

# Fisica Generale A

*Urti*

Scuola di Ingegneria e Architettura

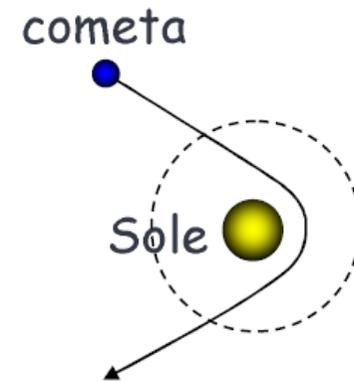
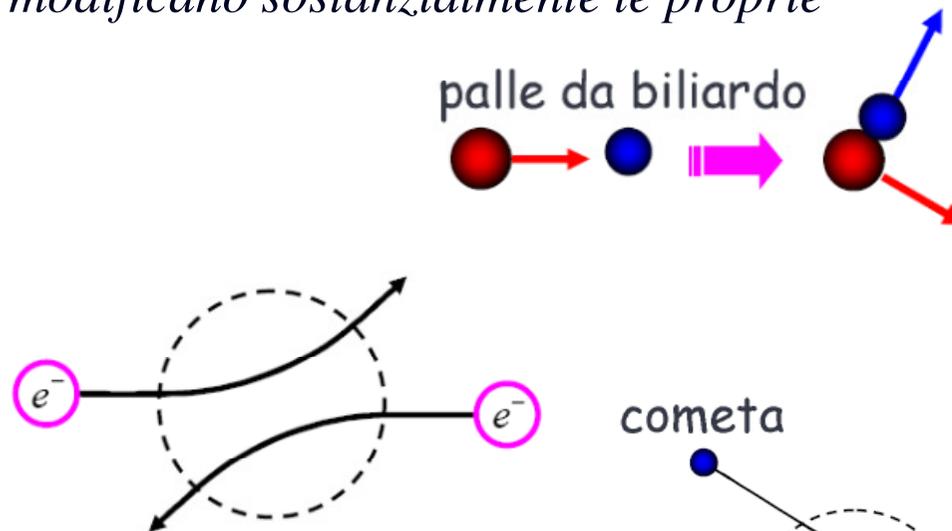
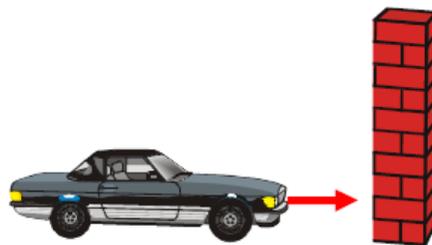
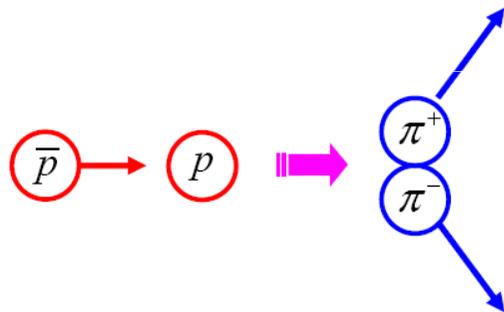
UNIBO – Cesena

Anno Accademico 2015 – 2016

# Urti

**Definizione**

Si ha un *urto* quando *due corpi*, che si muovono a velocità diverse, *interagiscono* (p.es. vengono a contatto) e, in un *intervallo di tempo molto breve* (rispetto al contesto), *modificano sostanzialmente le proprie velocità*.



## Urti – forze d'urto

- Le forze d'urto agiscono per un tempo molto breve. **Prima e dopo l'urto le forze d'urto sono assenti**: se i corpi non sono soggetti ad altre forze, essi si muovono di moto rettilineo uniforme.
  - Nei problemi d'urto non si è interessati alla dinamica dell'interazione, ma soltanto alla **relazione tra le quantità dinamiche prima e dopo l'urto**.
- Le forze che agiscono durante l'urto tra due corpi **non vincolati** sono **forze interne** al sistema formato dai due corpi.

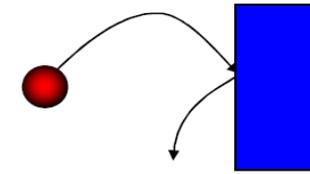
$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1)$$

- A parità di quantità di moto scambiata, **l'intensità** delle forze d'urto è **tanto più elevata quanto più breve è l'intervallo di tempo** in cui le forze agiscono.

