Fisica Generale A

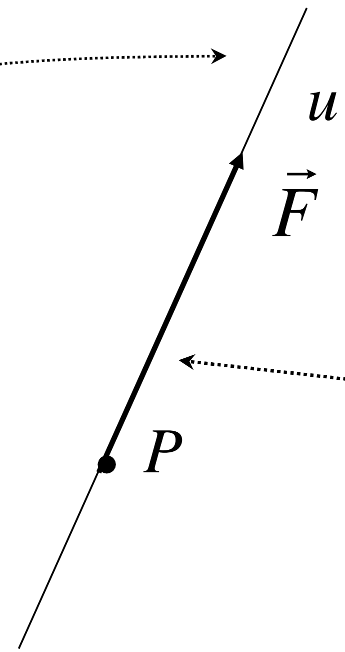
Vettori applicati

Scuola di Ingegneria e Architettura

UNIBO – Cesena

Anno Accademico 2015 – 2016

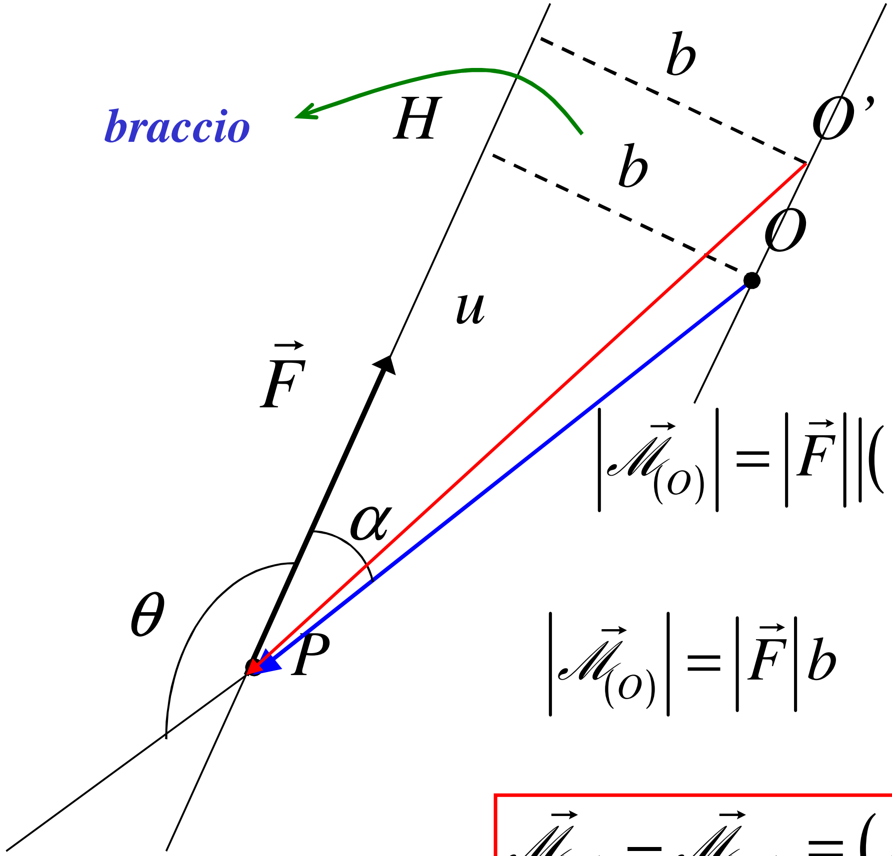
Vettori applicati



Vettore + punto di applicazione = vettore applicato

u = *Retta di applicazione (o di azione)*

Vettori applicati



$$|sen\alpha| = \frac{b}{|(P-O)|}$$

Momento di un v. a.

