Fisica Generale B

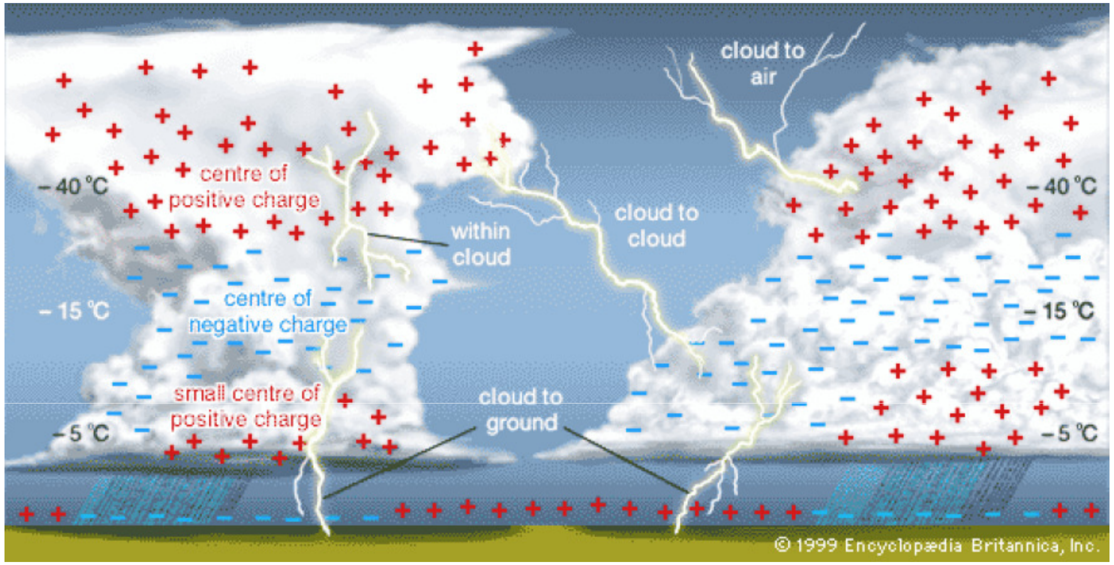
Elettrostatica

Scuola di Ingegneria e Architettura

UNIBO – Cesena

Anno Accademico 2014 – 2015

La carica elettrica

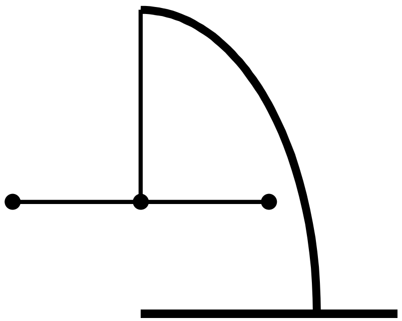


Strofinando una bacchetta di ambra (in greco ηλεκτρον, electron), ebanite o vetro con un panno di lana o seta, essa acquista la proprietà di attrarre corpi leggeri, come pezzetti di carta.

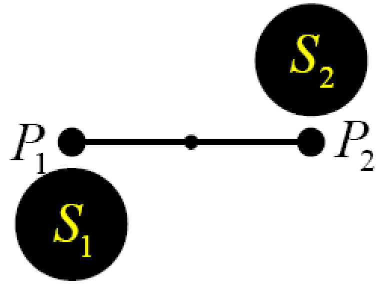
Tale fenomeno, noto con il nome di triboelettricità, era noto già ai tempi di Talete (VI secolo a.C.).

Pendolo elettrostatico: pallina di sambuco appesa ad un filo di seta.

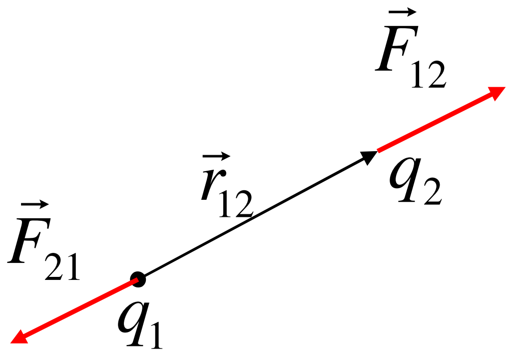
Legge di Coulomb



Charles Augustin de Coulomb
(1736 – 1806)



$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\,\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\,\hat{r}_{12}}$$



Henry Cavendish (1731 – 1810)

Legge di Coulomb

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

Unità di misura

Nel SI si assume come grandezza fisica fondamentale dell'elettromagnetismo la corrente elettrica, la cui unità di misura è l'ampere (A) che definiremo più avanti. Da questa si ricava l'unità di misura della carica elettrica: il coulomb (C).