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \frac{\vec{Q}(t_2) - \vec{Q}(t_1)}{\Delta t}$$

# Urti – forze d’urto

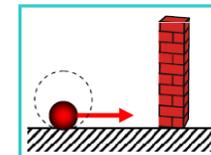
- Prima e dopo l’urto **le forze esterne non impulsive** debbono essere considerate, ma **durante l’urto** esse **possono essere trascurate**.



- La **forza peso** è un esempio di forza esterna non impulsiva. **Di solito è trascurabile rispetto alle forze d’urto**: I sistemi possono essere cioè considerati **quasi – isolati**.

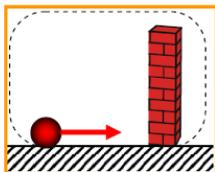
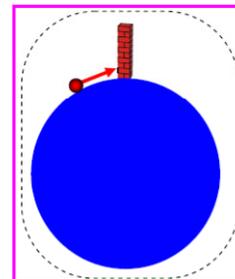
▪ Es.: Urto di un pallone contro un muro

- Se sono presenti vincoli **le forze vincolari esterne non possono essere trascurate**, in quanto durante l’urto **hanno carattere impulsivo** e possono essere molto intense.



• **Sistema pallone**: la quantità di moto non si conserva perché la forza d’urto è una forza esterna.

• **Sistema pallone+muro**: la quantità di moto non si conserva perché la reazione vincolare che tiene il muro fermo a terra è una forza esterna.

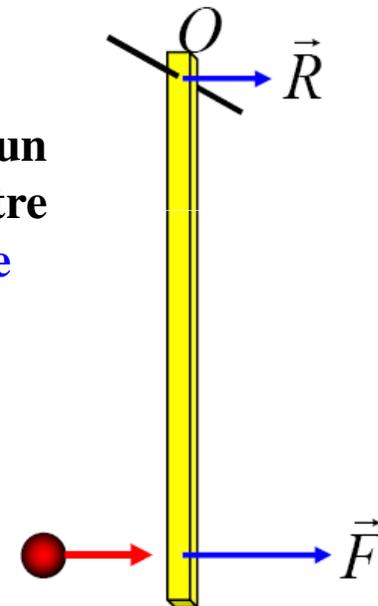


• **Sistema pallone+muro+terra**: la quantità di moto si conserva perché tutte le forze sono interne. Il globo terrestre ha un piccolissimo rinculo.

## Urti – forze d'urto

- In presenza di una forza vincolare esterna si conserva il momento angolare riferito al punto di applicazione della reazione vincolare. Perché la forza esterna, ovvero la reazione vincolare, ha momento nullo rispetto a tale punto.

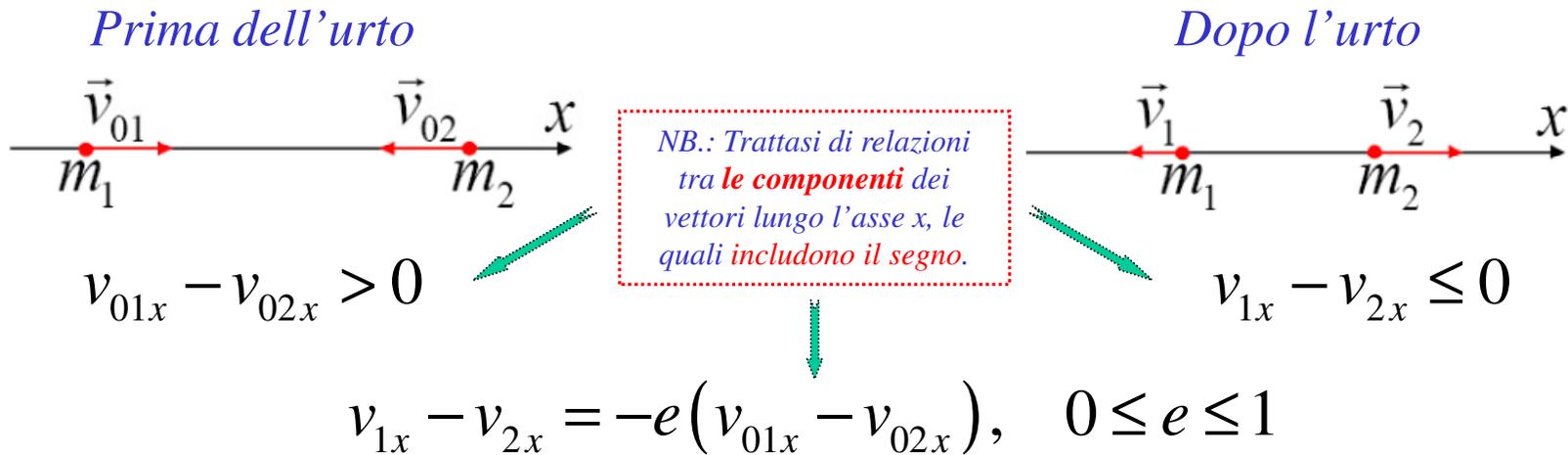
- P. es., nel caso di una sbarra vincolata a ruotare intorno a un punto  $O$ , si conserva il momento angolare rispetto a  $O$  mentre non si conserva la quantità di moto, né il momento angolare rispetto ad altri centri di riduzione.