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = (P-O)\wedge\vec{F}$$

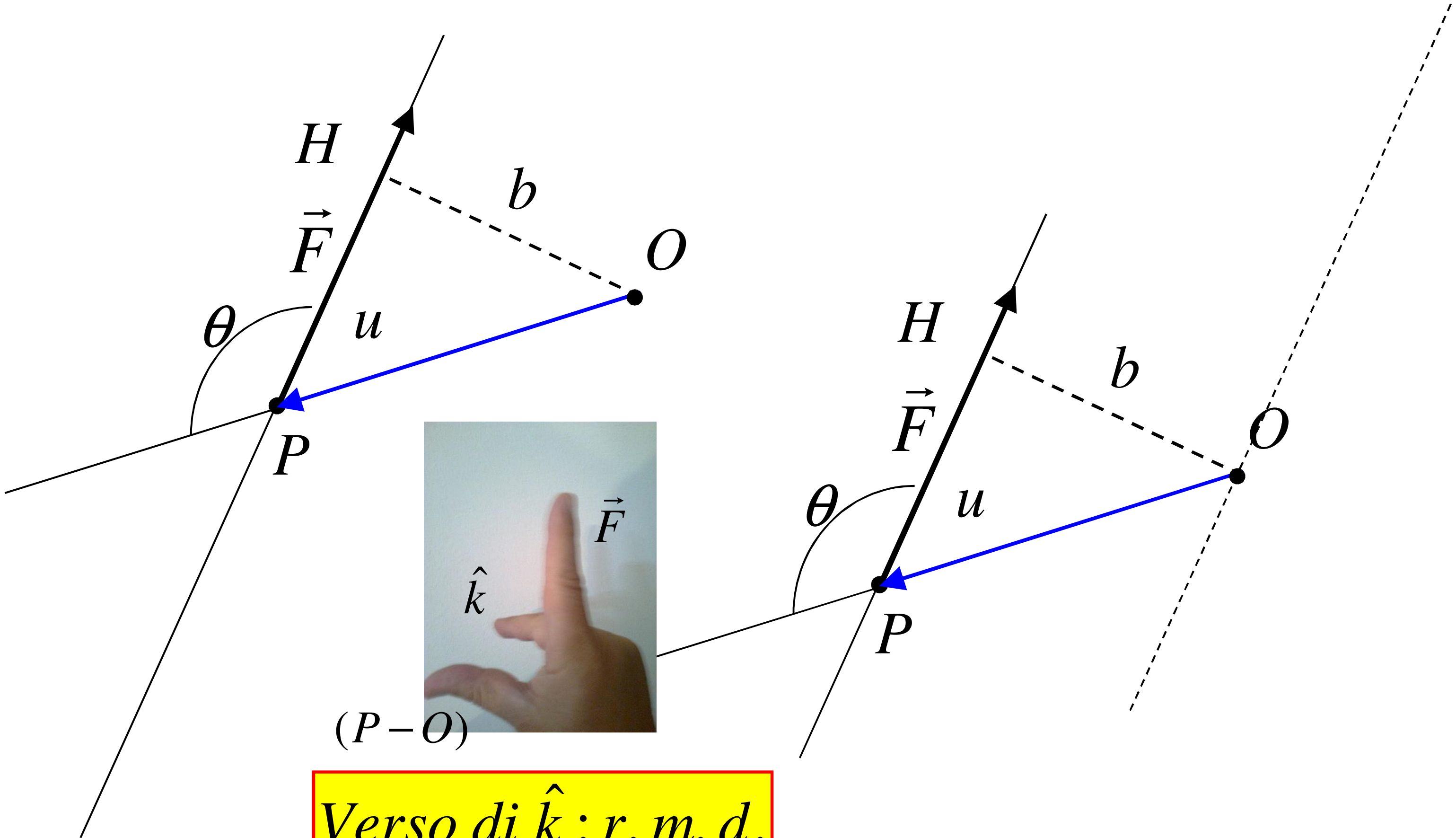
$$\left|\vec{\mathscr{M}}_{(O)}\right| = \left|\vec{F}\right|\left|(P-O)\right|\left|sen\theta\right| = \left|\vec{F}\right|\left|(P-O)\right|\left|sen\alpha\right|$$

$$\left|\vec{\mathscr{M}}_{(O)}\right| = \left|\vec{F}\right| b \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \vec{\mathscr{M}}_{(O)} = \text{cost}\ \forall P\in u \\ \vec{\mathscr{M}}_{(O)} = \vec{\mathscr{M}}_{(O')} \quad se \quad (O'-O)\parallel u \end{array}$$

