Fisica Generale A

Forze - Statica

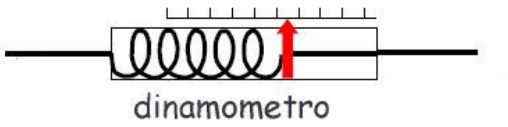
Scuola di Ingegneria e Architettura

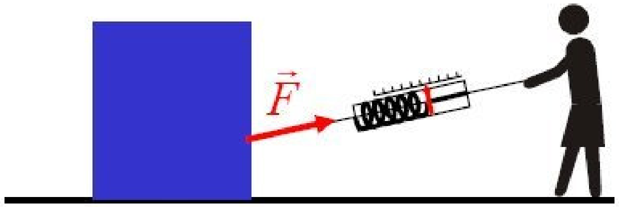
UNIBO – Cesena

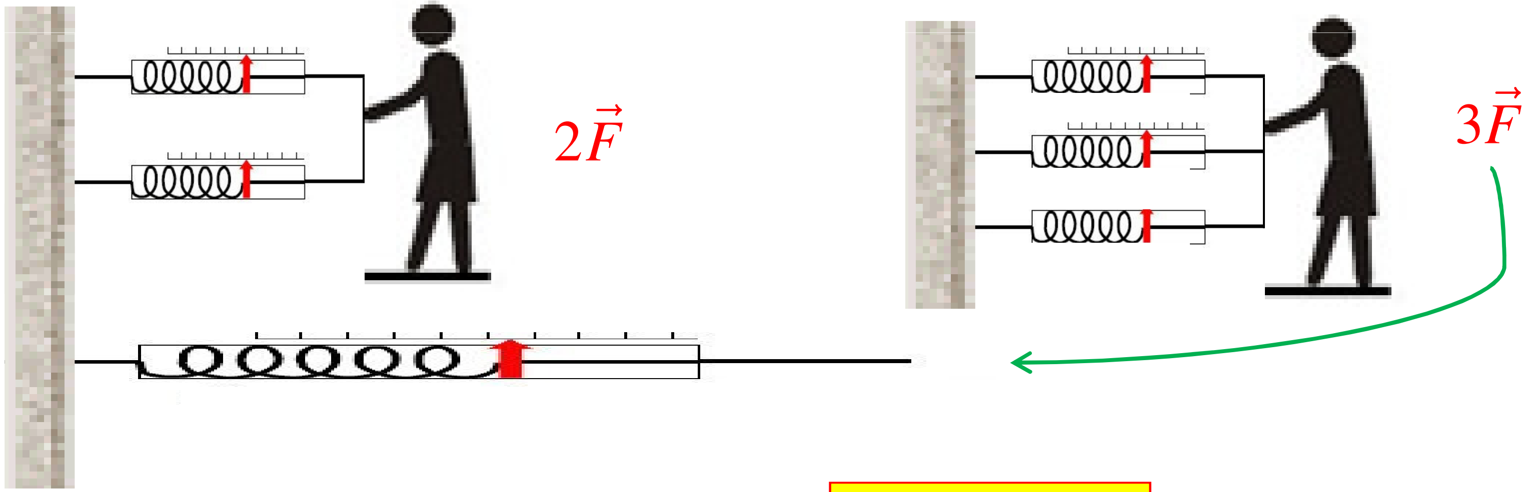
Anno Accademico 2015 – 2016

Forze

Forze – Il dinamometro



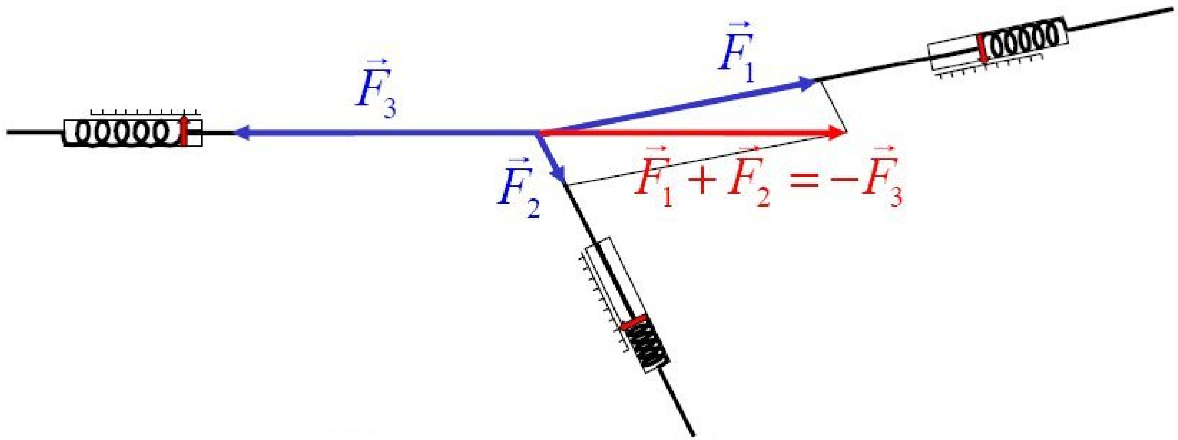




Legge di Hooke: $\boxed{\vec{F} = -k\overrightarrow{\Delta l}}$

Forze

Forze – Hanno natura vettoriale



Forze

Vari tipi di forza

Forze attive: *quelle che tendono a cambiare lo stato di moto di un sistema meccanico*

Forze { *vincolari*, *d'attrito*. *si oppongono alle precedenti. Si annullano in assenza di forze attive.*

NB: La fisica moderna riduce tutte le forze alla categoria delle forze attive!

Forze

Vari tipi di forza

In un sistema di punti materiali si definiscono:

Forze interne: *le forze esercitate da una parte del sistema su un'altra parte dello stesso sistema.*

Forze esterne: *le forze esercitate sul sistema o su una parte di esso, da parte di corpi non appartenenti al sistema.*

Forze

Vari tipi di forza

Quando studieremo la dinamica dei sistemi meccanici parleremo di:

Forze reali: *dovute all'interazione tra sistemi diversi o parti diverse di un sistema.*

Forze apparenti: *non dovute all'interazione tra corpi ma dipendenti dal sistema di riferimento prescelto.*

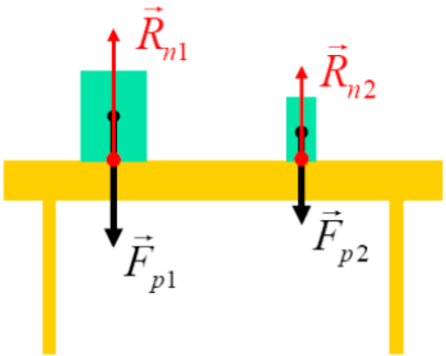
Forze

Forze vincolari

