

# Fisica Generale A

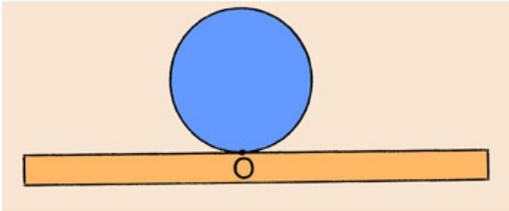
## *Equilibrio - Rotolamento*

Scuola di Ingegneria e Architettura

UNIBO – Cesena

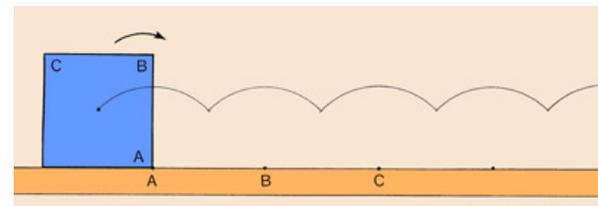
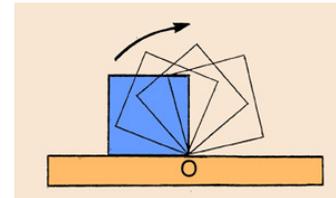
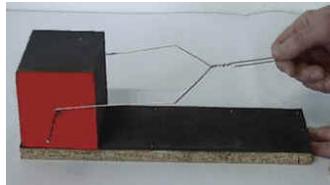
Anno Accademico 2015 – 2016

# Cinematica del rotolamento

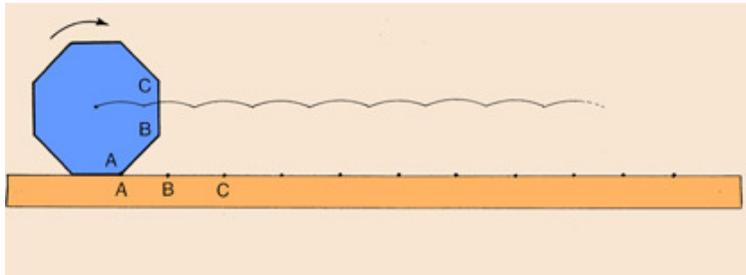


*Profilo circolare perfettamente rigido che rotola su un piano perfettamente rigido: istante per istante il moto è descritto da una rotazione del disco attorno al punto o profilo lineare di contatto.*

*Il rotolamento è, per definizione, un moto nel quale non si ha strisciamento sull'appoggio, cioè non si ha spostamento relativo tra disco e basamento nel punto di contatto. Per questo motivo, durante il rotolamento, tale punto è istante per istante fermo rispetto al basamento.*

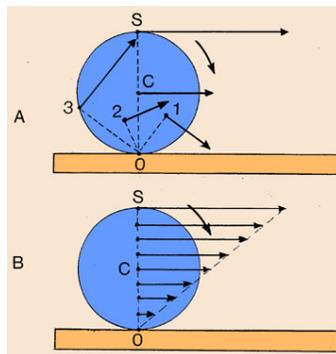
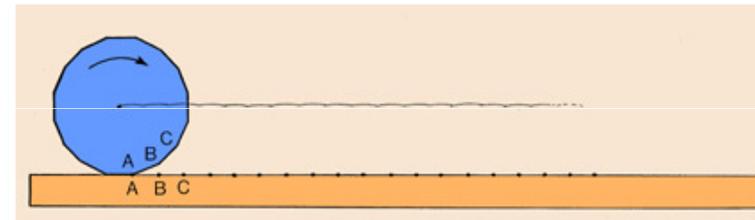


# Cinematica del rotolamento



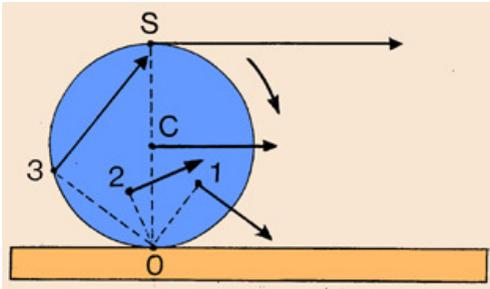
*Aumentando il numero dei lati (per esempio da 4 a 8 e poi a 16, ecc.) la traiettoria del centro, pur essendo sempre costituita da archi di cerchio contigui, diventa sempre meno accidentata: ...*