Un coulomb è la carica che, attraversando in un secondo una sezione ortogonale al suo flusso, produce una corrente di 1 A.

1C=1A x 1s

Sperimentalmente se

- $q_1 = q_2 = 1C$
- $r_{12} = 1m$,

allora $k = F_{12}$.

$$k = 8.99 \times 10^9 \; Nm^2/C^2$$

Per ragioni che vedremo più avanti si definisce la costante : $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi k}$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \; \underbrace{C^2/(Nm^2)}_{A^2 kg^{-1} m^{-3} s^4}$$

Quindi: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}}$$

Legge di Coulomb

…in un mezzo omogeneo diverso dal vuoto

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

ε = *costante dielettrica del mezzo interposto tra le cariche.*

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$; *con* ε_r = *costante dielettrica relativa.*

Alcuni esempi:

Materiale	ε_r
ARIA	1,0059
POLISTIROLO	2,5
CARTA PARAFFINATA	2,5 ÷ 6
MICA	6,8
Pentossido di TANTALIO	26
CERAMICA	35 ÷ 50.000

Materiali impiegati per costruire condensatori

Legge di Coulomb

Intensità della forza elettrostatica

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

Se $q_1 = q_2 = 1C$ *e* $r_{12} = 1m$

allora $k = F_{12}$

$$F_{12} = 8.99\times10^{9}\,N$$

$$\vec{F}_{12}^{(g)} = -\gamma\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

Se $m_1 = m_2 = 1kg$ *e* $r_{12} = 1m$

allora $\gamma = F_{12}^{(g)}$

$$F_{12}^{(g)} = 6.67\times10^{-11}\,N$$

Se consideriamo due protoni

$q_p = 1{,}602 \times 10^{-19}\,C$

$m_p = 1{,}6726231 \times 10^{-27}\,kg$

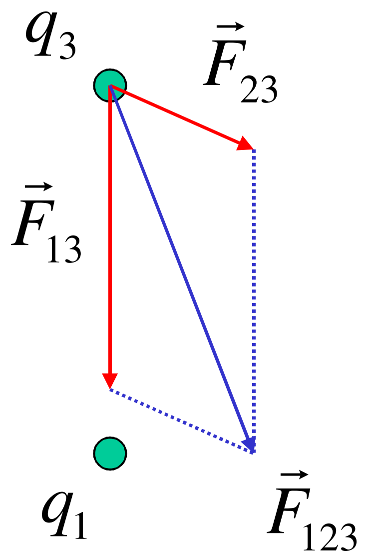
Dimensioni nucleari $10^{-14}\,m$

$$F_{12} = 2.30N$$

$$F_{12}^{(g)} = 1.87\times10^{-36}\,N$$

Legge di Coulomb

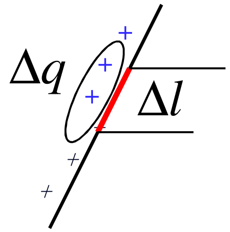
Principio di sovrapposizione



La forza con cui due cariche interagiscono non viene alterata dalla presenza di altre cariche.

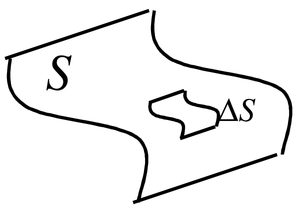
q_2

Densità di carica



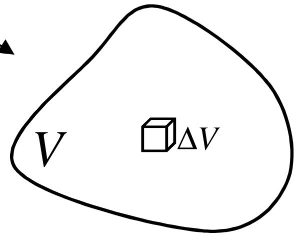
$$\lambda = \frac{dq}{dl} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$$

Densità lineare (C/m)



$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}$$

Densità superficiale (C/m^2)