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} - \vec{\mathscr{M}}_{(O')} = (P-O)\wedge\vec{F} - (P-O')\wedge\vec{F} =$$
$$= \left[(P-O)-(P-O')\right]\wedge\vec{F} = (O'-O)\wedge\vec{F} = \vec{0}$$

Vettori applicati

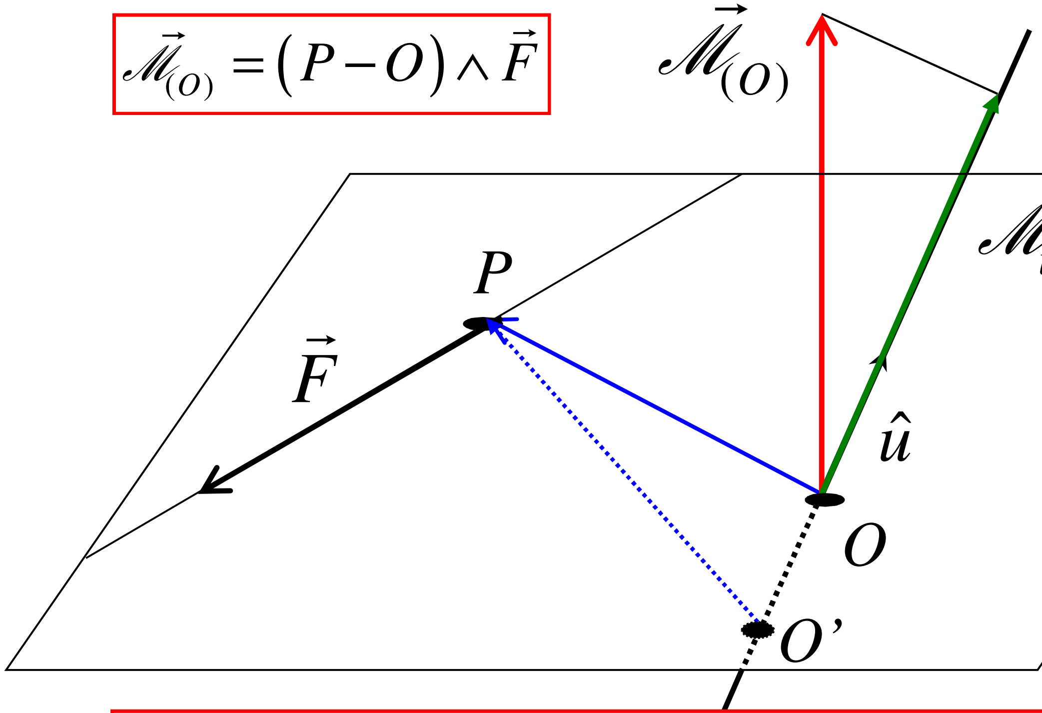
$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = (P-O)\wedge\vec{F} = Fb\hat{k} \quad \hat{k}\perp\vec{F}; \quad \hat{k}\perp(P-O)$$



