

Fisica Generale A

*Forza di Coriolis:
Pendolo di Foucault*

Scuola di Ingegneria e Architettura

UNIBO – Cesena

Anno Accademico 2015 – 2016

Pendolo di Foucault

Jean Bernard Léon Foucault (1819 – 1868)

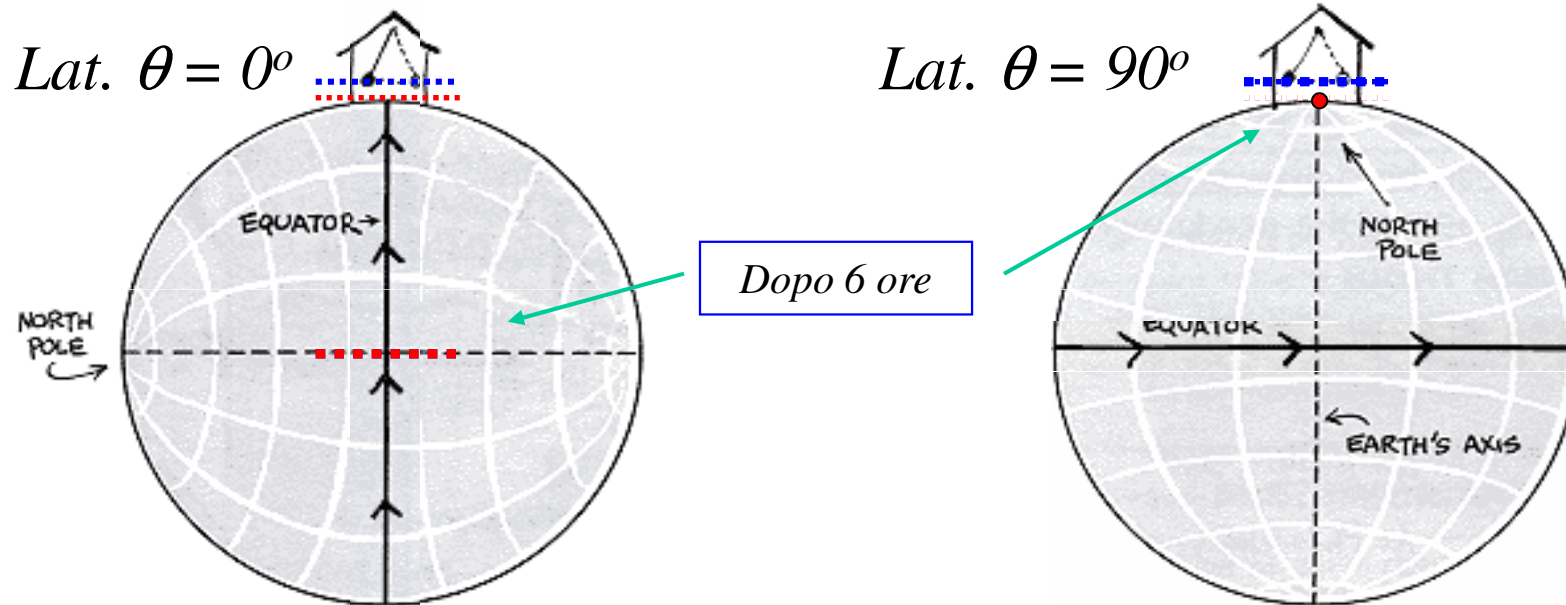


Panthéon, Parigi



SdR terrestre: F_C

Pendolo di Foucault

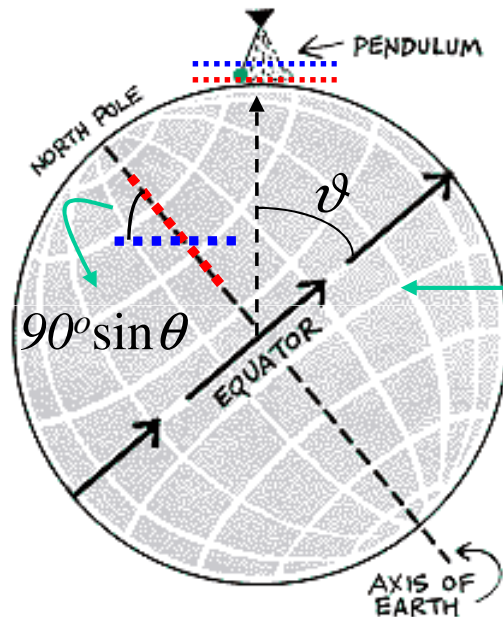


α_ϑ = angolo di rotazione del piano del pendolo
in un giorno sidereo alla latitudine ϑ :