Un vincolo impedisce alcuni movimenti del corpo considerato e ne consente altri (es.: rotaia treno, cardine porta, piano su cui è appoggiato un oggetto, ecc.).

Per impedire i movimenti vietati dei corpi, i vincoli debbono esercitare sui corpi delle forze, dette forze vincolari o reazioni vincolari.

Le forze vincolari sono a priori sconosciute, in quanto debbono adeguarsi alle circostanze per neutralizzare le forze attive che potrebbero causare movimenti vietati.



$\vec{R}_{n1} > \vec{R}_{n2}$

Forze

Forze di attrito

Le forze di attrito si sviluppano sulla superfici dei corpi, tangenzialmente ad esse, ostacolandone il movimento.

- *Attrito interno: si esplica tra i vari strati di un fluido, dovuto alla viscosità (es.: differente comportamento tra acqua e miele).*
- *Attrito del mezzo: resistenza viscosa ($\mathbf{F} \propto \mathbf{v}$) o resistenza idraulica ($\mathbf{F} \propto \mathbf{v}^2$) alla quale è soggetto un corpo in moto entro un fluido viscoso.*
- *Attrito radente: quando due corpi solidi sono sollecitati a strisciare l'uno sull'altro, sulle superfici di contatto si sviluppano forze tangenziali dovute alle asperità e alle forze di adesione che si esercitano tra le 2 superfici.*
- *Attrito volvente: si osserva in un cilindro che rotola senza strisciare su di una superficie. È dovuto alla non perfetta elasticità dei corpi a contatto.*