$Verso\ di\ \hat{k} : r.m.d.$

Vettori applicati

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = (P-O)\wedge\vec{F}$$



Momento assiale

$$\mathscr{M}_u = (P-O)\wedge\vec{F}\cdot\hat{u}$$

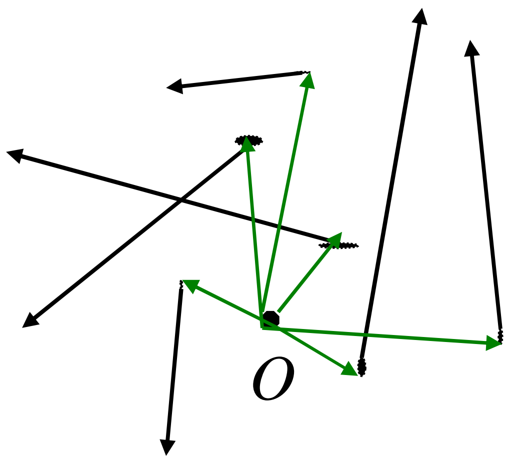
$$\forall\ O \in u$$

$$\mathscr{M}_u - \mathscr{M}_{u'} = (P-O)\wedge\vec{F}\cdot\hat{u} - (P-O')\wedge\vec{F}\cdot\hat{u} =$$

$$= \left[(P-O)-(P-O')\right]\wedge\vec{F}\cdot\hat{u} =$$

$$= (O'-O)\wedge\vec{F}\cdot\hat{u} = 0 \quad poichè \quad \left[(O'-O)\wedge\vec{F}\right]\perp\hat{u}$$

Vettori applicati



Dato un insieme di vettori $F_1 \ldots F_n$, applicati nei punti $P_i \ldots P_n$, si definisce:

Vettore risultante

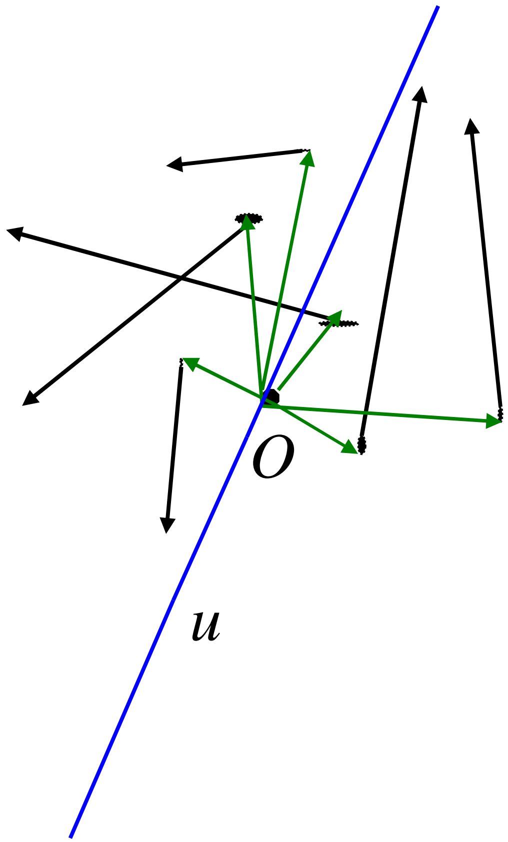
$$\vec{\mathscr{R}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Scelto un centro di riduzione O si definisce:

Momento risultante

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = \sum_{i=1}^{n} (P_i - O) \wedge \vec{F}_i$$

Vettori applicati



Scelta una retta u passante per O si definisce:

Momento assiale risultante

$$\mathscr{M}_u = \sum_{i=1}^{n} (P_i - O) \wedge \vec{F}_i \cdot \vec{u}$$

$$\forall\, O \in u$$

Vettori applicati

Momento risultante e centri di riduzione diversi

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O')} - \vec{\mathscr{M}}_{(O)} = \sum_{i=1}^{n} (P_i - O') \wedge \vec{F}_i - \sum_{i=1}^{n} (P_i - O) \wedge \vec{F}_i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[(P_i - O') \wedge \vec{F}_i - (P_i - O) \wedge \vec{F}_i \right] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[(P_i - O') - (P_i - O) \right] \wedge \vec{F}_i =$$