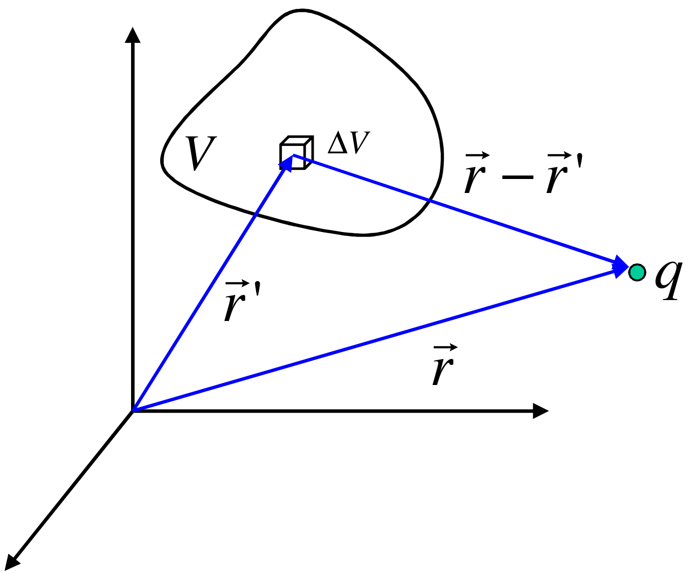


$$\rho = \frac{dq}{dV} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

Densità volumetrica (C/m^3)

Legge di Coulomb

Principio di sovrapposizione



$$d\vec{E}_{(\rho dV)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho(\vec{r}\,')\,dV}{\left\|\vec{r}-\vec{r}\,'\right\|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')$$

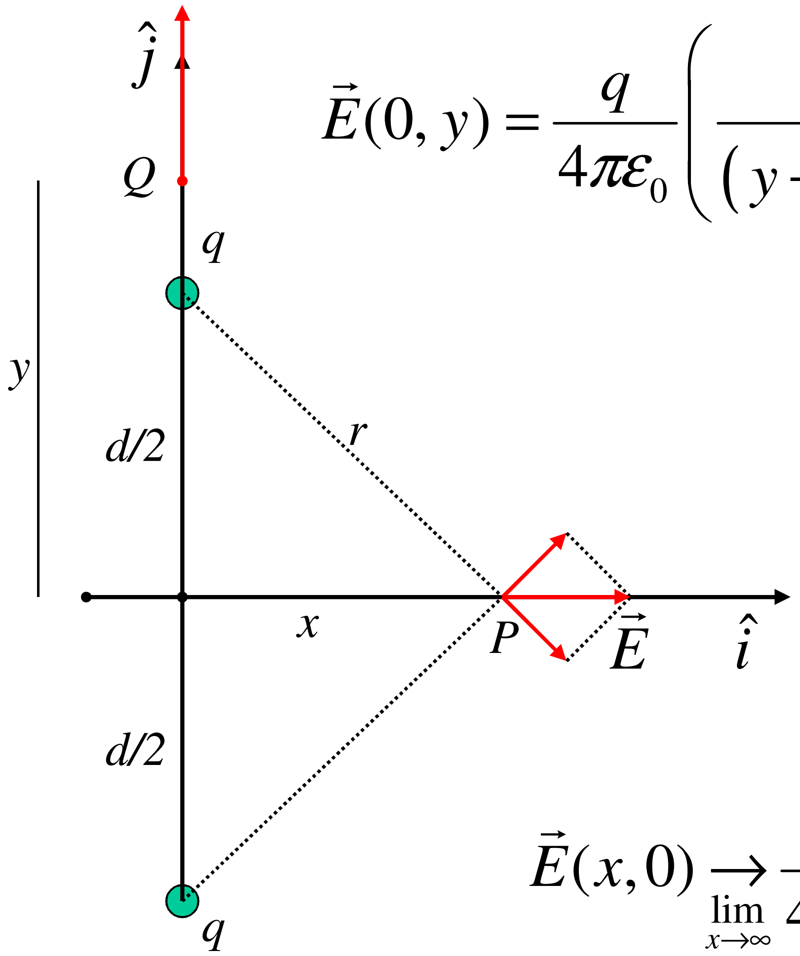
$$d\vec{F}_{(\rho dV)q} = q\,d\vec{E}_{(\rho dV)}$$

Leggi elementari di Coulomb (?)

