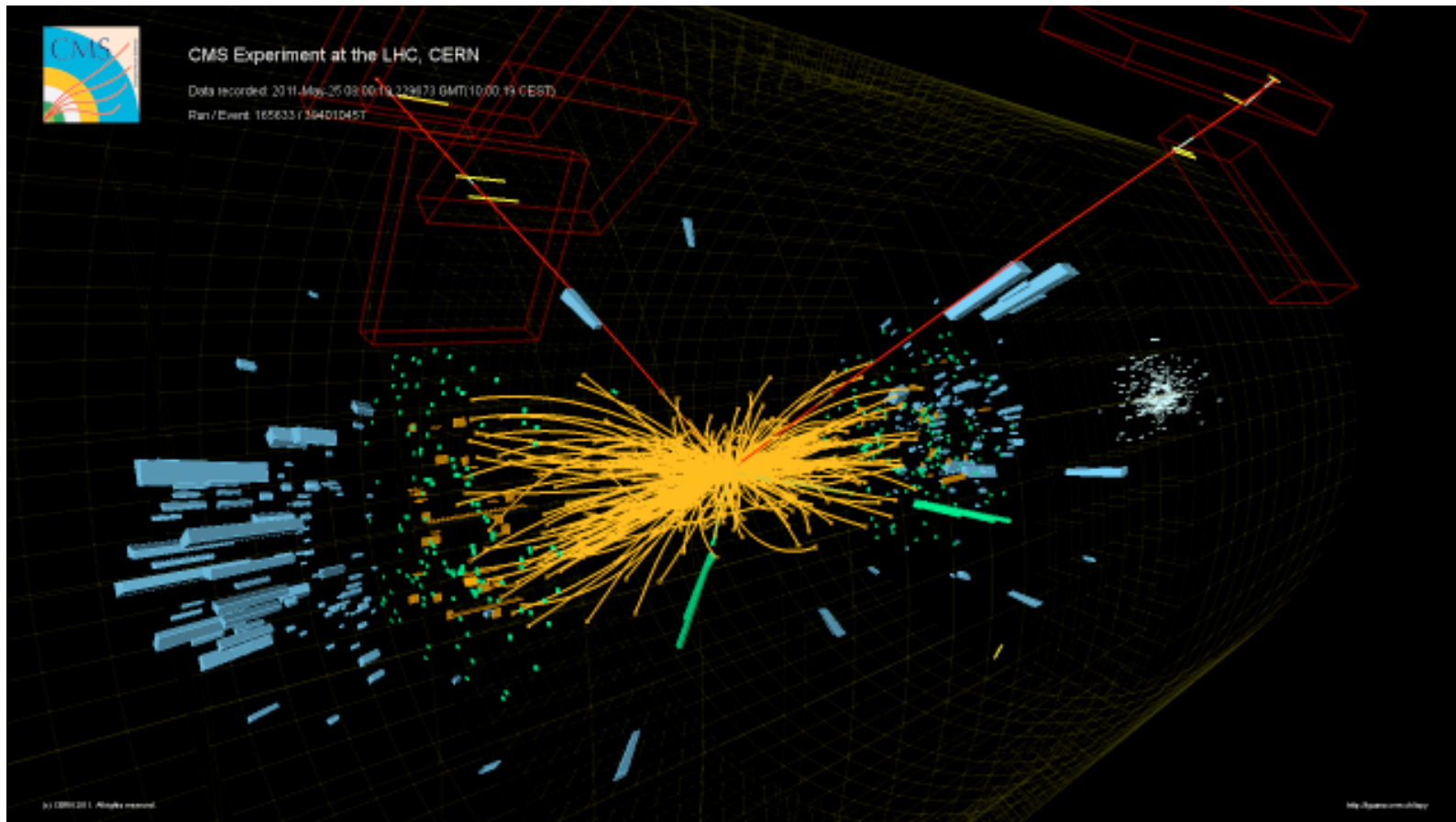
(Può qualcuno sostenere che la colpa
sia stata di Einstein.....??)



MA E' PROPRIO VERO O E' SOLO UN TRUCCO MATEMATICO?

Per fortuna è proprio vero! Accelerando protoni, che hanno massa 1GeV, fino a dar loro una massa relativistica di 4000 GeV, e facendoli collidere, produciamo enormi quantità di particelle (MATERIA!) tra cui il famoso bosone di Higgs che ci ha aiutato a capire come funziona il mondo!

(Può qualcuno dubitare che il merito sia di Einstein?)



MA COME E' POSSIBILE CHE LA MECCANICA DI NEWTON NON VALGA PIU'?

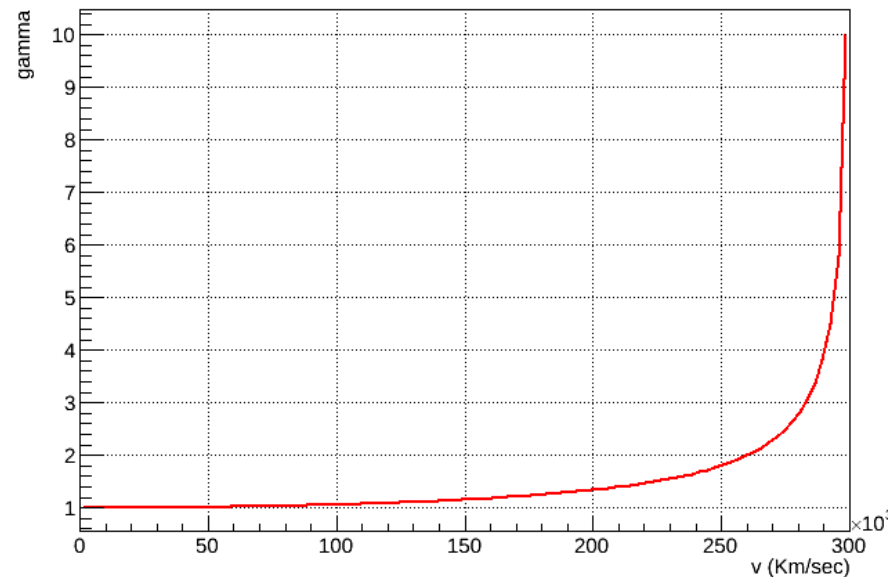
La meccanica di Newton è indiscutibilmente valida!