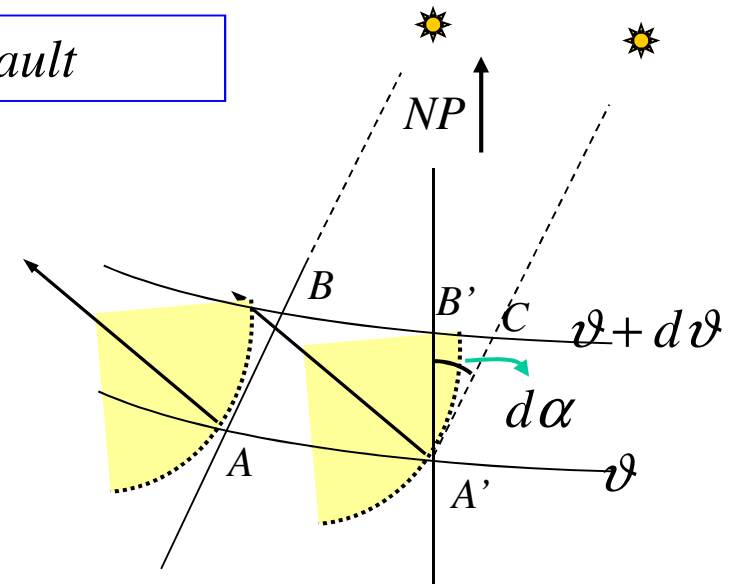
$$\alpha_\vartheta = f(\vartheta) \quad \begin{cases} \alpha_0 = f(0) = 0^\circ \\ \alpha_{90} = f(90) = 360^\circ \end{cases}$$

SdR terrestre: F_C

Pendolo di Foucault



Dopo 6 ore



$$d\alpha \approx B'C / A'B' \approx (AA' - BB') / A'B'$$

$$d\alpha \approx \frac{R\omega [\cos \vartheta - \cos (\vartheta + d\vartheta)] dt}{Rd\vartheta} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = -\omega \frac{d \cos \vartheta}{d\vartheta}$$

$$AA' = R \cos \vartheta \omega dt$$

$$BB' = R \cos (\vartheta + d\vartheta) \omega dt$$

$$AB = A'B' = Rd\vartheta$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega \sin \vartheta$$

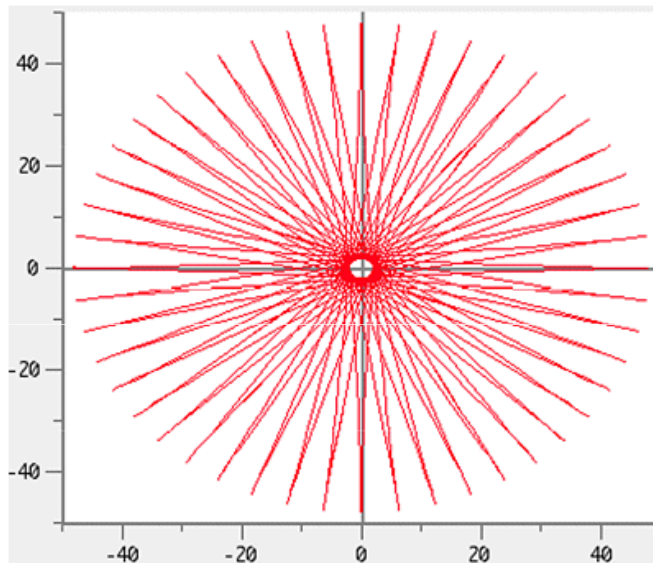
$$\alpha = \omega t \sin \vartheta$$

$$\alpha = 360^\circ \frac{t}{T} \sin \vartheta$$

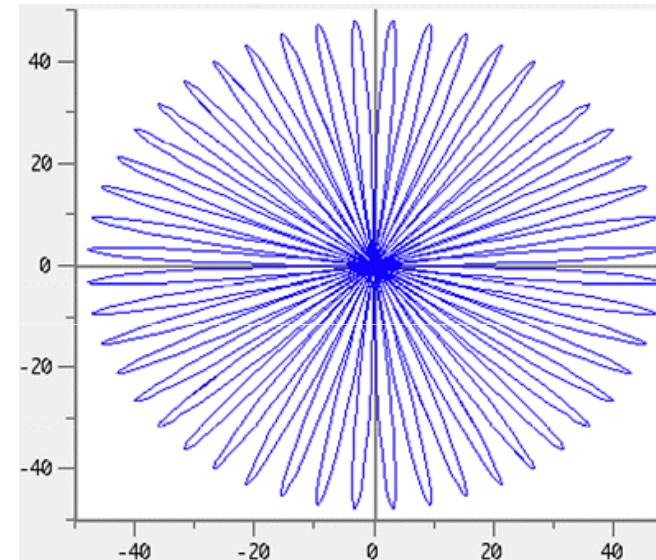
$$\alpha_{\vartheta} = 360^\circ \sin \vartheta$$

