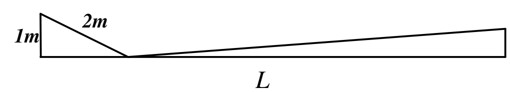
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello straordinario per laureandi - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(19 novembre 2009)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Per ciascuna delle affermazioni seguenti specificare se è vera o falsa, motivando la risposta:
   a. Se la velocità è costante in modulo, l'accelerazione è nulla. *no*
   b. Se l'accelerazione è nulla, la velocità ha modulo costante. *si*
   c. Se l'accelerazione è nulla, la velocità è costante. *si*
   d. Se il vettore velocità è costante, l'accelerazione può essere non nulla. *no*

2. Un sottile guscio sferico uniforme ha raggio R = 2 m e massa m = 300 Kg. Quanto vale il campo gravitazionale alle seguenti distanze dal centro del guscio?
   a. 0.5 m; b. 1.9 m; c. 2.5 m. 0, 0, 3.2×10^{-9} N/Kg.
   b. Se nel S.I. la costante di gravitazione universale è data da $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$, quali sono le unità di misura che la caratterizzano? $Nm^2/Kg^2 = m^3/\,Kg\,s^2$

3. Un punto materiale si muove su una traiettoria rettilinea con velocità costante. Come varia nel tempo il suo momento angolare rispetto a un punto fisso? *È costante*

4. Una palla da bowling di massa m = 7 Kg e raggio R = 11 cm, rotolando senza strisciare percorre una distanza L = 19 m per tornare dal giocatore dopo avere abbattuto i birilli. A tale scopo la palla percorre un piano inclinato di 2 m con dislivello di 1 m, con velocità iniziale trascurabile, quindi percorrere un lungo piano inclinato in salita fino all'arrivo.



Calcolare:
   a. Il dislivello nel punto di arrivo tale da far sì che la palla arrivi al giocatore con la velocità v_f = 0.1 m/s.

$$\left.\begin{aligned} & mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I\omega_f^2 + mgh' \\ & I = \frac{2}{5}mR^2; \quad \omega_f = \frac{v_f}{R} \end{aligned}\right\} \left\{\begin{aligned} & mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{5}mv_f^2 + mgh' \\ & h' = h - \frac{7}{10}\frac{v_f^2}{g} = 1 - \frac{7}{10}\frac{\times 10^{-2}}{9.8} \approx 1 - 7\times 10^{-4}\,m = 0.9993m \end{aligned}\right.$$

   b. Il tempo che la palla impiega a percorrere il tragitto complessivo (per questo calcolo assumere v_f = 0).

$$\left.\begin{aligned} & s_1 = \frac{1}{2}g\cos\vartheta_1 t_1^2 = 2m \\ & \cos\vartheta_1 = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \quad t_1 = 2\sqrt{\frac{2}{g}}; \quad t_1 = 0.904s$$

$$\left.\begin{aligned} & s_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2}g\cos\vartheta_2 t_2^2 \\ & v_f = 0 = v_0 - g\cos\vartheta_2 t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{v_0}{g\cos\vartheta_2} \\ & s_2 = \sqrt{\left(L-\sqrt{3}\right)^2 + \sim 1}\ m \\ & mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{5}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \\ & \cos\vartheta_2 \sim 1/s_2 \end{aligned}\right\} \left\{\begin{aligned} & t_2 = \frac{\sqrt{\frac{10}{7}gh}\sqrt{\left(L-\sqrt{3}\right)^2+1}}{g} \\ & t_2 = \frac{3.742\times 17.297}{9.8} = 6.605s \end{aligned}\right.$$

$$t = t_1 + t_2 = 7.5s$$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello straordinario per laureandi - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(19 novembre 2009)
Prof. Maurizio Piccinini

5. Due punti materiali di uguale massa m si spostano lungo due direzioni rettilinee perpendicolari l'una all'altra, con velocità rispettivamente v_1 e v_2.

   a. Esprimere la quantità di moto di ciascuno dei due punti nel sistema del centro di massa.

$$\vec{r}_1 = (x,0), \quad \vec{r}_2 = (0,y); \quad \vec{p}_1 = (p_1,0), \quad \vec{p}_2 = (0,p_2)$$

$$\vec{r}^{\,CM} = \frac{1}{M}\left(m\vec{r}_1 + m\vec{r}_2\right) = \frac{1}{2}(x,y)$$

$$\vec{r}_1^{\,CM} = \vec{r}_1 - \vec{r}^{\,CM} = \frac{1}{2}(x,-y), \quad \vec{r}_2^{\,CM} = \vec{r}_2 - \vec{r}^{\,CM} = \frac{1}{2}(-x,y)$$

$$\vec{p}_1^{\,CM} = \frac{m}{2}(v_1,-v_2) = \frac{1}{2}(p_1,-p_2), \quad \vec{p}_2^{\,CM} = \frac{1}{2}(-p_1,p_2)$$

$$\vec{p}_1^{\,CM} + \vec{p}_2^{\,CM} = \vec{0}; \quad p_i^{CM} = \frac{1}{2}\sqrt{p_1^2 + p_2^2}$$

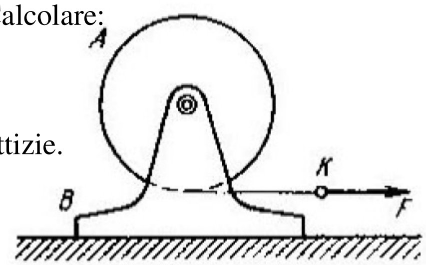
   b. Esprimere le energie cinetiche nel CM in funzione delle stesse quantità nel sistema del laboratorio.

$$T_i^{CM} = \frac{1}{2}m\left(v_i^{CM}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{\left(p_i^{CM}\right)^2}{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{p_1^2}{4m} + \frac{p_2^2}{4m}\right) = \frac{1}{4}\left(T_1 + T_2\right)$$

$$T^{CM} = \frac{1}{2}T$$

6. Un cilindro omogeneo A di massa m_1 può ruotare senza attrito intorno al suo asse di simmetria, il quale è vincolato ad un supporto B di massa m_2, appoggiato su un piano orizzontale sul quale può scivolare senza attrito. Al cilindro è avvolta una fune ideale di massa trascurabile, al cui estremo K è applicata orizzontalmente una forza costante F. Calcolare:

   a) L'accelerazione del punto K.
   b) L'energia cinetica del sistema in funzione del tempo.
   c) Discutere il problema in termini di forze reali e forze fittizie.



Soluzione:

a)
$$\left.\begin{aligned} &\vec{F}_e = \dot{\vec{Q}}; \quad F = (m_1+m_2)\,a_{CM}; \quad a_{CM} = \frac{F}{(m_1+m_2)} \\ &\vec{M}_e = \dot{\vec{K}}; \quad FR = I\dot{\omega} = \frac{1}{2}m_1R^2\,\frac{a_K^{CM}}{R}; \quad a_K^{CM} = \frac{2F}{m_1} \end{aligned}\right\} \quad a_K = a_K^{CM} + a_{CM} = F\,\frac{3m_1+2m_2}{m_1\left(m_1+m_2\right)}$$

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{CM}^2 + \frac{1}{4}m_1 R^2 \left(\frac{v_K}{R}\right)^2 =$$

b) $$= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left[\frac{Ft}{(m_1 + m_2)}\right]^2 + \frac{1}{4}m_1 \left(\frac{2Ft}{m_1}\right)^2$$

$$T = \frac{3m_1 + 2m_2}{2m_1(m_1 + m_2)} F^2 t^2$$