Il nocciolo della sua validità è nel famoso fattore

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

che appare a moltiplicare gli effetti relativistici
(dilatazione del tempo, contrazione delle lunghezze, aumento della massa)

c è un numero molto grande, e c^2 molto di più!



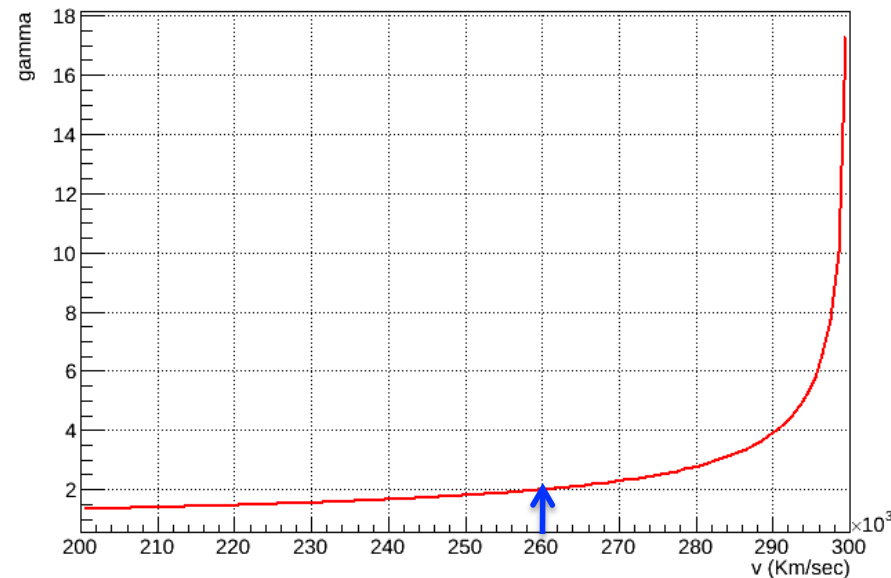
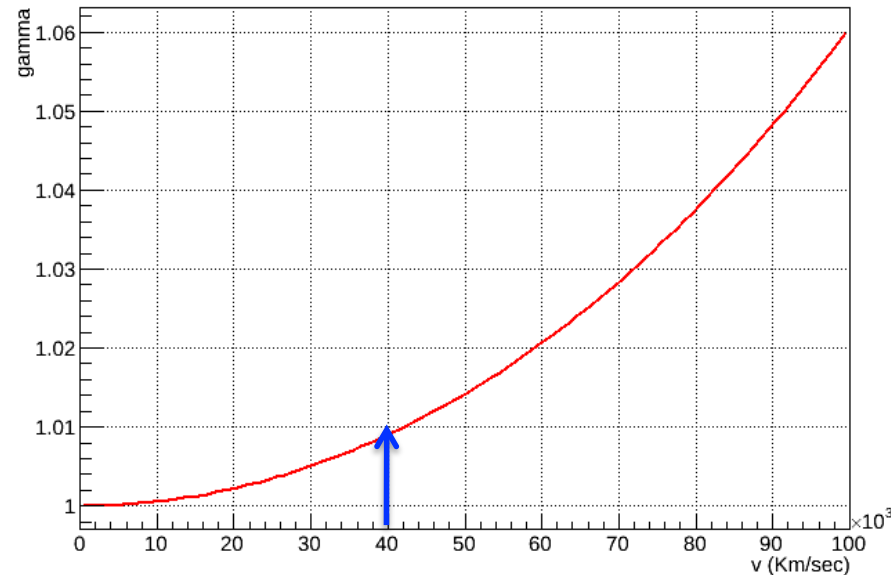
Se un corpo viaggia a **40000 Km/sec (!!)**
la sua massa aumenta appena dell'**1%**.
E appena dell'1% diminuisce la sua
lunghezza e si allunga il suo tempo.

Bisogna arrivare a **260000 Km/sec**
per avere un **fattore 2**
(doppia massa, doppio tempo,
metà lunghezza).

Sviluppando $\longrightarrow E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
in serie rispetto
a v/c , con $v/c \rightarrow 0$
si ottiene:

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$$

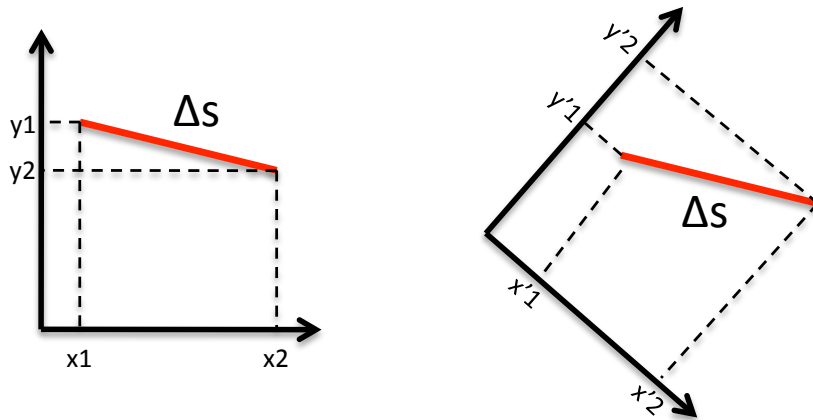
cioè per velocità “normali” ☺, l’energia
non è che la somma del termine di massa
a riposo + l’energia cinetica classica!



Lo spazio-tempo a 4 dimensioni

Le trasformazioni di Lorentz “mescolano” lo spazio e il tempo, che ora non sono più concetti indipendenti e slegati.