La forza totale prodotta su q dalla carica Q contenuta nel volume V è data dalla somma dei contribuiti di tutti i volumetti infinitesimi.

$$\vec{F}_{Qq} = q\vec{E}_Q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\vec{r}\,')}{\left\|\vec{r}-\vec{r}\,'\right\|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')\,dV$$

Due cariche uguali



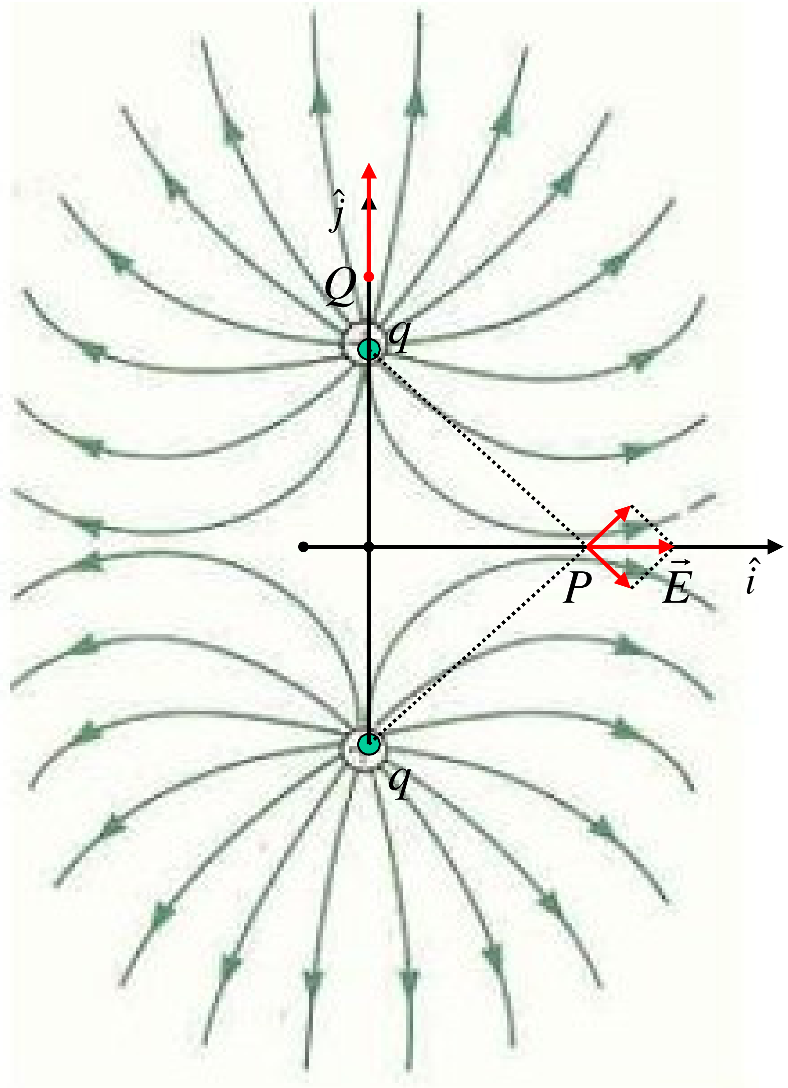
$$\vec{E}(0,y) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\left(y-d/2\right)^2}\frac{y-d/2}{\left|y-d/2\right|} + \frac{1}{\left(y+d/2\right)^2}\frac{y+d/2}{\left|y+d/2\right|}\right)\hat{j}$$