*... l'ampiezza angolare è sempre più piccola (45 gradi per l'ottagono, 22 gradi e 30' per 16 lati, etc.) e sono sempre più corti gli archi di cerchio tra un sobbalzo e l'altro.*



*Poiché tutti i punti del disco partecipano rigidamente alla rotazione istantanea attorno al punto di contatto, nel sistema di riferimento del basamento ognuno di essi ha una sua velocità istantanea, definita in intensità direzione e verso in funzione della posizione relativa al centro di istantanea rotazione.*

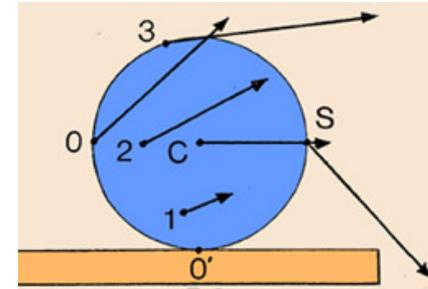
# Cinematica del rotolamento



$$\vec{v}_P = \vec{v}_O + \vec{\omega} \wedge (P - O)$$

Nell'istante in cui O è a contatto!

$$v_C = \omega R$$



Questa è anche la velocità con cui vengono continuamente rinnovati i centri di istantanea rotazione (cioè la velocità di spostamento del luogo dei punti di contatto). È allora la velocità con la quale ogni punto della circonferenza ruota attorno al centro C. Per questo motivo  $\omega$  è anche la velocità angolare con la quale il disco ruota attorno al suo centro.

Il rotolamento, descrivibile nel sistema del basamento come una successione continua di rotazioni attorno a punti via via diversi (i centri di istantanea rotazione), può così essere considerato come la composizione di due movimenti: una rotazione del disco attorno al suo asse con velocità angolare  $\omega$  e una traslazione rettilinea del centro C con velocità  $v_C = \omega R$ .

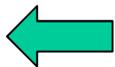
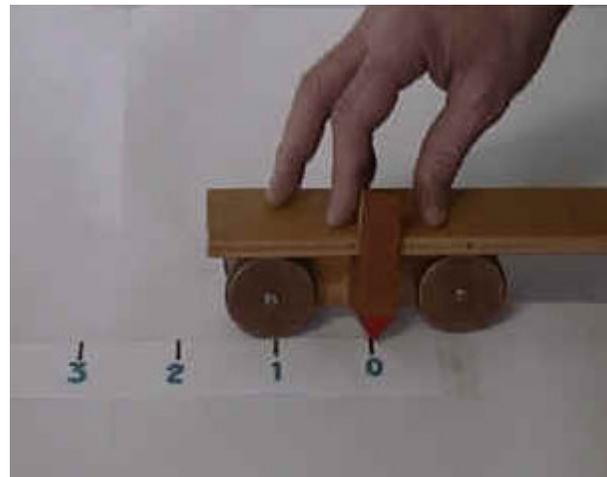
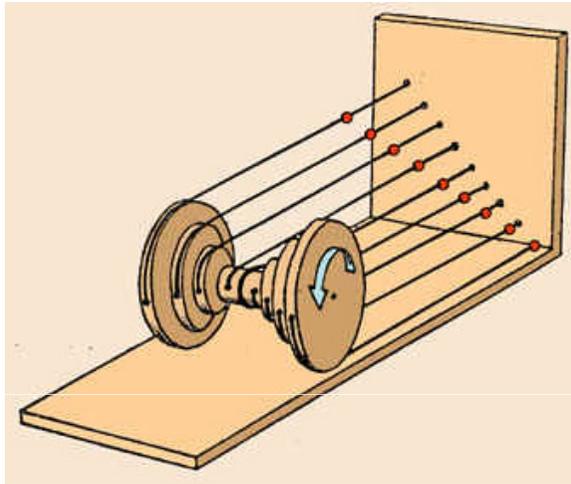
$$\vec{v}_P = \vec{\omega} \wedge [(P - C) + (C - O)]$$