Una delle ovvie conseguenze è che la **distanza tra due punti**, che in meccanica classica è un “**invariante**”, (cioè è la stessa in tutti i riferimenti) **ora non lo è più!**



In questo esempio $y_1 > y_2$ mentre $y'_1 < y'_2$ ma comunque:

$$\begin{aligned}\Delta s^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = \\ &= (x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 = \Delta s'^2\end{aligned}$$

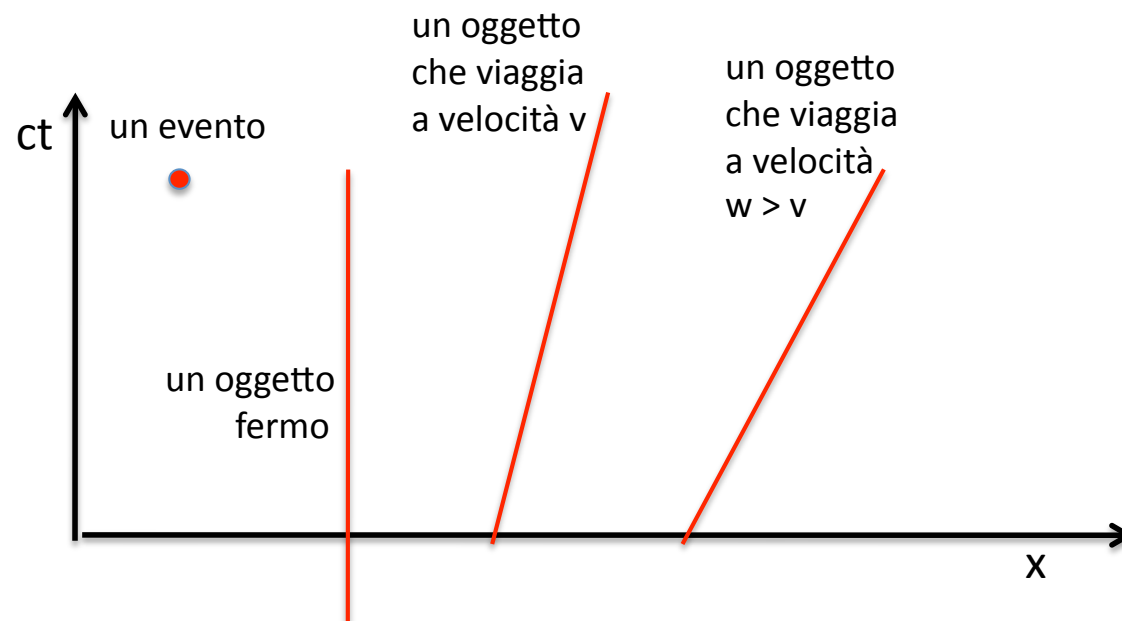
Se si usano le trasformazioni di Lorentz questo non è più vero!

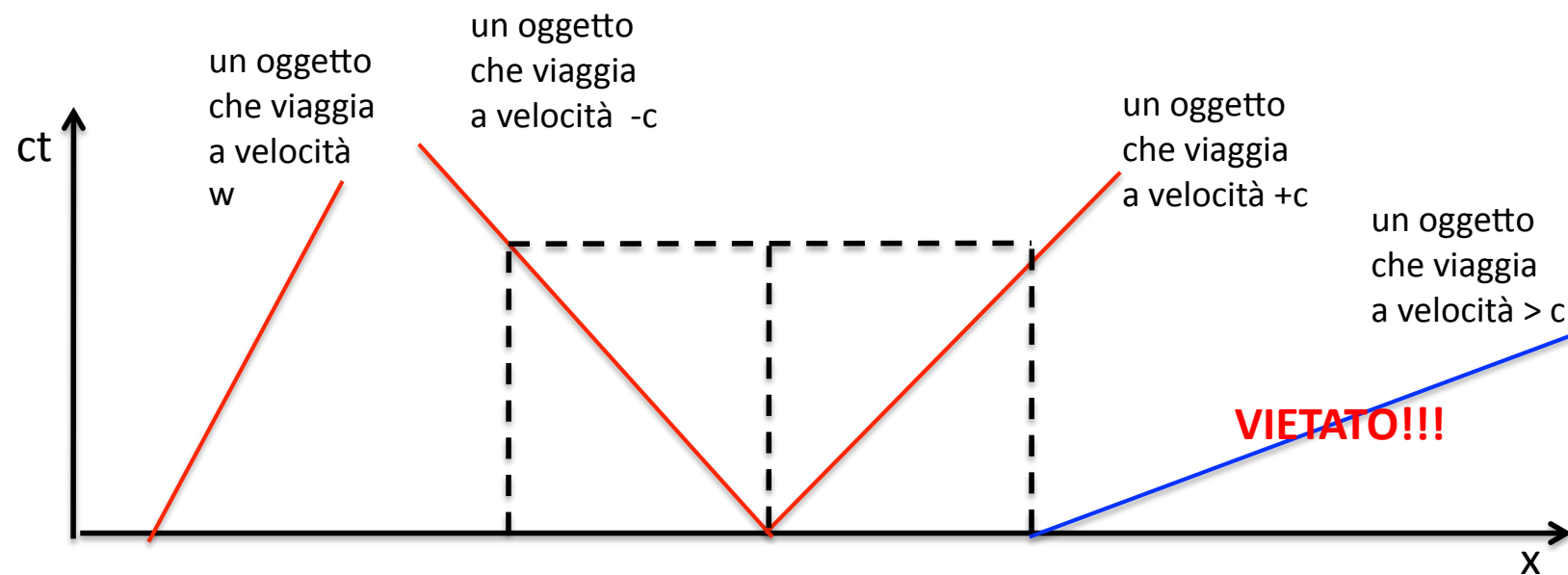
C'è però un'altra quantità che è invariante per trasformazioni di Lorentz, è:

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta s^2$$

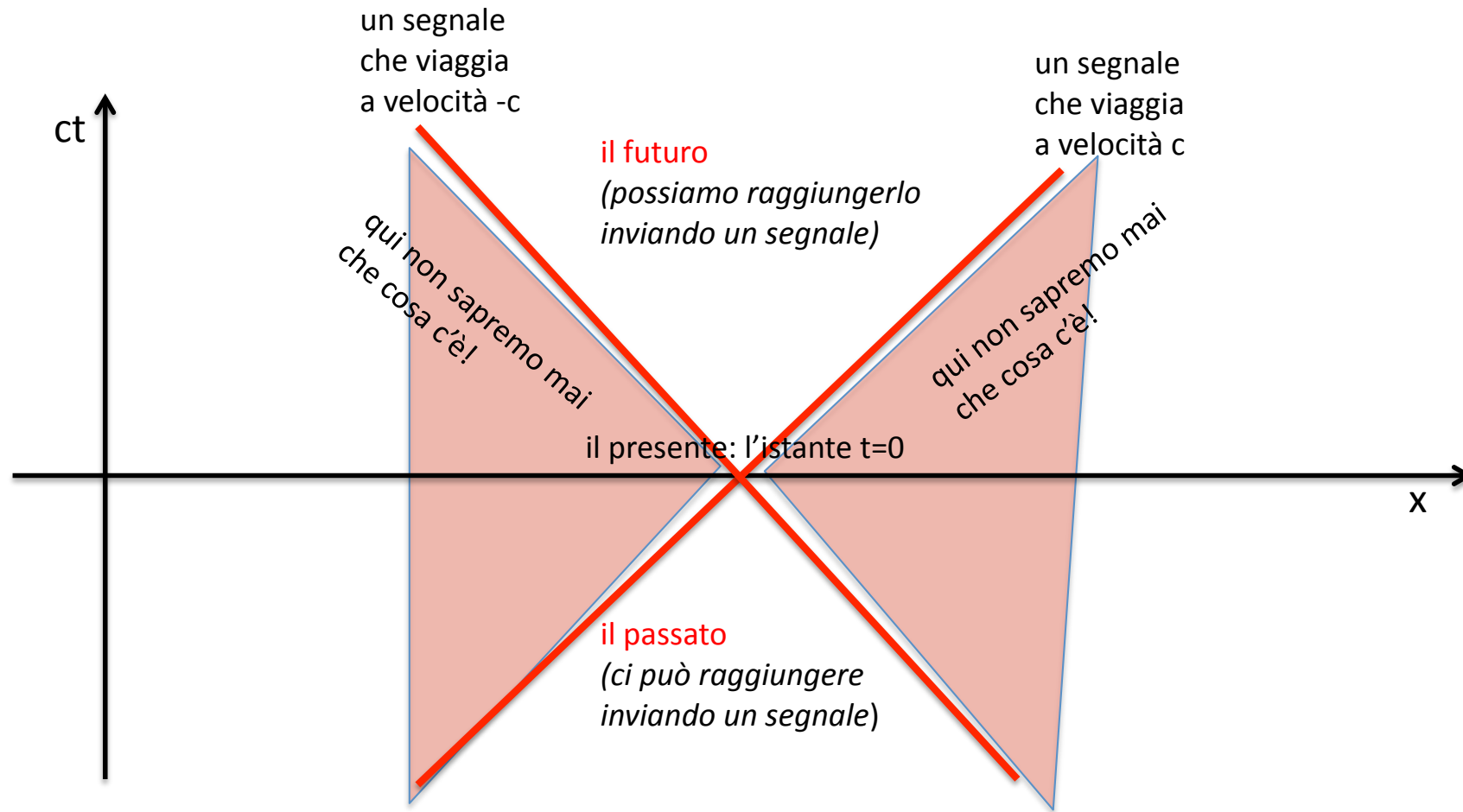
Lo **spazio-tempo** è uno spazio cartesiano a **4 dimensioni** di cui **tre sono spaziali** e una è **il tempo moltiplicato per la velocità della luce** (l'unica anomalia è che il quadrato del tempo ha segno opposto).

In questo spazio, che possiamo visualizzare usando una sola dimensione temporale, un **punto** è un **EVENTO**, cioè qualcosa che ACCADE in un punto dello spazio in un dato istante, mentre gli **oggetti** sono **LINEE** (permangono nel tempo).





Lo spazio fisico ACCESSIBILE non è tutto lo spazio tempo, ma soltanto il cono compreso tra le “iper-rette” $x = +ct$ e $x = -ct$



Oltre la relatività ristretta: inerzia e gravitazione

Tutto quello che si è detto finora riguarda i sistemi inerziali.

Einstein si chiese: “si può estendere la relatività a TUTTI i sistemi di riferimento?”.

Sistemi accelerati o rotanti non sono inerziali.

All'interno di essi si sperimentano forze che non hanno una sorgente identificabile: sono le forze INERZIALI. Esse sono forze apparenti in quanto non risultano dall'interazione con altri corpi ma sono soltanto la manifestazione dell'inerzia, cioè della tendenza dei corpi a rimanere in stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

L'inerzia è quantificata dalla massa inerziale, quella che compare nella seconda legge di Newton: $F = ma$