$$\vec{E}(0,0) = \vec{0}$$

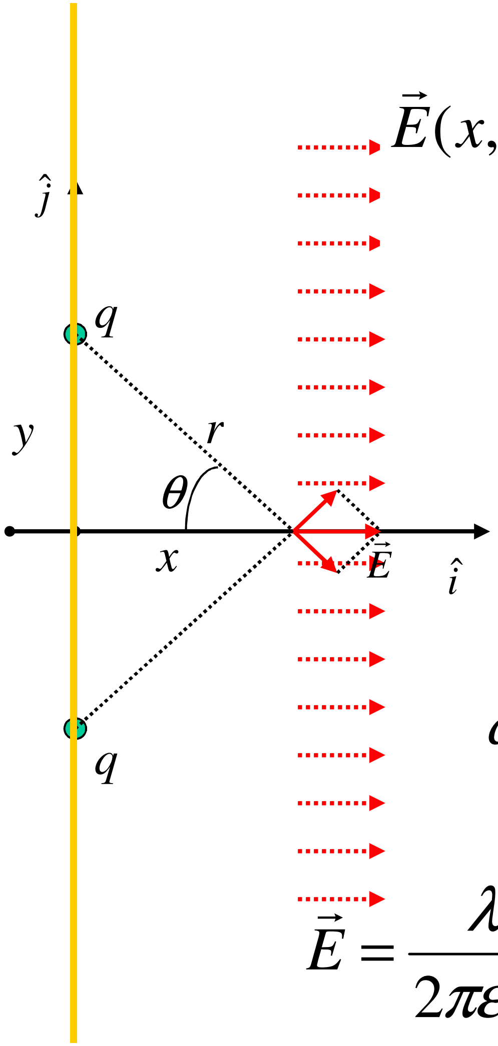
$$\vec{E}(x,0) = \frac{2qx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+d^2/4\right)^{3/2}}\hat{i} = \frac{2qx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{i}$$

$$\vec{E}(x,0) \underset{x\to\infty}{\xrightarrow{\lim}} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2}\hat{i} \qquad \vec{E}(0,y) \underset{y\to\infty}{\xrightarrow{\lim}} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y^2}\hat{j}$$

Due cariche uguali



Filo di lunghezza infinita



$$\vec{E}(x,0) = \frac{2qx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+y^2\right)^{3/2}}\hat{i} \qquad = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i}$$

$$q = \lambda dy$$

$$x = r\cos\theta$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2\theta}{x^2} \qquad \frac{dy}{r^2} = \frac{d\theta}{x}$$

$$y = x\tan\theta \quad \Rightarrow \quad dy = x\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$$

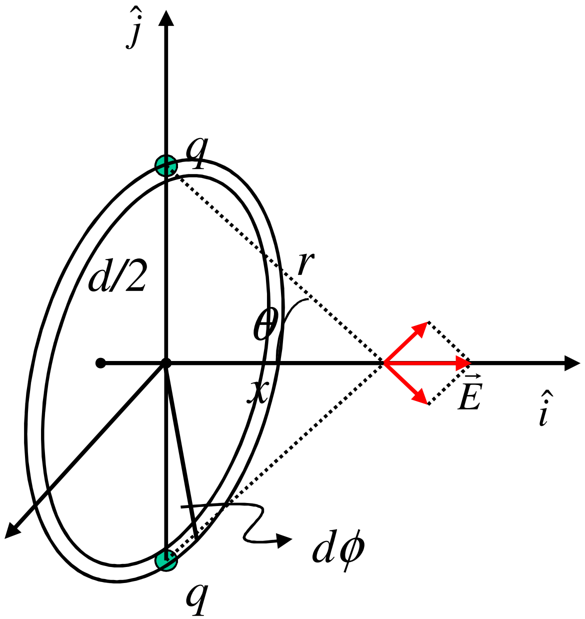
$$d\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dy}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i} \quad = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta d\theta\hat{i}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\int_0^{\pi/2}\cos\theta d\theta\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}(x,y) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x}\hat{i}}$$

Anello carico

$$\vec{E}(x,0) = \frac{2qx}{4\pi\varepsilon_0 \left(x^2 + d^2/4\right)^{3/2}}\hat{i} \quad = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i}$$



$$d/2 = R$$
$$q = \lambda ds = \lambda R d\phi$$
$$q_T = \lambda 2\pi R$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda R d\phi}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i}$$

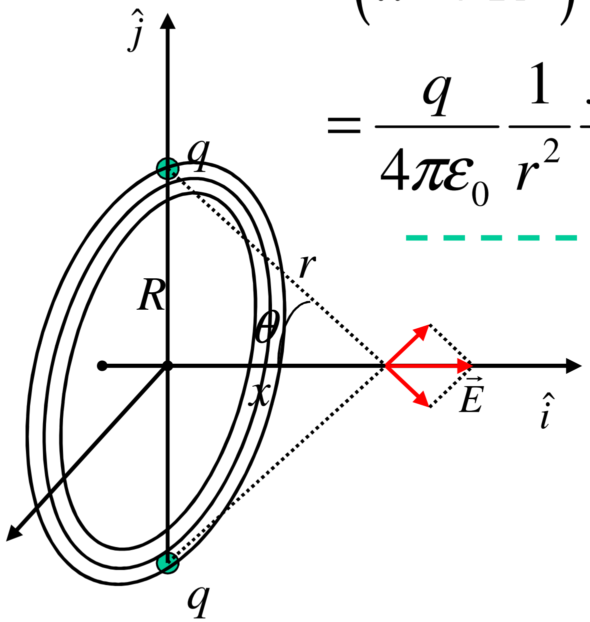
$$\vec{E} = \frac{\lambda R}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\int_0^{\pi} d\phi\,\hat{i} \quad = \frac{\lambda\pi R}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}(x,0,0) = \frac{q_T}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}\hat{i}}$$