Forze fondamentali della natura

Forze fondamentali

- Esistono **in natura 4 forze fondamentali**:

	forza grazitazionale	forza nucleare debole	forza elettromagnetica	forza nucleare forte
particella scambiata	gravitone G	bosoni vettori intermedi W^+, W^-, Z^0	fotone γ	gluoni g
raggio d'azione	∞	10^{-16} cm	∞	10^{-13} cm
intensità a piccola distanza (10^{-13} cm)	10^{-38}	10^{-13}	10^{-2}	1

Statica

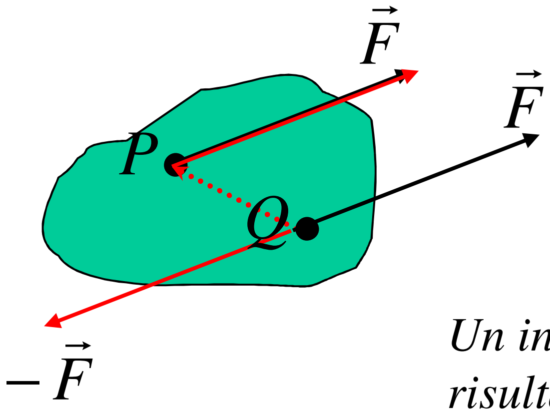
Equilibrio: *se un sistema inizialmente in quiete in un dato SdR, pur soggetto a forze rimane in quiete, allora esso si trova in uno stato di equilibrio*

Statica

studio delle forze nei sistemi in stato di equilibrio

Vettori applicati

Coppie di Vettori



Un vettore $\vec{F}$ applicato in un punto P è equivalente allo stesso vettore $\vec{F}$ applicato in un punto qualunque Q, più una coppia di momento

$$\vec{\mathscr{M}} = (P - Q) \wedge \vec{F}$$

Un insieme di coppie di vettori di momento risultante $\vec{\mathscr{M}}$ è equivalente ad una unica coppia di momento Fb vers($\vec{\mathscr{M}}$), con Fb=$\left\|\vec{\mathscr{M}}\right\|$

Un insieme di vettori applicati si può sempre ridurre a un sistema costituito da un vettore e una coppia.

Nel caso di forze applicate a sistemi rigidi, due insiemi di forze diverse ma equivalenti (cioè aventi la stessa risultante e lo stesso momento risultante), sono sostituibili agli effetti del moto o dello stato di equilibrio.

Statica

Regole della statica

***Regola 1**: sostituendo a due forze applicate in uno stesso punto materiale la loro somma vettoriale applicata nel medesimo punto, o viceversa, non si altera l'equilibrio del punto materiale né del corpo di cui esso può far parte.*

***Regola 2**: spostando una forza lungo la sua retta di applicazione non si altera l'equilibrio del corpo rigido su cui la forza agisce.*

Statica

Equilibrio di un corpo rigido

Dato un insieme di forze, il calcolo della loro risultante e del loro momento risultante rispetto ad un centro di riduzione O può fornire i seguenti risultati:

$$\vec{\mathscr{R}} \neq \vec{0} \quad , \quad \vec{\mathscr{M}}_{(O)} \neq \vec{0}$$

$$\vec{\mathscr{R}} \neq \vec{0} \quad , \quad \vec{\mathscr{M}}_{(O)} = \vec{0}$$

$$\vec{\mathscr{R}} = \vec{0} \quad , \quad \vec{\mathscr{M}}_{(O)} \neq \vec{0}$$

$$\vec{\mathscr{R}} = \vec{0} \quad , \quad \vec{\mathscr{M}}_{(O)} = \vec{0}$$

Sperimentalmente:

Un corpo rigido non è mai in equilibrio se è sottoposto:

(i) a una sola forza,
(ii) o a una sola coppia,
(iii) o ad una forza e una coppia,
mentre lo è sempre in assenza di forze.

Le forze interne, che assicurano la condizione di rigidità del corpo, sono ininfluenti ai fini dell'equilibrio del corpo rigido.

Statica

Equazioni cardinali della statica

Condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un punto materiale è che si annulli la risultante $\mathscr{R}$ di tutte le forze ad esso applicate.