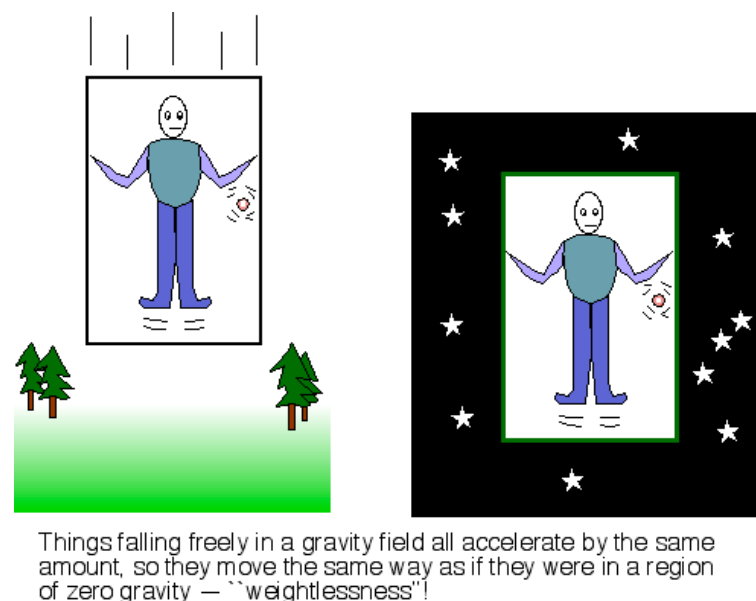
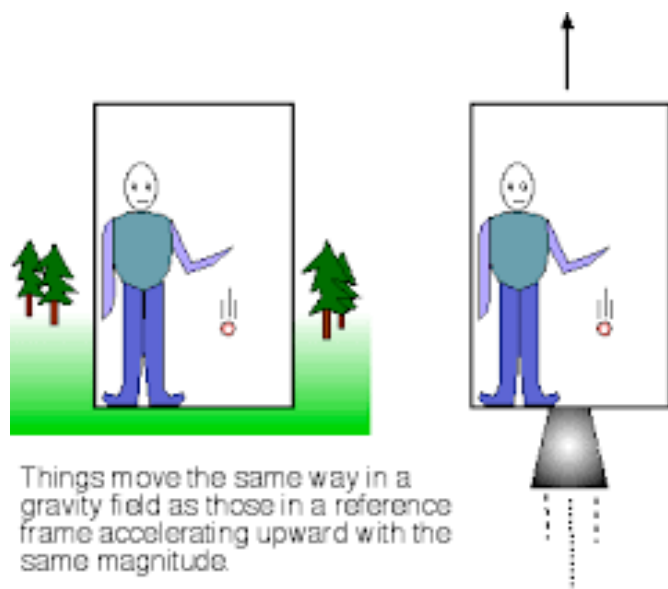
Le masse però, oltre che opporsi alle accelerazioni hanno un'altra caratteristica fondamentale: si attraggono gravitazionalmente!

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

Poichè già Galileo (con i suoi esperimenti dalla torre di Pisa) aveva capito che tutti gli oggetti accelerano allo stesso modo nello stesso campo gravitazionale, questo non può che significare che, per qualsiasi corpo, m (inerziale) = M (gravitazionale)

(Per esempio sulla superficie terrestre: $a = F / m = G \frac{M_1 M}{r^2} \frac{1}{m} = G \frac{M_1}{r^2} = g = 9.8 m/s^2$)

La riflessione sulla equivalenza di massa inerziale e gravitazionale, cioè sul fatto che, in presenza di un campo gravitazionale, tutti i corpi seguono la stessa traiettoria nello spazio-tempo, portò Einstein a formulare il **PRINCIPIO DI EQUIVALENZA** in base al quale *non si può stabilire facendo esperimenti in una stanza chiusa, se ci si trova in un campo gravitazionale o in un sistema accelerato*



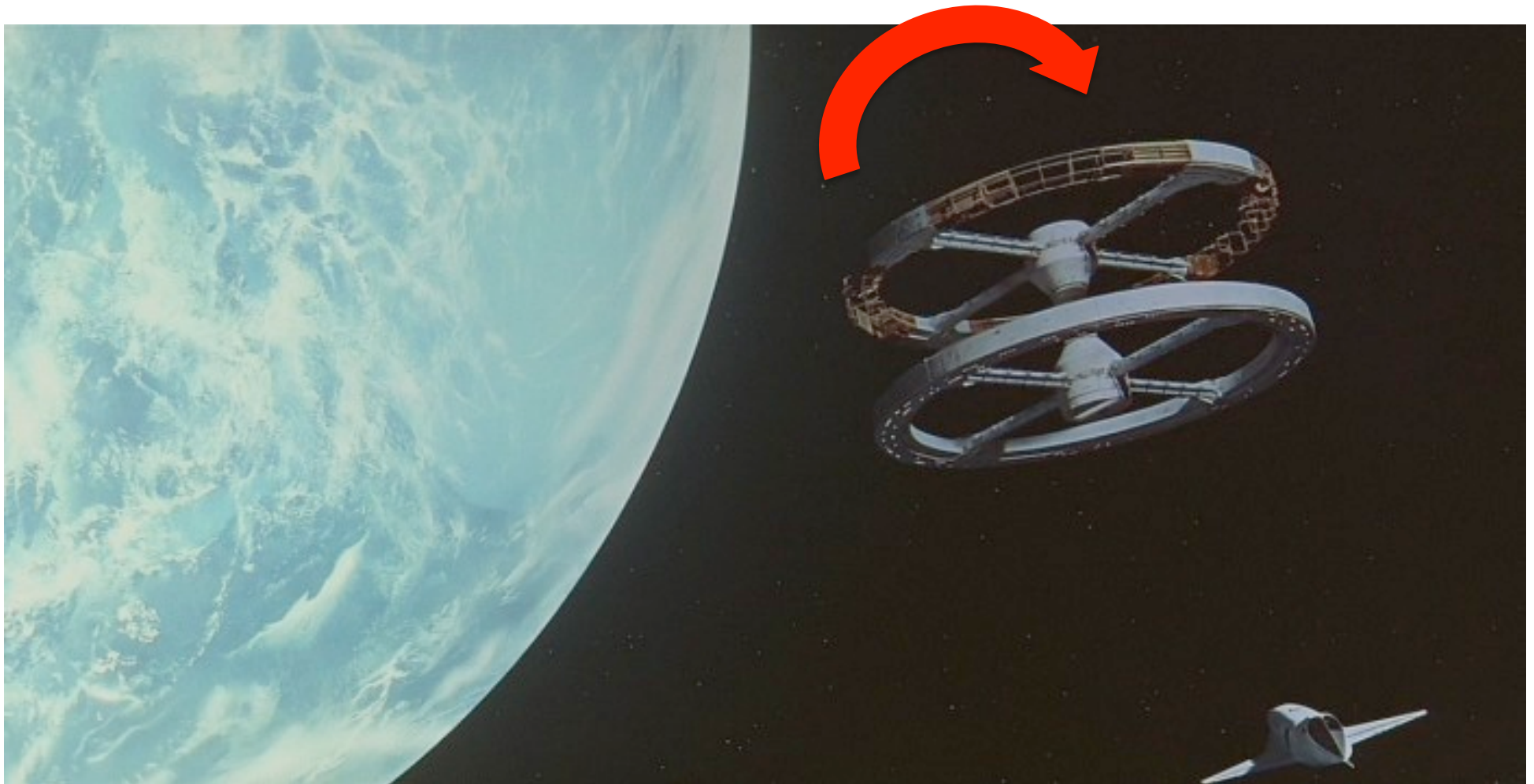
Per la stessa ragione *non si può stabilire, facendo esperimenti in una stanza chiusa, se ci si trova in un sistema inerziale oppure in caduta libera in un campo gravitazionale.*



