

## Soluzioni

1. Una semisfera è inizialmente a riposo appoggiata con la sua base piatta su un tavolo sul quale può scivolare senza attrito. Sulla sommità della semisfera è appoggiato in equilibrio un punto materiale, di massa piccola rispetto a quella della semisfera. In seguito ad una piccola perturbazione il punto materiale incomincia a scivolare senza attrito lungo la superficie sferica.

Quale delle seguenti affermazioni è corretta? Motivare la risposta:

- Il punto materiale scivola rimanendo a contatto con la superficie sferica, fino a raggiungere il tavolo dove rimane fermo (salvo eventualmente rimbalzare verticalmente).
- Il punto materiale rimane a contatto con la semisfera fino a raggiungere la base di appoggio, raggiunta la quale si allontana dalla semisfera, eventualmente rimbalzando.
- Ad un certo punto della traiettoria sferica il punto materiale si stacca dalla sfera e si allontana dalla stessa, eventualmente rimbalzando sul tavolo.

2. Esprimere vettorialmente una forza di modulo costante e perpendicolare alla velocità di spostamento del suo punto di applicazione.

3. Un punto materiale, trattenuto da una corda vincolata a un punto fisso, si muove di moto circolare uniforme.

Dire se la potenza corrispondente alla forza esercitata dalla fune è positiva, negativa o nulla. Motivare.

4. Un camion viaggia alla velocità di 75 km/h. Sul cassone del camion è collocata una cassa di massa  $m = 150$  kg. Il coefficiente di attrito tra cassa e pianale del cassone sia  $\mu = 0.6$ .

Si calcoli il minimo spazio di arresto del camion affinché la cassa rimanga ferma sul pianale nei seguenti casi:

a) la strada sia pianeggiante;

$$s = vt - \frac{1}{2}at^2 = \frac{v^2}{a} - \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2a}$$

$$s = \frac{v^2}{2a'} = \frac{v^2}{2g\mu} \sim 36.87 \text{ m}$$

b) la strada sia in discesa con inclinazione rispetto all'orizzontale  $\alpha = 15^\circ$ ;

$$a'_d = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

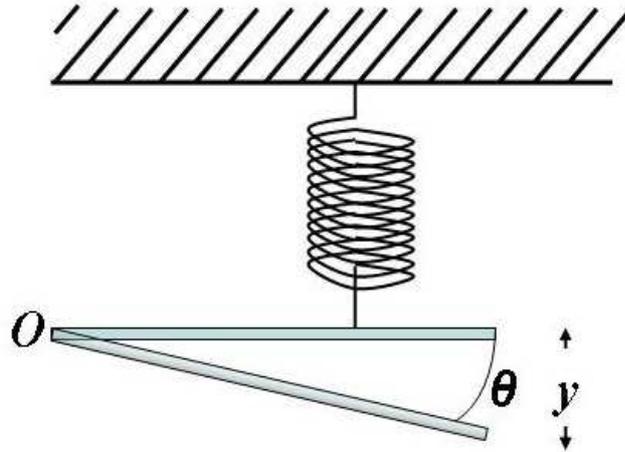
$$s_d = \frac{v^2}{2a'_d} = \frac{v^2}{2g\mu \cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\mu}} = \frac{s}{\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\mu}} \sim 68.97 \text{ m}$$

c) la strada sia in salita con la stessa inclinazione.

$$a'_s = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$s_s = \frac{v^2}{2a'_s} = \frac{v^2}{2g\mu \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\mu}} = \frac{s}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\mu}} \sim 26.39 \text{ m}$$

5. Una sbarretta omogenea di massa  $m = 300$  g e lunghezza  $l$  è incernierata, senza attrito, ad un estremo  $O$  ed è mantenuta in posizione di equilibrio orizzontale da una molla ideale, ad asse verticale, di costante elastica  $k = 10^3$  N/m, agganciata alla sbarretta nel punto distante  $\frac{2l}{3}$  dall'estremo  $O$  (vedi figura).



Calcolare:

- a) l'allungamento della molla all'equilibrio.

$$mg \frac{l}{2} = \frac{2}{3} lk \Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{3 mg}{4 k}$$

L'estremo libero della sbarretta viene spostato verticalmente in modo tale che la molla si allunga di una piccola quantità  $y$  dalla posizione di equilibrio e comincia ad oscillare.

- b) Scrivere l'equazione del moto del sistema;

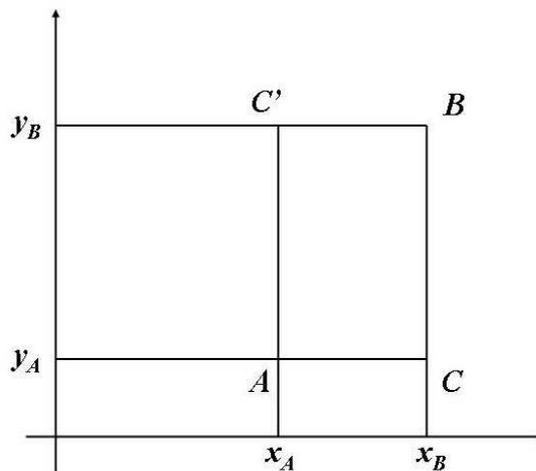
$$mg \frac{l}{2} - \frac{2}{3} lk(\Delta y + y) = -\frac{2}{3} lky = I \frac{d\omega}{dt}$$

$$y \sim \frac{2l\theta}{3} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{4 k}{3 m} \theta = 0$$

- c) calcolare il periodo delle piccole oscillazioni verticali della sbarretta.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{3 m}{4 k}} \simeq 0.09 \text{ s}$$

6. Nel piano di figura è attiva una forza che vale  $\vec{F} = [3y\hat{i} + 2(x+y)\hat{j}]$  N.



- a) Verificare se la forza è conservativa o meno;
- b) calcolare il lavoro fatto da questa forza nel percorso  $ACB$  e  $AC'B$  se  $x_A = 3$ ,  $x_B = 5$ ,  $y_A = 1$  e  $y_B = 4$ .

$$L_{ACB} = 51 \text{ J}$$

$$L_{AC'B} = 57 \text{ J}$$

---

Accelerazione di gravità:  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$