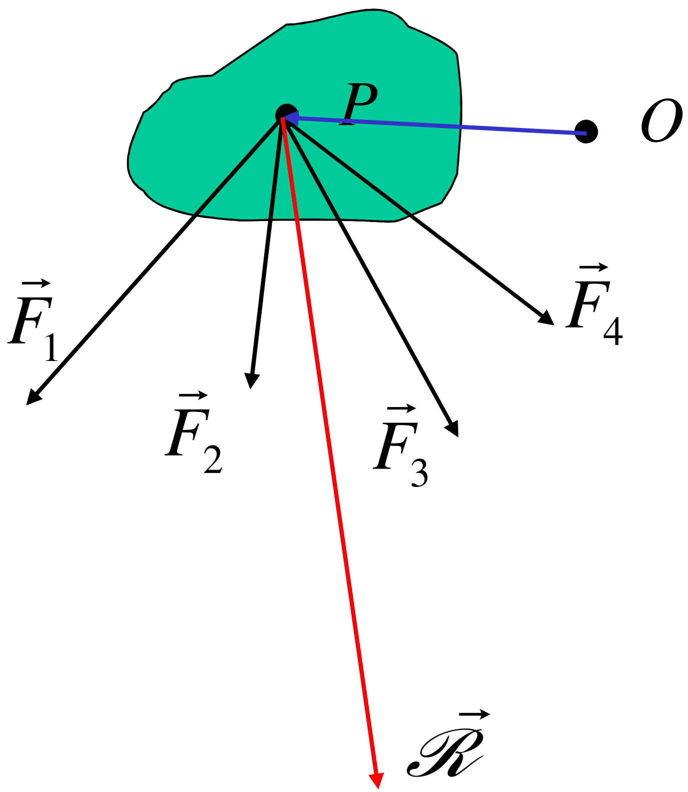
$$= \sum_{i=1}^{n} (O - O') \wedge \vec{F}_i = (O - O') \wedge \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

$$\boxed{\vec{\mathscr{M}}_{(O')} = \vec{\mathscr{M}}_{(O)} + (O - O') \wedge \vec{\mathscr{R}}}$$

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O')} = \vec{\mathscr{M}}_{(O)} \ se: \begin{cases} \vec{\mathscr{R}} = \vec{0} \\ \hline oppure \ (O - O') \parallel \vec{\mathscr{R}} \end{cases}$$

Vettori applicati

Insiemi equivalenti:
hanno uguale risultante e uguale momento risultante

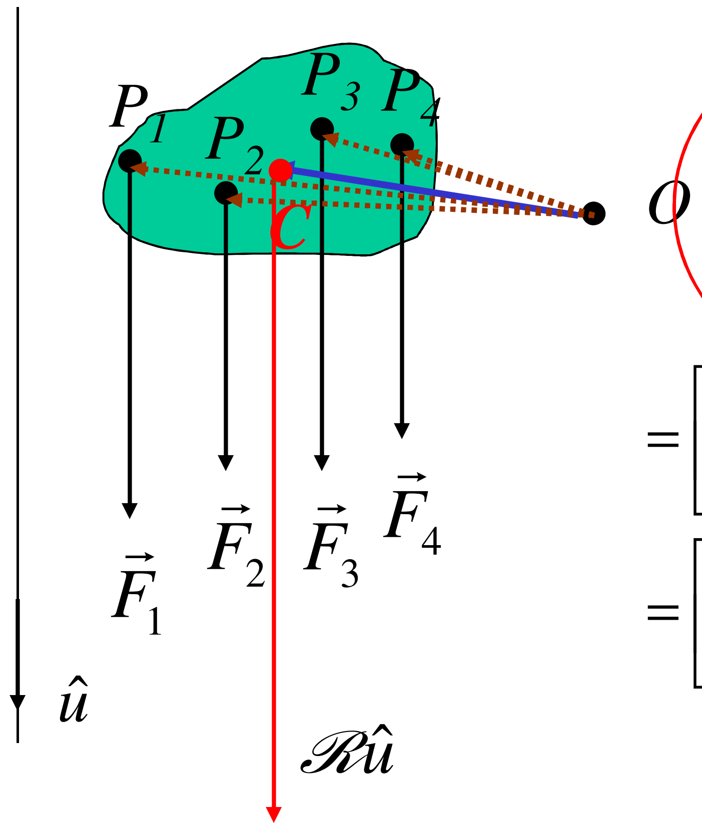


$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{\mathscr{R}}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (P-O) \wedge \vec{F}_i = (P-O) \wedge \vec{\mathscr{R}}$$