2001 Odissea nello spazio
Stanley Kubrick, 1968

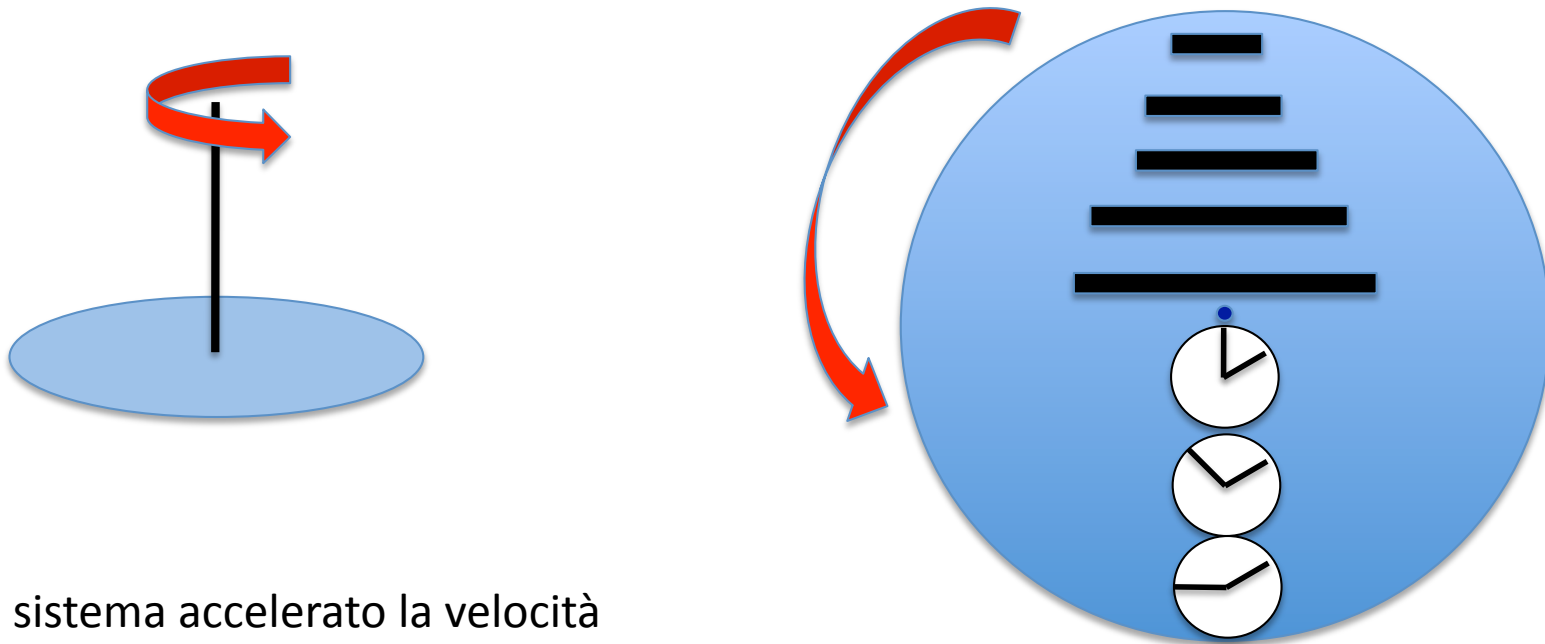
David fa jogging all'interno dell'astronave: com'è possibile in assenza di gravità??

COSI'!!