SdR terrestre: F_C

Pendolo di Foucault



Se il pendolo è trattenuto fermo lontano dalla sua posizione di equilibrio, e poi abbandonato con velocità nulla relativa al sistema di riferimento rotante (terra), allora la traiettoria descrive una curva del tipo rappresentato qui sopra...



... Se invece il pendolo parte dalla posizione di equilibrio con velocità finita (in direzione radiale qualsiasi) allora la traiettoria descrive una curva del tipo rappresentato nella figura qui sopra.

SdR terrestre: F_C

Pendolo di Foucault

$\vec{F}_R = \vec{F}_A + \vec{F}_T + \vec{F}_C$

$\vec{F}_A = \vec{F}_{P'} + \vec{F}_V$
 $\vec{F}_P = \vec{F}_{P'} + \vec{F}_T$

$\vec{F}_R = \vec{F}_{P'} + \vec{F}_V + \vec{F}_P - \vec{F}_{P'} + \vec{F}_C = \vec{F}_P + \vec{F}_V + \vec{F}_C$

$m\vec{a}_R = m\vec{g} + \vec{F}_V - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_R$

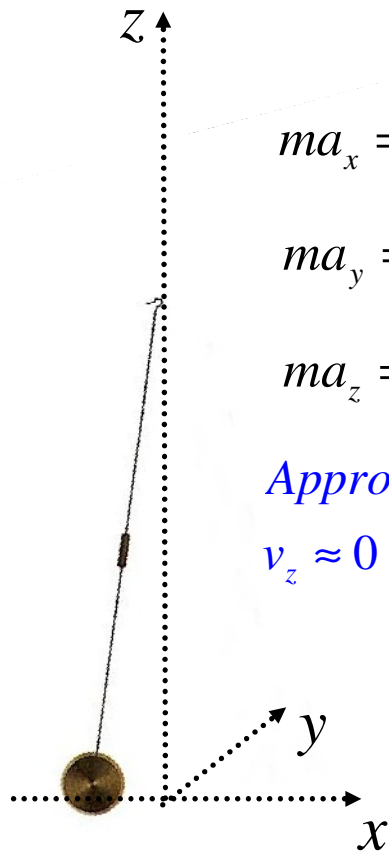
$ma_x = F_{Vx} - 2m(\cancel{\omega_y v_z} - \omega_z v_y) \approx F_{Vx} + 2m\omega \sin \vartheta v_y$

$ma_y = F_{Vy} - 2m(\omega_z v_x - \cancel{\omega_x v_z}) \approx F_{Vy} - 2m\omega(\sin \vartheta v_x + \cos \vartheta v_z)$

$ma_z = F_{Vz} - mg - 2m(\omega_x v_y - \cancel{\omega_y v_x}) \approx F_{Vz} - mg + 2m\omega \cos \vartheta v_y$

SdR terrestre: F_C

Pendolo di Foucault



$$ma_x = F_{Vx} + 2m\omega \sin \vartheta v_y$$

$$ma_x = -m \frac{g}{L} x + 2m\omega \sin \vartheta v_y$$

$$ma_y = F_{Vy} - 2m\omega (\sin \vartheta v_x + \cos \vartheta v_z)$$

$$ma_y = -m \frac{g}{L} y - 2m\omega \sin \vartheta v_x$$

$$ma_z = F_{Vz} - mg + 2m\omega \cos \vartheta v_y$$

$$ma_z = 2m\omega \cos \vartheta v_y$$

Approssimazioni:

$$v_z \approx 0 \quad F_{Vz} \approx mg = F_V \quad F_{Vx} \approx -F_V \frac{x}{L} \quad F_{Vy} \approx -F_V \frac{y}{L} \quad \Omega^2 = \frac{g}{L}$$



$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega \sin \vartheta \dot{y} + \Omega^2 x &= 0 \\ \ddot{y} + 2\omega \sin \vartheta \dot{x} + \Omega^2 y &= 0 \end{aligned}$$