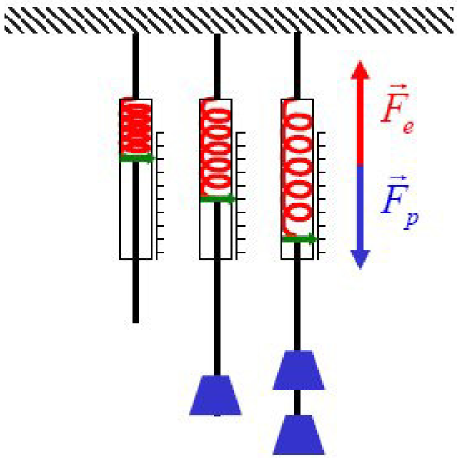
$$\Longleftrightarrow \quad \vec{\mathscr{R}} = \vec{0}$$

Condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un corpo rigido è che si annullino la risultante $\mathscr{R}^{(e)}$ ed il momento risultante $\mathscr{M}^{(e)}$ di tutte le forze esterne ad esso applicate.

$$\Longleftrightarrow \quad \begin{cases} \vec{\mathscr{R}}^{(e)} = \vec{0} \\ \vec{\mathscr{M}}^{(e)} = \vec{0} \end{cases}$$

Forza Peso

La forza peso, o semplicemente il peso, è determinata dall'attrazione gravitazionale esercitata su un corpo dal pianeta su cui si trova.

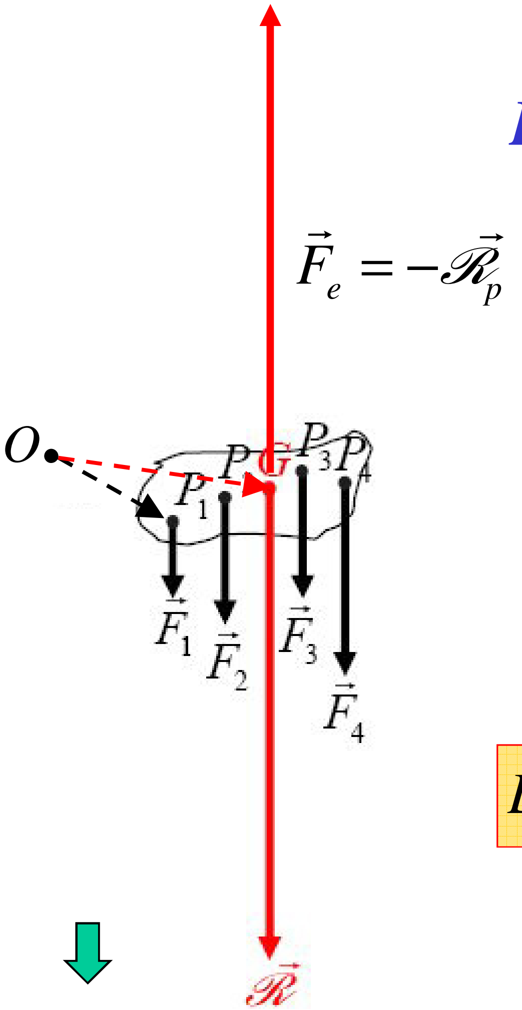


Vincolo

$$\vec{\mathscr{R}} = \vec{F}_P + \vec{F}_e = \\ = \vec{F}_P - k\overrightarrow{\Delta l} = \vec{0}$$

Se la si misura in un "laboratorio" di dimensioni contenute, la si può approssimare come una forza caratteristica di ogni corpo, costante, indipendente dall'altezza e perpendicolare alla superficie terrestre.

Forza Peso



Baricentro:

$$\boxed{(G-O) = \frac{1}{\mathscr{R}_p}\sum_{i=1}^{n} F_i\,(P_i - O)}$$

La forza risultante applicata in G è equivalente alla forza peso agente su tutto il corpo

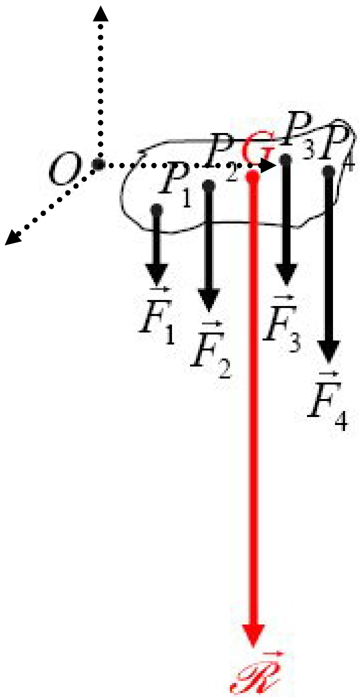
$$\vec{\mathscr{R}}_p = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i \qquad \vec{\mathscr{M}}_p = (G-O)\wedge\vec{\mathscr{R}}_p$$