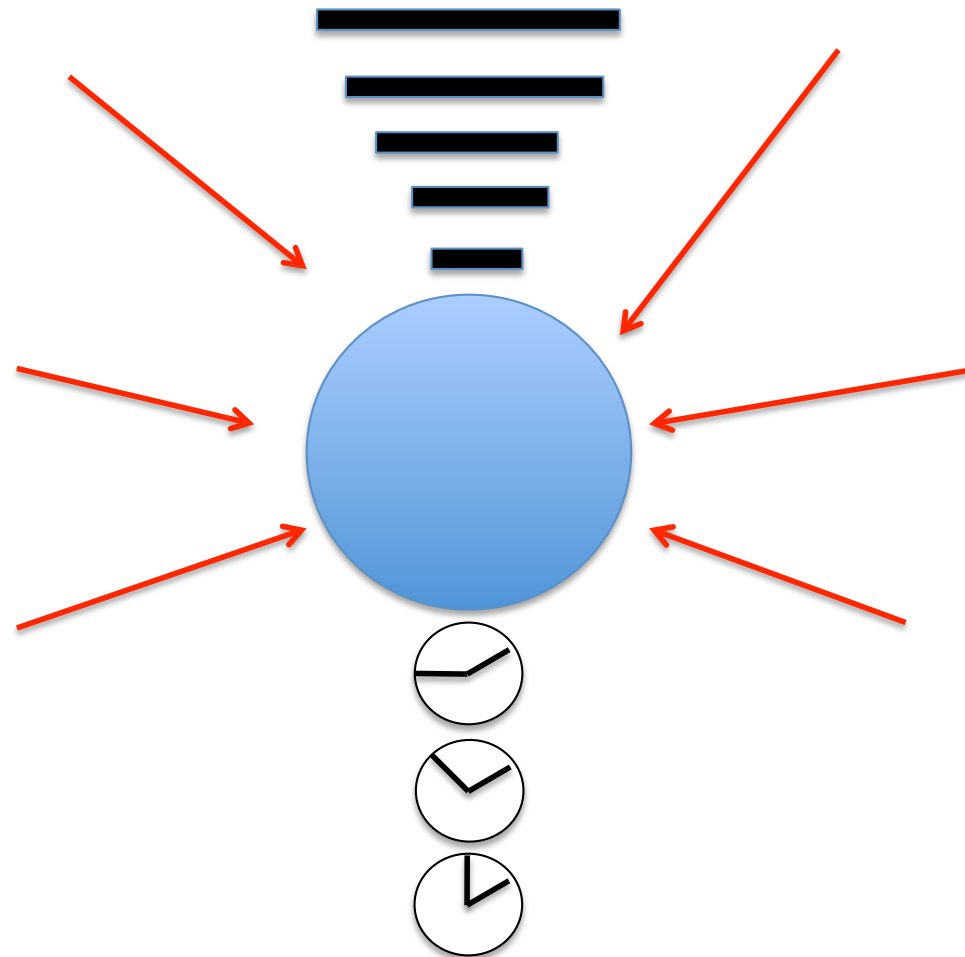
Diversamente dalla Relatività “Ristretta” la Relatività Generale è una teoria piuttosto complicata, che incorpora la Relatività Ristretta come caso particolare in assenza di gravitazione. (Allo stesso modo di come la meccanica classica è un caso particolare della relatività).

La complicazione si può vedere così:



In un sistema accelerato la velocità cambia da punto a punto e con essa gli effetti di relatività ristretta! → **lunghezze e durate ora dipendono DALLA POSIZIONE!!**

Per il **principio di relatività generale** (equivalenza), lo stesso deve avvenire in un campo gravitazionale (rispetto all'esempio precedente qui l'accelerazione aumenta con R^2 andando verso il centro invece che aumentare con R allontanandosene)



E' chiaro che in uno spazio così la geometria euclidea non vale più..

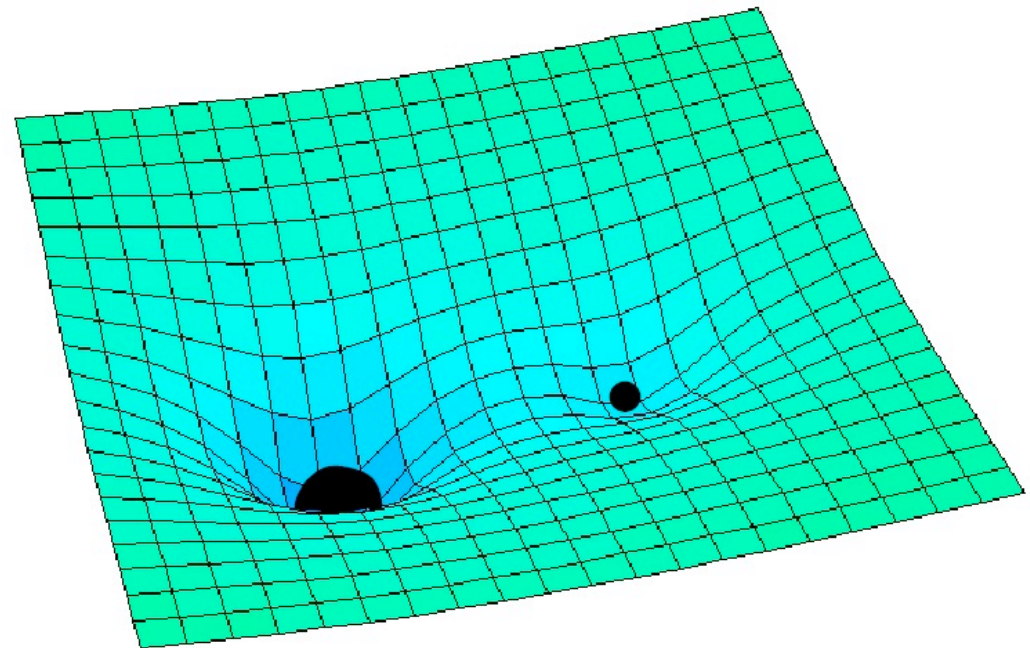
Lo spazio si CURVA! In altre parole, la somma degli angoli di un triangolo non è più 180 gradi e il percorso più breve tra due punti non è una linea retta (come accade p.es.sulla superficie di una sfera).

Se lo spazio è curvo i suoi effetti si vedono non solo sul moto dei corpi ma anche su quello della luce. P.es un raggio di luce in una cabina ACCELERATA fa un percorso non lineare ma parabolico: noto e intuitivo.