# Urti

## Urto colineare di due punti materiali

*Empiricamente*



Il coefficiente adimensionale  $e$ , detto **coefficiente di restituzione**, dipende soltanto dal tipo di interazione (p. es. dai materiali di cui sono costituite le due sfere che vengono a contatto).

- $e = 0$  : urto perfettamente anelastico
- $0 < e < 1$  : urto anelastico
- $e = 1$  : urto (perfettamente) elastico

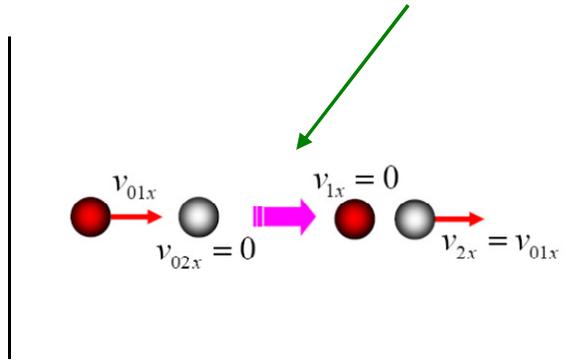
# Urti

## Urto colineare di due punti materiali

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v_{01x} + m_2 v_{02x} \\ v_{1x} - v_{2x} = -e(v_{01x} - v_{02x}) \end{array} \right. \quad \text{Conservazione della quantità di moto (e del momento angolare).}$$

	$e = 1$	$m_1 = m_2$
$v_{1x} = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{m_2(1+e)}{m_1 + m_2} v_{02x}$	$v_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{02x}$	$v_{1x} = v_{02x}$
$v_{2x} = \frac{m_1(1+e)}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} v_{02x}$	$v_{2x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{02x}$	$v_{2x} = v_{01x}$

$e = 0$	→	$v_{1x} = v_{2x} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{02x}$
$m_1 = m_2$	→	$v_{1x} = v_{2x} = \frac{1}{2}(v_{01x} + v_{02x})$



# Urti

## Urto colineare di due punti materiali

$$v_{1x} = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{m_2(1+e)}{m_1 + m_2} v_{02x}$$

### Energia cinetica

$$v_{2x} = \frac{m_1(1+e)}{m_1 + m_2} v_{01x} + \frac{m_2 - em_1}{m_1 + m_2} v_{02x}$$

Facendo un po' di conti ... :

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1x}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2x}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{01x}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02x}^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 - e)^2 (v_{01x} - v_{02x})^2$$

$$T - T_0 = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 - e)^2 (v_{01x} - v_{02x})^2$$

**$e = 1$**

$$\Delta T = 0$$

**$E = \text{costante}$**

**$e = 0$**

$$\Delta T = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_{01x} - v_{02x})^2$$

**$\Delta E \leq 0$**

# Urti

## Riassumendo

**Nel caso di urti generici, non colineari, la dinamica dell'urto è più complicata e non può essere parametrizzata sulla base di un semplice coefficiente di restituzione.**

- Definiremo comunque **urto (perfettamente) elastico** un urto nel quale **si conserva l'energia meccanica**.
- Definiremo **urto anelastico** un urto nel quale **l'energia meccanica non si conserva**.
- Definiremo **urto perfettamente anelastico** un urto nel quale **i due corpi procedono uniti dopo l'urto**.

• **Forze vincolari esterne assenti:** si conserva la quantità di moto e il momento angolare.

• **Forza vincolare esterna presente:** si conserva il momento angolare rispetto al punto di applicazione della forza vincolare.

• **Urto elastico:** si conserva l'energia meccanica.

• **Urto perfettamente anelastico:** i due corpi, dopo l'urto, procedono uniti.

