Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(01 luglio 2013)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Due corpi di massa m e $2m$ sono rilasciati, da fermi, il primo dall'altezza h ed il secondo dall'altezza $2h$.
   a. Esprimere il rapporto tra i due tempi di arrivo a terra.
   b. Se i due corpi cadono su due molle ideali identiche, quanto vale il rapporto tra le compressioni delle due molle?

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} v_1 = \sqrt{2gh} = gt_1 \\ v_2 = \sqrt{4gh} = gt_2 \end{array}\right\} \quad \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{2} \qquad \left.\begin{array}{l} mgh = \frac{1}{2}k\Delta x_1^2 \\ 2mg\,2h = \frac{1}{2}k\Delta x_2^2 \end{array}\right\} \quad \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 2\,.$$

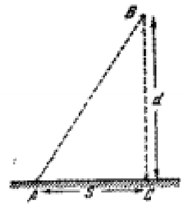
2. Una massa m giace in quiete su un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Quanto vale il coefficiente di attrito statico tra la massa e il piano? Scegliere la risposta giusta e motivarla.
   a. $\mu_s \geq g$ b. $\mu_s = \tan\theta$ c. $\mu_s \leq \tan\theta$ d. $\mu_s \geq \tan\theta$

$R_n = mg\cos\theta;\quad F_{attr} = mg\sin\theta;\quad F_{attr} = \mu R_n;\quad \mu \leq \mu_s \quad \Rightarrow \quad \mu_s \geq F_{attr}/R_n = \tan\theta\,.$

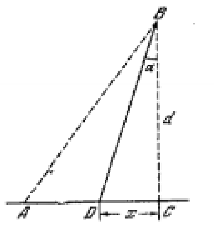
3. Un astronauta lascia il sistema solare e raggiunge un pianeta con lo stesso rapporto massa/volume della terra, ma raggio 10 volte maggiore di quello terrestre. Quanto pesa l'astronauta su questo pianeta rispetto al suo peso sulla terra? Di quanto cambia la sua massa?

$$\left.\begin{array}{l} P = mg;\quad g = \gamma M/R^2 \\ M/R^3 = M_T/R_T^3 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad P/P_T = MR_T^2/M_T R^2 = R/R_T \quad \Rightarrow \quad P = 10\,P_T\,.$$ *La massa non cambia.*

4. Un uomo si trova in riva a un lago nel punto A (vedi figura). L'uomo deve salvare un amico che si sente male in acqua ed è afferrato a una boa nel punto B. la distanza fra B e la riva del lago vale $BC = d$ e la distanza $AC = s$. L'uomo è in grado di nuotare con velocità v_1 e di correre con velocità v_2 (ovviamente $v_2 > v_1$).



   a. Cosa deve fare per raggiungere il suo amico nel più breve tempo possibile: Tuffarsi in A e nuotare da A a B, oppure correre lungo la riva verso C per un tratto $\leq s$ e tuffarsi solo dopo per raggiungere B a nuoto? Commentare il risultato.



$$t(x) = \frac{s-x}{v_2} + \frac{\sqrt{x^2+d^2}}{v_1}$$

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}} = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{v_1^2 d^2}{v_2^2 - v_1^2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{v_1 d}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$$

Il tratto x non dipende da s! Se x > s ovviamente l'uomo dovrà tuffarsi direttamente in A.

   b. Quanto vale il seno dell'angolo α compreso tra la direzione BC e quella del percorso fatto a nuoto?

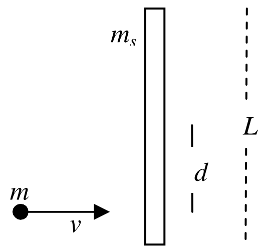
$$\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}} = \frac{v_1}{v_2}$$

5. Una sbarra sottile e uniforme di massa m_s e di lunghezza L e una pallina di mastice di massa m poggiano su una superficie orizzontale priva di attrito. La pallina si muove verso la sbarra con

---

$R_{Terra} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$

velocità v in direzione perpendicolare a questa, andandola a colpire a distanza d dal suo centro e rimanendovi attaccata. Calcolare:



a. La velocità (modulo direzione e verso) del centro di massa del sistema.

$$m\vec{v} = \left(m + m_s\right)\vec{v}_G \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_G = \frac{m}{\left(m + m_s\right)}\vec{v}$$

b. La velocità angolare del sistema dopo l'urto.

$$K_G = I_G\omega$$

$$K_G = m v_{mG}\left(d - d_G\right) + m_s v_{m_sG} d_G \qquad I_G = I - \left(m + m_s\right) d_G^2$$

$$v_G = \frac{m}{m + m_s}v \qquad v_{mG} = v - v_G \qquad v_{m_sG} = v_G \qquad d_G = \frac{md}{m + m_s}$$

$$m\left(v - \frac{m}{m + m_s}v\right)\left(d - \frac{m}{m + m_s}d\right) + m_s\frac{m}{m + m_s}v\frac{m}{m + m_s}d = \left[\frac{1}{12}m_s L^2 + md^2 - \left(m + m_s\right)\left(\frac{md}{m + m_s}\right)^2\right]\omega$$

$$\frac{m_s m}{m + m_s}vd = \left[\frac{1}{12}m_s L^2 + md^2 - \frac{m^2 d^2}{m + m_s}\right]\omega$$

$$m_s m v d = \left[\left(\frac{1}{12}m_s L^2 + md^2\right)\left(m + m_s\right) - m^2 d^2\right]\omega = \left[\frac{1}{12}m_s L^2\left(m + m_s\right) + m_s m d^2\right]\omega$$

$$\omega = \frac{12 m_s m d}{m_s L^2\left(m + m_s\right) + 12 m_s m d^2}v$$

6. Una forza orizzontale, diretta nel verso positivo dell'asse x, agisce su un carrello di massa m. il carrello parte dallo stato di quiete in $x = 0$ e la sua velocità è data dall'espressione $v = Cx$, dove C è una costante.

a. Determinare l'espressione della forza che agisce sul carrello.

$$\left.\begin{aligned} F &= m\frac{dv}{dt} \\ v &= Cx \end{aligned}\right\} F = mCv = mC^2 x$$

b. Esprimere il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il carrello da $x = 0$ a $x = x_1$.

$$dL = Fdx = mC^2 x dx$$

$$L = mC^2\int_0^{x_1} x dx = \frac{1}{2}mC^2 x_1^2$$

c. Scrivere la legge oraria del carrello.

$$F = mC^2 x = m\ddot{x}$$

$$\dot{x} = Cx \qquad \frac{dx}{dt} = Cx \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{x} = Cdt \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{x}{x_0} = C\left(t - t_0\right) \quad \Rightarrow \quad x = x_0 e^{C\left(t - t_0\right)}$$

$$\ddot{x} = C^2 x_0 e^{C\left(t - t_0\right)} = C^2 x$$

$R_{Terra} = 6370$ *km*, $g = 9.8$ *m/s*^{2}