Quel che non è intuitivo è che per il principio di relatività generale (equivalenza) lo stesso **deve avvenire in un campo gravitazionale!!**

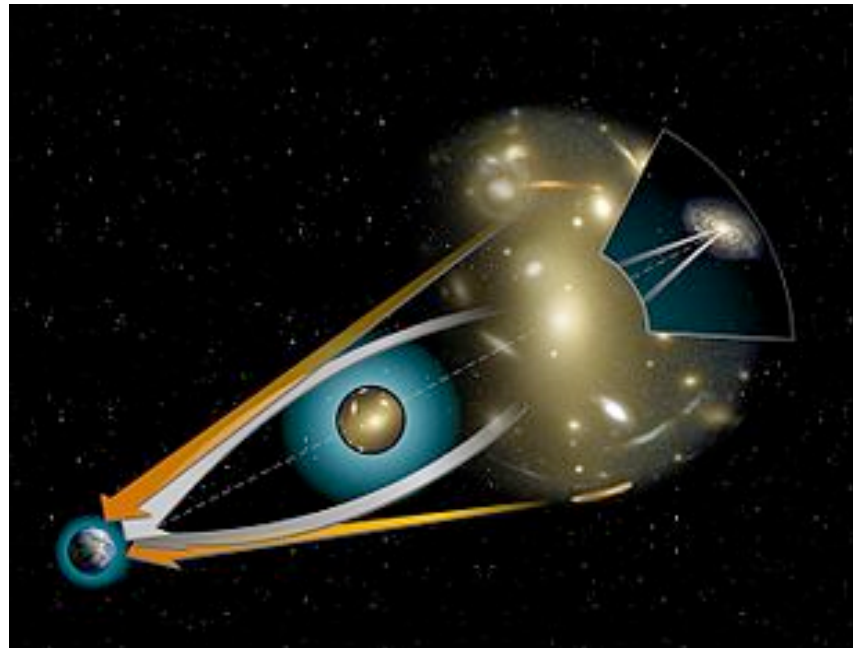
LA PRESENZA DI UNA MASSA INCURVA
LO SPAZIO!

(Lucrezio aveva torto... 😊
v. pag.2)



MA E' PROPRIO VERO O E' UN TRUCCO MATEMATICO?

E' proprio vero: la deflessione della luce delle stelle da parte del campo gravitazionale del sole fu provata nel 1919 durante un'eclissi totale



E' PROPRIO VERO! Senza le correzioni relativistiche che tengono conto del rallentamento degli orologi nel campo gravitazionale, i GPS non potrebbero funzionare!!

$$B' \rightarrow A'' : ds^2 = g_{00}(dx_0^0)^2 - 2g_{01}dx_0^0dx_1^1 + g_{11}(dx_1^1)^2 = 0 \quad (4.8)$$

$$A' \rightarrow A'' : d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{g_{00}(dx_1^0 + dx_2^0)}. \quad (4.9)$$

Dalle (4.7) e (4.8) ricaviamo

$$dx_1^0 = \frac{-g_{01}dx_1^1 \pm dx_1^1 \sqrt{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}}{g_{00}} \quad (4.10)$$

e

$$dx_2^0 = \frac{g_{01}dx_1^1 \pm dx_1^1 \sqrt{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}}{g_{00}} \quad (4.11)$$

da cui, scegliendo opportunamente i segni, si ottiene

$$dx_1^0 + dx_2^0 = \frac{2dx_1^1 \sqrt{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}}{g_{00}}.$$

Sostituendo, la (4.9) diventa

$$d\tau = \frac{2dx_1^1 \sqrt{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}}{c\sqrt{g_{00}}}.$$

A questo punto, definiamo ragionevolmente l'intervallo spaziale $d\ell$ come

$$d\ell = \frac{cd\tau}{2}$$

per cui otteniamo direttamente

$$d\ell = dx_1^1 \sqrt{\frac{g_{01}^2 - g_{00}g_{11}}{g_{00}}}$$

da cui

$$d\ell^2 = \left(-g_{11} + \frac{g_{01}^2}{g_{00}}\right)(dx_1^1)^2$$

Generalizzando in quattro dimensioni si ottiene

$$d\ell^2 = \left(-g_{\alpha\alpha} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\alpha}}{g_{00}}\right)dx^\alpha dx^\alpha.$$

Questo è l'elemento di distanza spaziale cercato; d'ora in poi indicheremo con lettere greche gli indici delle coordinate spaziali (x^1, x^2, x^3). Se poniamo

$$\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}}$$

si ricava

$$d\ell^2 = \gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta. \quad (4.12)$$

L'azione classica di una particella è data da

$$S = \int_{t_A}^{t_B} L dt, \quad (4.19)$$

mentre ricordiamo che l'azione relativistica è data da

$$S = -mc \int_{AB} ds,$$

essendo l'integrale esteso fra due eventi A e B . Confrontiamo le due azioni. Sostituendo la (4.8) nella (4.19) si ottiene

$$S = \int_{t_A}^{t_B} \left(-mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 - m\phi\right) dt = -mc \int_{t_A}^{t_B} \left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\phi}{c}\right) dt.$$

Il limite classico consiste allora nell'uguaglianza

$$ds = \left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\phi}{c}\right) dt.$$

Elevando al quadrato e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore (per $c \rightarrow +\infty$), si ottiene

$$\begin{aligned} ds^2 &= \left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\phi}{c}\right)^2 dt^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - v^2 dt^2 \\ &= \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \end{aligned}$$

A questo ds^2 corrisponde il tensore metrico

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{2\phi}{c^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

che può essere considerato il tensore metrico del limite classico. Naturalmente, anche le componenti $g_{\alpha\beta}$ subiscono correzioni del medesimo ordine, cioè $\frac{1}{c^2}$, rispetto alla metrica galileiana, ma il presente metodo non è in grado di valutarle.

Ricaviamo ora la componente G_{00} del tensore di Einstein per il suddetto tensore metrico. Un calcolo diretto (eseguito utilizzando il programma Tensori (vedi appendice B)) fornisce per i simboli di Christoffel non nulli le seguenti quantità:

$$\Gamma_{01}^0 = \Gamma_{10}^0 = \frac{1}{c^2 + 2\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x^1}, \quad \Gamma_{02}^0 = \Gamma_{20}^0 = \frac{1}{c^2 + 2\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x^2}$$

MA E' ANCHE INESAURIBILE FONTE DI STUPORE E ISPIRAZIONE!!!
Grazie, Albert!



Interstellar
Christopher Nolan
2014