Vettori applicati

Insiemi equivalenti:
hanno uguale risultante e uguale momento risultante



$$\sum_{i=1}^{n} \vec F_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \hat u = \mathscr{R}\hat u$$

$$\sum_{i=1}^{n} (P_i - O)\wedge \vec F_i =$$

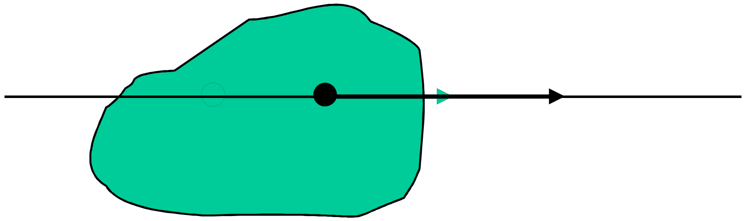
$$= \left[\sum_{i=1}^{n} F_i (P_i - O)\right]\wedge \hat u =$$

$$= \left[\frac{1}{\mathscr{R}}\sum_{i=1}^{n} F_i (P_i - O)\right]\wedge \mathscr{R}\hat u = (C-O)\wedge \vec{\mathscr{R}}$$

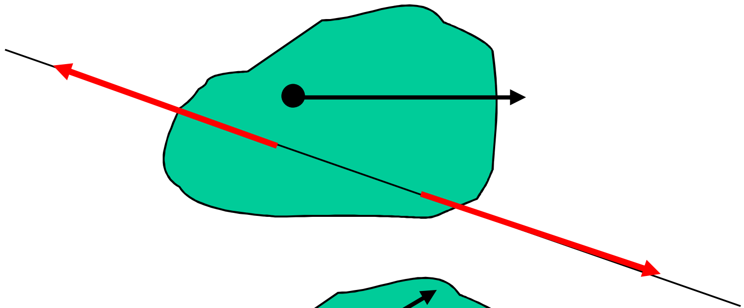
$$(C-O) = \frac{1}{\mathscr{R}}\sum_{i=1}^{n} F_i (P_i - O)$$

Vettori applicati

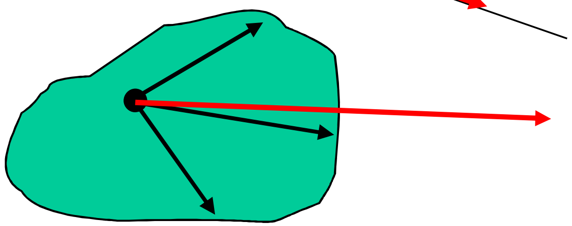
"Trucchi" per modificare un insieme di vettori applicati senza modificare risultante e momento risultante.