$$\vec{v}_C = \vec{\omega} \wedge (C - O)$$



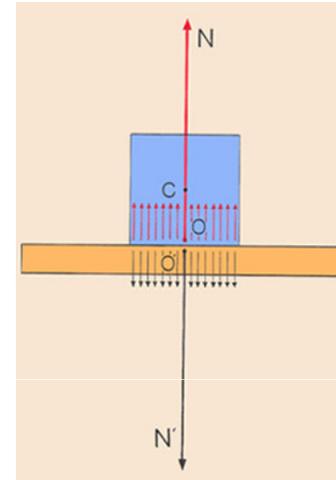
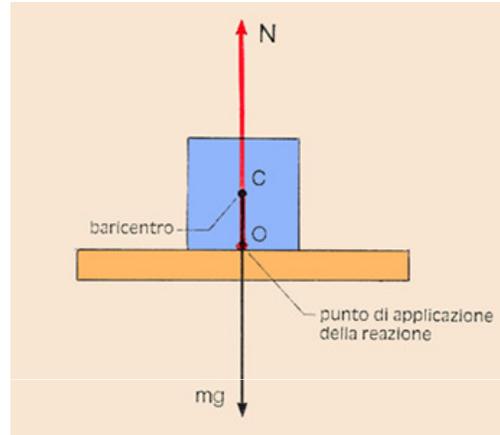
$$\vec{v}_P = \vec{v}_C + \vec{\omega} \wedge (P - C)$$

# Cinematica del rotolamento



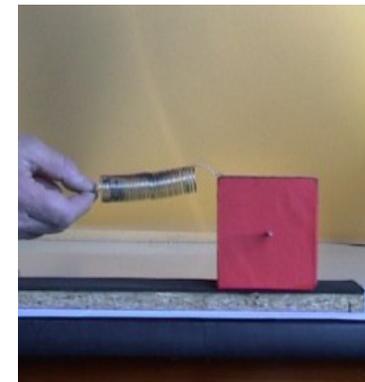
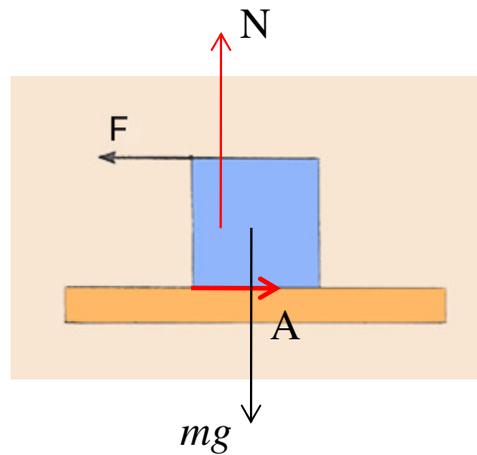
# Il cubo: equilibrio

*Cubo appoggiato*



*Cubo sollecitato*

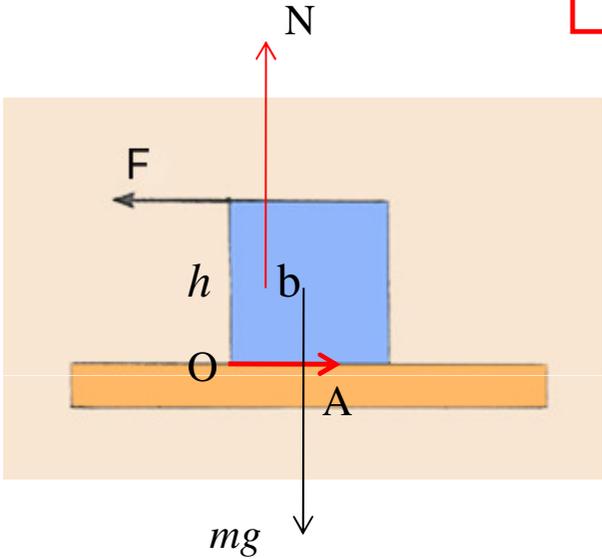
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}^{(e)} = \vec{0} \\ \vec{M}^{(e)} = \vec{0} \end{array} \right.$$