$L'equilibrio\ si\ ha\ con:\ \vec{F}_e = -\vec{\mathscr{R}}_p\ applicata\ in\ G$

Forza Peso

Baricentro:

$$(G-O)=\frac{1}{\mathscr{R}_p}\sum_{i=1}^{n}F_i\left(P_i-O\right)$$



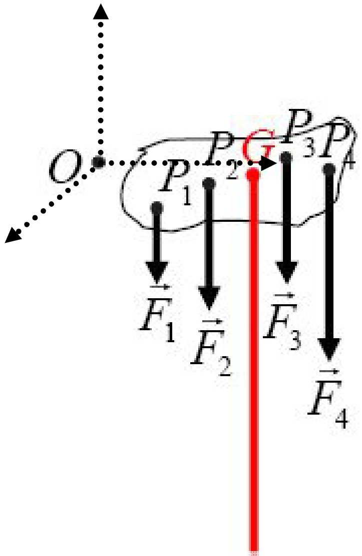
Se il corpo è omogeneo e le n parti hanno volumi uguali

$$(G-O)=\frac{1}{nF}\sum_{i=1}^{n}F\left(P_i-O\right)$$

$$(G-O)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(P_i-O\right)$$

$$x_G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\ ;\quad y_G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i\ ;\quad z_G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}z_i$$

Forza Peso



Baricentro

$$(G-O)=\frac{1}{\mathscr{R}}\sum_{i=1}^{n}F_i(P_i-O)$$

Se il corpo è omogeneo definisco $p_s=\frac{F_i}{\Delta V_i}=\frac{\mathscr{R}}{V}=$ *peso specifico*

$$(G-O)=\frac{p_s}{\mathscr{R}}\sum_{i=1}^{n}\Delta V_i(P_i-O) \quad\Rightarrow\quad (G-O)=\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n}\Delta V_i(P_i-O)$$

$$x_G=\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n}x_i\Delta V_i\ ;\quad y_G=\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n}y_i\Delta V_i\ ;\quad z_G=\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n}z_i\Delta V_i$$

$$\begin{aligned} &se\ n\longrightarrow\infty \\ &\Delta V_i\longrightarrow dV \end{aligned}$$

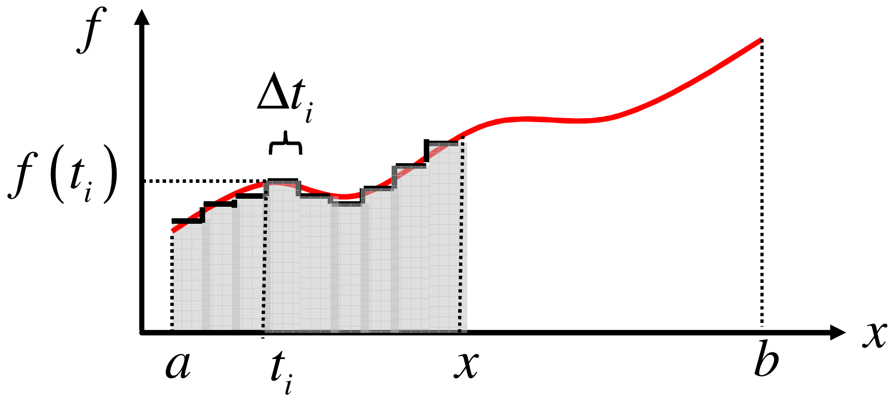
$$(G-O)=\frac{1}{V}\int_V(P_{dV}-O)\,dV$$

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1}{V}\displaystyle\int_V x\,dxdydz \\ y_G=\dfrac{1}{V}\displaystyle\int_V y\,dxdydz \\ z_G=\dfrac{1}{V}\displaystyle\int_V z\,dxdydz \end{cases}$$

Integrali

Consideriamo la funzione continua $f(x)$ *definita nell'intervallo* $[a,b]$

Si definisce la funzione $F(x)$*, integrale indefinito di* $f(x)$*, anch'essa definita nell'intervallo* $[a,b]$