Disco carico

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\hat{i}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i}$$



$$q = \sigma 2\pi y dy \qquad x = r\cos\vartheta$$

$$y = x\tan\vartheta \quad \Rightarrow \quad dy = x\frac{d\vartheta}{\cos^2\vartheta}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2\vartheta}{x^2} \qquad \frac{ydy}{r^2} = \tan\vartheta d\vartheta$$

$$d\vec{E} = \frac{\sigma 2\pi y dy}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{ydy}{r^2}\frac{x}{r}\hat{i}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^\theta \sin\vartheta d\vartheta\hat{i} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\theta)\hat{i}$$

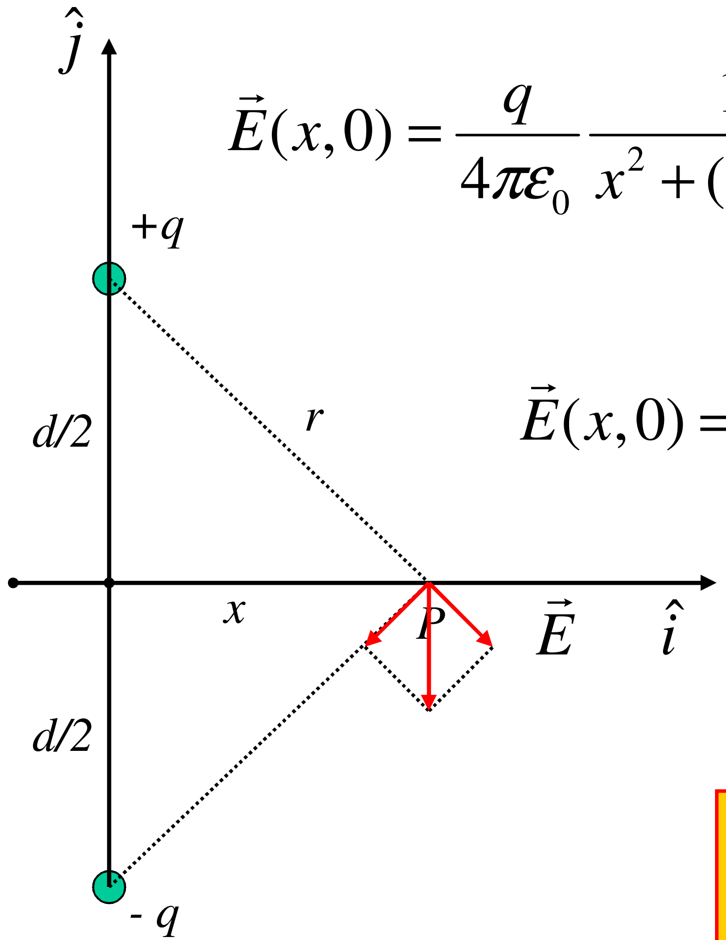
$$\boxed{\vec{E}(x,0,0) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\frac{x}{|x|}\hat{i}}$$

Se $x \ll R$

oppure $R \to \infty$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Dipolo elettrico



$$\vec{E}(x,0) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2+(d/2)^2}\left(-\frac{d/2}{\sqrt{x^2+(d/2)^2}}-\frac{d/2}{\sqrt{x^2+(d/2)^2}}\right)\hat{j}$$

$$\vec{E}(x,0) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{r^3}\hat{j}$$

$$E(x,0) \xrightarrow[\lim_{x\to\infty}]{} \propto \frac{1}{|x^3|}$$

Momento di dipolo elettrico: $\vec{p} = qd\hat{j}$

$$\boxed{\vec{E}(x,0) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3}}$$