# Il cubo: equilibrio

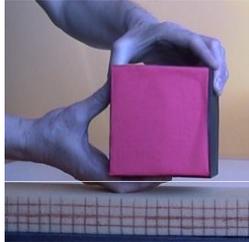
*Cubo sollecitato*

$$\begin{cases} \vec{R}^{(e)} = \vec{0} \\ \vec{M}^{(e)} = \vec{0} \end{cases}$$



$$\vec{A} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$$

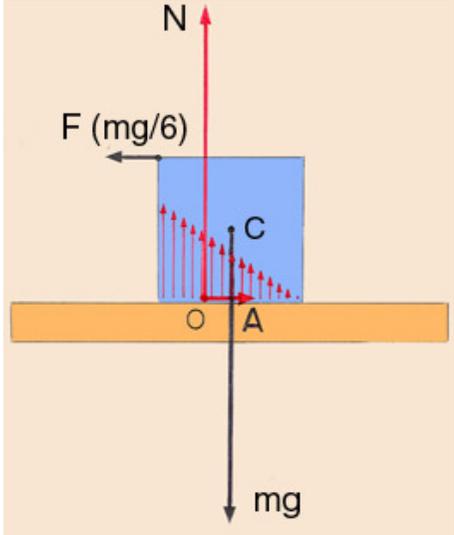
$$\Rightarrow \begin{cases} mg = N \\ A = F \end{cases}$$