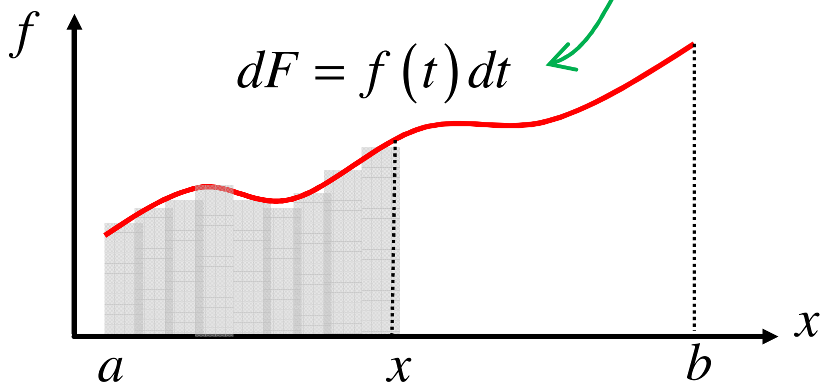
$$\Delta F_i = f(t_i)\,\Delta t_i$$

$$F_a(x) = \sum_{i=1}^{n_x} f(t_i)\,\Delta t_i$$

$$\boxed{F(x) = \lim_{\substack{\Delta t_i \to 0 \\ n_i \to \infty}} F_a(x) = \int_a^x f(t)\,dt}$$

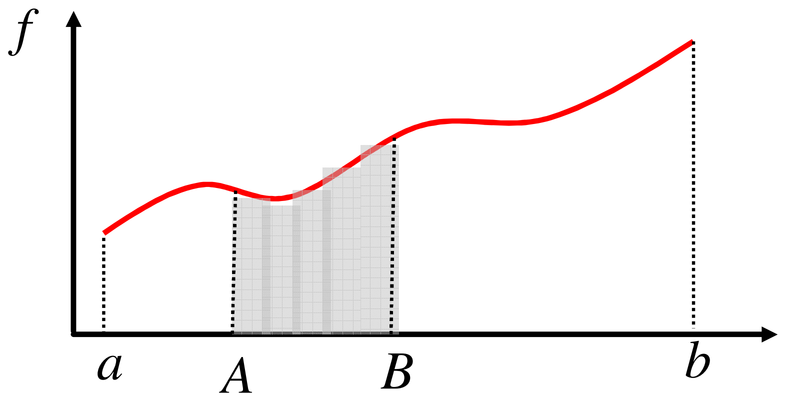
$F(x) =$ *funzione "primitiva" di* $f(x)$

NB : $F(x)$ *è definita a meno di una costante*



$$dF = f(t)\,dt$$

Integrali



Integrale definito

$$\boxed{F_{AB} = \int_A^B f(t)\,dt}$$

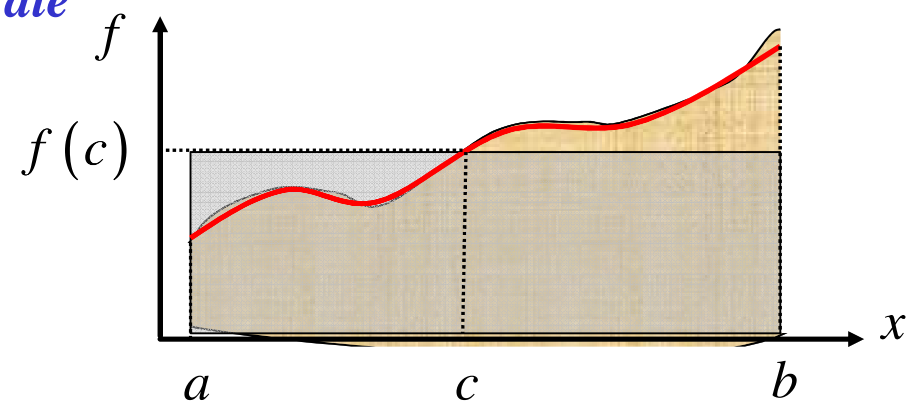
$$F_{AB} = \int_a^B f(t)\,dt - \int_a^A f(t)\,dt$$