Spostamento del punto di applicazione lungo la retta d'azione



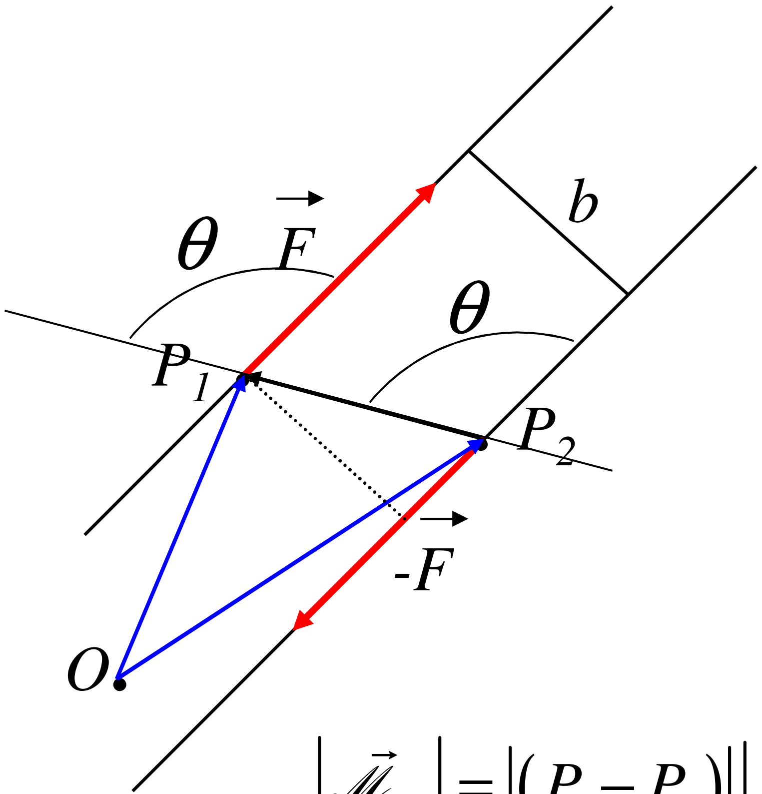
Aggiunta di due vettori uguali opposti con la stessa retta d'azione



Sostituzione di un insieme di vettori applicati in un punto con la loro risultante, applicata nello stesso punto.

Vettori applicati

Coppia di Vettori



$$\vec{\mathscr{R}} = \vec{F} - \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = (P_1 - O) \wedge \vec{F} + (P_2 - O) \wedge (-\vec{F}) =$$

$$= \left[(P_1 - O) - (P_2 - O) \right] \wedge \vec{F}$$

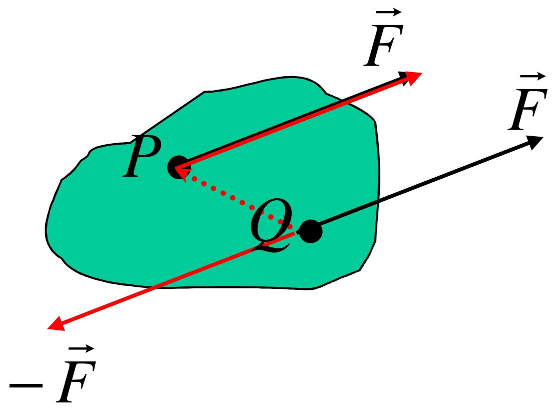
$$\vec{\mathscr{M}}_{(O)} = (P_1 - P_2) \wedge \vec{F}$$

$$\left| \vec{\mathscr{M}}_{(O)} \right| = \left| (P_1 - P_2) \right| \left| \vec{F} \right| \left| sen\theta \right|$$

$$\left| \vec{\mathscr{M}}_{(O)} \right| = Fb$$

Vettori applicati

Coppie di Vettori



Un vettore $\vec{F}$ *applicato in un punto P è equivalente allo stesso vettore* $\vec{F}$ *applicato in un punto qualunque Q, più una coppia di momento*

$$\vec{\mathscr{M}} = (P - Q) \wedge \vec{F}$$

Un insieme di coppie di vettori di momento risultante $\vec{\mathscr{M}}$ *è equivalente ad una unica coppia di momento Fb vers(*$\vec{\mathscr{M}}$*), con Fb=* $\left|\vec{\mathscr{M}}\right|$

Vettori applicati

Insiemi equivalenti

Un insieme di vettori applicati si può sempre ridurre a un sistema costituito da un vettore e una coppia.

Nel caso di forze applicate a sistemi rigidi, due insiemi di forze diverse ma equivalenti (cioè aventi la stessa risultante e lo stesso momento risultante), sono sostituibili agli effetti del moto o dello stato di equilibrio.

http://www.lorenzoroi.net/geometria/java/Vettori.html