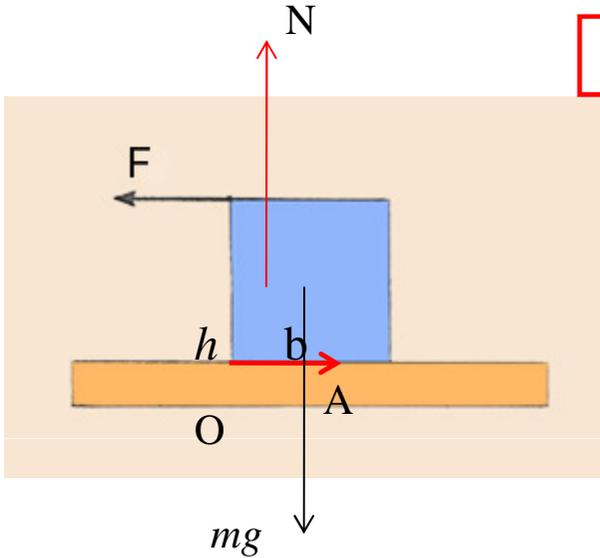
$$Fh + N(h/2 - b) - mg(h/2) = 0$$

$$Fh - mgb = 0$$

$$\Rightarrow b = \frac{F}{mg} h; \quad F = mg \frac{b}{h}$$



# Il cubo: equilibrio

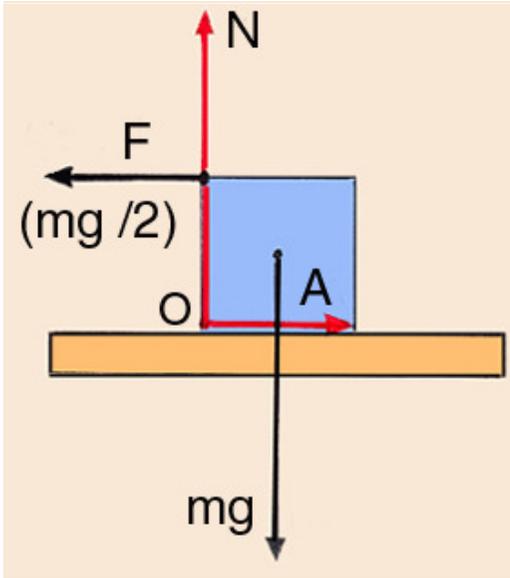


*Cubo sollecitato*

$$b = \frac{F}{mg} h; \quad F = mg \frac{b}{h}$$

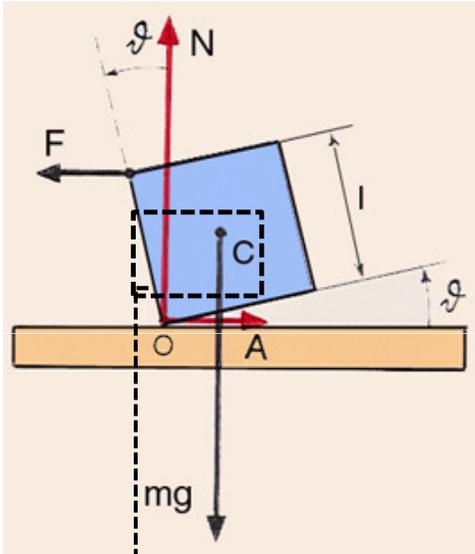
*F = F<sub>max</sub> quando b raggiunge il suo valore massimo b<sub>max</sub> = h/2: il punto di applicazione della forza N esercitata dal basamento sul cubo è nello spigolo inferiore del cubo, che non ha cambiato assetto, ma appoggia solo lungo il suo spigolo. Se F > F<sub>max</sub> (anche di poco) il cubo si ribalta.*

**Quindi  $F_{max} = mg/2$**



# Il cubo: equilibrio

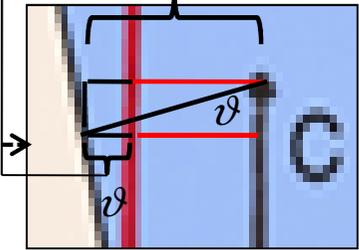
## Cubo sollecitato



*In fase di ribaltamento l'equilibrio può essere ristabilito se si riduce opportunamente il valore di F*

$$Fh \cos \vartheta = mg \frac{h}{2} (\cos \vartheta - \sin \vartheta)$$

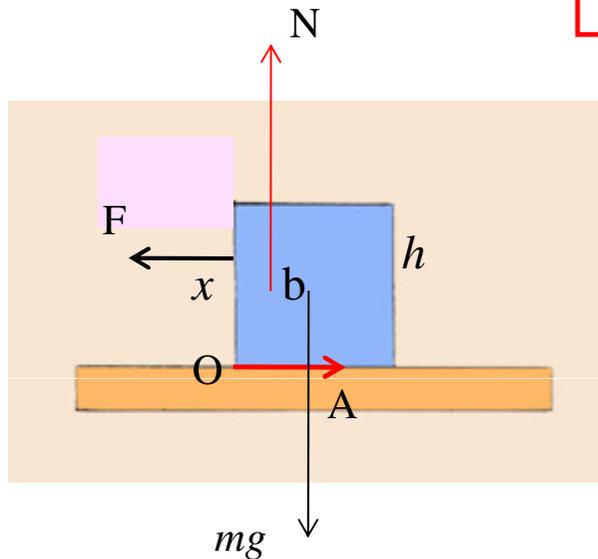
$$F = \frac{1}{2} mg (1 - \tan \vartheta)$$



*In particolare, se  $\vartheta = 45^\circ$  allora  $F = 0$*

# Il cubo: equilibrio

Cubo sollecitato



$$\vec{A} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg = N \\ A = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{R}^{(e)} = \vec{0} \\ \vec{M}^{(e)} = \vec{0} \end{cases}$$

$$Fx + N(h/2 - b) - mg(h/2) = 0$$

$$Fx - mgb = 0$$

$$\Rightarrow b = \frac{F}{mg} x; \quad F = mg \frac{b}{x}$$

$$b_{\max} = h/2$$

$$F_{\max} = mg \frac{h}{2x}$$