$$\boxed{\int_A^B f(t)\,dt = F(B) - F(A)}$$

Teorema della media integrale

… esiste sempre un punto c dell'intervallo [a,b] tale che:

$$\boxed{\int_a^b f(t)\,dt = f(c)(b-a)}$$



Integrali

$\boxed{F(x)=\int_a^x f(t)\,dt}$

Teorema fondamentale del calcolo integrale

$$\boxed{\frac{dF(x)}{dx}=F'(x)=f(x)}$$

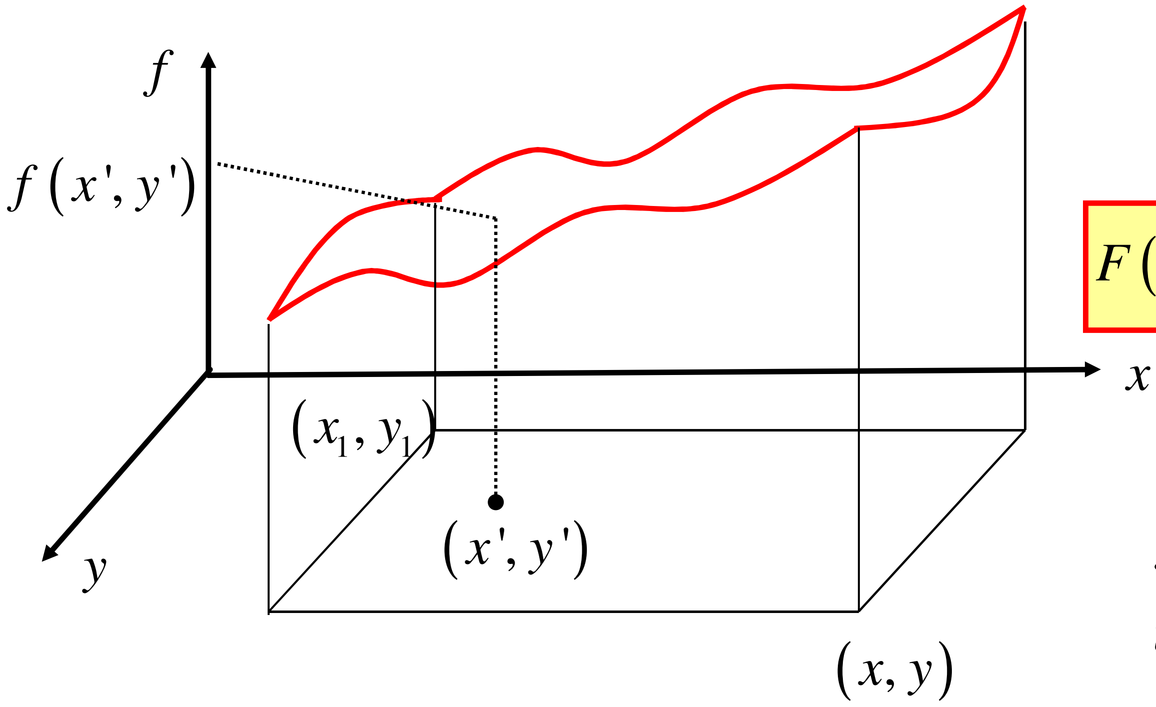
La funzione primitiva F (x), integrale di f (x), è una funzione la cui derivata è proprio f (x).

$$F'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\left[F(x+\Delta x)-F(x)\right]=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)\,dt-\int_a^x f(t)\,dt\right]$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\left[\cancel{\int_a^x f(t)\,dt}+\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt-\cancel{\int_a^x f(t)\,dt}\right]=\lim_{\Delta x\to 0}\cancel{\frac{1}{\Delta x}}f\left(c_x^{\Delta x}\right)\cancel{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x\to 0} f\left(c_x^{\Delta x}\right)=f(x) \quad\Rightarrow\quad \boxed{F'(x)=f(x) \qquad c.v.d.}$$

Integrali su più dimensioni



... in due dimensioni

integrale di superficie

$$F(x, y) = \int_{x_1}^{x} \int_{y_1}^{y} f(x', y')\, dxdy$$

... in tre dimensioni

integrale di volume

$$F(x, y, z) = \int_{x_1}^{x} \int_{y_1}^{y} \int_{z_1}^{z} f(x', y', z')\, dxdydz$$