Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° Appello Invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(9 febbraio 2010)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Due piccole masse di materiale diverso sono appese a due fili molto sottili. I due pendoli sono inizialmente in equilibrio nel campo gravitazionale terrestre. Uno dei due viene spostato dalla posizione di equilibrio di un piccolo angolo α, e il secondo viene spostato di un angolo doppio, 2α, ma sempre molto piccolo. Si osserva che il periodo di oscillazione del secondo pendolo è pari alla metà di quello del primo. Dire quale delle seguenti conclusioni è quella giusta e motivare le risposte:
   a) La massa del secondo pendolo è doppia rispetto a quella del primo.
   b) Il periodo di un pendolo è inversamente proporzionale all'ampiezza della sua oscillazione.
   c) La frequenza di oscillazione del secondo pendolo è doppia rispetto a quella del primo.
   d) La lunghezza del primo pendolo è quattro volte quella del secondo.
   e) Nessuna delle risposte è giusta.

2. Un punto materiale esplode in aria rompendosi in cinque parti. Subito dopo l'esplosione due frammenti, ciascuno di massa m, viaggiano con velocità uguali in modulo e direzione, ma con verso opposto. Altri due frammenti, uno di massa m e l'altro di massa $2m$, viaggiano in una stessa direzione (diversa dalla precedente), in verso opposto, il primo con velocità doppia del secondo. Il quinto frammento, di massa m, si sposta con velocità $\vec{v}$. Quanto vale la velocità del punto materiale immediatamente prima dell'esplosione?

3. Su un'astronave in orbita circolare intorno alla terra con velocità v, un astronauta, dopo avere indossato la tutta spaziale, decide di aprire un oblò e di lanciare una palla all'esterno. Con un apposito cannone egli la lancia con velocità v rispetto alla nave, nella direzione del moto della stessa ma con verso opposto. Descrivere il moto della palla, prima e dopo il lancio, rispetto all'astronave e rispetto alla terra, facendo riferimento alla seconda legge della dinamica.

4. Un sistema è composto da due molle agganciate, di costanti elastiche k_1 e k_2. Le molle vengono tirate agli estremi in modo da allungare complessivamente il sistema di una quantità Δl. Calcolare:
   a) L'allungamento di ogni singola molla.
   b) Il lavoro che è stato fatto per allungare il sistema.
   c) Le forze esercitate dalle mani che tengono il sistema allungato della quantità Δl.

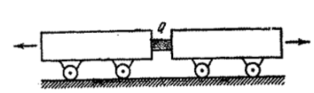
$$\left.\begin{array}{l} k_1\Delta x_1 = k_2\Delta x_2 \\ \Delta x_1 + \Delta x_2 = \Delta l \end{array}\right\} \quad \Delta x_i = \frac{k_j}{k_1+k_2}\Delta l$$

$$L = \frac{1}{2}k_1(\Delta x_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(\Delta x_2)^2 \qquad L = \frac{1}{2}\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}(\Delta l)^2$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$F_i = k_1\Delta x_1 + k_2\Delta x_2 = \left(k_1\frac{k_2}{k_1+k_2} + k_2\frac{k_1}{k_1+k_2}\right)\Delta l = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}\Delta l$$

5. Due carrelli, uno di massa m_1 = 100 g e l'altro di massa m_2 = 300 g, sono inizialmente vincolati l'un l'altro (vedi figura), e le loro ruote sono bloccate. A un certo istante si fa esplodere una carica posta fra loro, in modo che i carrelli si allontanano lungo una direzione rettilinea, strisciando sui binari con attrito radente caratterizzato dal coefficiente μ. La carica trasferisce ai carrelli un'energia E = 1.35 J. Il primo carrello si ferma dopo aver percorso una distanza l = 18 m.



   a) Quale distanza percorre il secondo carrello?
   b) Qual è la velocità dei due carrelli subito dopo l'esplosione?

---

c) Quanto vale il coefficiente μ?
d) Qual è la velocità del centro di massa del sistema dopo l'esplosione?

$$m_1v_1 = m_2v_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = 3$$

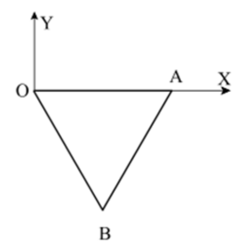
$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}\cancel{m_1}v_1^2 = \mu\,\cancel{m_1}\,gl \\ \frac{1}{2}\cancel{m_2}v_2^2 = \mu\,\cancel{m_2}\,gl_x \end{array}\right\} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{l}{l_x} \quad \Rightarrow \quad l_x = \frac{l}{9} = 2m$$

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = 2m_2v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} v_2 = \sqrt{\frac{E}{2m_2}} = 1{,}5\,m/s \\ v_1 = 3v_2 = 4{,}5\,m/s \end{array}\right.$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m_1}v_1^2 = \mu\,\cancel{m_1}\,gl \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{v_1^2}{2gl} = 0{,}057$$

$$v_{CM} = 0$$

6. Il corpo solido in figura, a forma di triangolo equilatero di massa totale M = 1 kg, è costituito da tre barrette omogenee di lunghezza L= 1 m ciascuna, saldate agli estremi. Il triangolo può muoversi nel piano verticale, soggetto alla forza peso, intorno all'asse orizzontale OZ passante per O.
Se il corpo viene rilasciato dalla posizione iniziale rappresentata in figura, calcolare:



a) La posizione del centro di massa quando il corpo si trova nella posizione iniziale.
b) Il momento d'inerzia del triangolo rispetto all'asse OZ.
c) la velocità angolare ω massima; l'accelerazione angolare α e le componenti della forza vincolare R_x ed R_y corrispondenti a tale velocità angolare massima.

$$x_G = \frac{L}{2} = 0.5m; \quad y_G = \frac{1}{M}\frac{M}{3}\left(0 - \frac{L}{2}\sin\frac{\pi}{3} - \frac{L}{2}\sin\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{3}\left(L\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \quad y_G = -\frac{\sqrt{3}}{6}L \sim 0.29m$$

$$I_{OA} = \frac{1}{3}\frac{M}{3}L^2; \quad I_{OB} = \frac{1}{3}\frac{M}{3}L^2; \quad I_{AB} = \frac{1}{12}\frac{M}{3}L^2 + \frac{M}{3}\left(L^2 - \frac{L^2}{4}\right) = \frac{10}{36}ML^2 \quad \Rightarrow \quad I_z = \frac{1}{2}ML^2 = 0.5kg\cdot m^2$$

$$\alpha = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}I_z\omega^2 = Mgh \\ h = y_G^i - y_G^f = -\frac{\sqrt{3}}{6}L + \overline{OG} = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{12}} - \frac{\sqrt{3}}{6}L = \frac{\sqrt{3}}{3}L - \frac{\sqrt{3}}{6}L = \frac{\sqrt{3}}{6}L \end{array}\right\} \frac{1}{2}L\omega^2 = g\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{g}{L}} = 3.36\,s^{-1}$$

$$R_x = 0N; \quad R_y - Mg = M\frac{v_G^2}{\overline{OG}} = M\omega^2\overline{OG}; \quad R_y = Mg + M\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{g}{L}\frac{\sqrt{3}}{3}L; \quad R_y = \frac{5}{3}Mg = 16.33N$$