Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(02 febbraio 2016)

---

1. (4) Un punto materiale di massa m è soggetto a due forze, $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$, che producono su di esso l'accelerazione $\vec{a} = a\hat{i}$. La prima forza vale $\vec{F}_1 = f_{1x}\hat{i} + f_{1y}\hat{j}$. Quanto vale $\vec{F}_2$?

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = f_{1x}\hat{i} + f_{1y}\hat{j} + f_{2x}\hat{i} + f_{2y}\hat{j} = ma\,\hat{i} \;\Rightarrow\; f_{1x} + f_{2x} = ma; \quad f_{1y} + f_{2y} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{F}_2 = \left(ma - f_{1x}\right)\hat{i} - f_{1y}\hat{j}$$

2. (4) Una palla è lanciata contro un muro dal basso in alto in modo da formare un angolo di 45° con la normale al muro e rimbalza in seguito ad un urto elastico. Se consideriamo il sistema costituito dalla sola palla, quali grandezze si conservano nel processo?
   a. la componente verticale della quantità di moto e l'energia meccanica;
   b. la quantità di moto e l'energia meccanica;
   c. solo l'energia meccanica;
   d. solo la componente verticale della quantità di moto;
   e. nessuna risposta è esatta.
   Motivare la risposta (si consideri la palla come punto materiale).

L'urto elastico conserva l'energia cinetica. La forza esercitata dal muro (urto) non sposta il suo punto di applicazione quindi non fa lavoro, la forza peso è conservativa, quindi si conserva l'energia meccanica. Sia orizzontalmente (forza d'urto), sia verticalmente (forza peso) la palla è soggetta a forze esterne non nulle. La risposta giusta è la c.

3. (5) Come si scrive la forza di attrito radente agente su un corpo di massa m che striscia senza rotolare su una superficie piana? Come si imposta il problema fondamentale della dinamica per il punto materiale in oggetto, rispetto a una terna di assi cartesiani ortogonali? Commentare.

Conviene scegliere la posizione iniziale nell'origine e la velocità iniziale lungo l'asse x.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = -\mu mg\hat{v} \\ P(0) = (0,0,0) \\ v(0) = (v_0,0,0) \end{array}\right\} -\mu mg\hat{v} = m\vec{a} \;\Rightarrow\; -\mu g\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} = \ddot{x} \;\Rightarrow\; \ddot{x} = -\mu g.$$

La forza, costante, si oppone alla velocità quindi il moto è rettilineo uniformemente decelerato.

4. (6) Descrivere il campo di forze $\vec{F}(x,y,z)$ di componenti $F_x = -K\left(x/\sqrt{x^2+y^2}\right)$, $F_y = -K\left(y/\sqrt{x^2+y^2}\right)$, $F_z = 0$ (K = costante). Dimostrare che si tratta di un campo di forze conservativo e ricavarne la corrispondente energia potenziale.

$$\vec{F} = -K\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\left(x\hat{i} + y\hat{j}\right) = -K\frac{\vec{r}}{r} = -K\hat{r}.$$

Campo di forze a simmetria cilindrica di modulo K costante. Forza diretta verso l'asse di simmetria cilindrica. Sull'asse di simmetria (asse z, x=y=0) il campo non è definito.

$U = -Kr \qquad V = Kr$

5. (5): Un carrello di massa M = 60 *kg* si trova inizialmente fermo su un piano inclinato di un angolo θ = 45° rispetto all'orizzontale. Il carrello viene lasciato libero di muoversi sulle sue quattro ruote, omogenee, ognuna di massa m = 2 *kg* e raggio r.
   a. Se la variazione di quota del centro di massa del carrello vale h = 7 *m* e nell'ipotesi che le ruote rotolino senza strisciare, determinare la velocità del carrello quando questo raggiunge la base del piano inclinato.

R_{Terra} = 6370 *km*, M_T = 5,972 x 10^{24} kg g = 9,8 m/s^2 γ = 6,6758 x 10^{-11} $m^3/(kg \times s^2)$

$$\left.\begin{array}{l} E_i = (M+4m)\,gh \\ E_f = \frac{1}{2}Mv^2 + 4\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2\right) \\ I_G = \frac{1}{2}mr^2 \\ \omega = \frac{v}{r} \end{array}\right\} (M+4m)\,gh = \left(\frac{1}{2}M + 3m\right)v^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2(M+4m)\,gh}{M+6m}} = 11{,}38\,m/s$$

b. Una volta raggiunto il piano il carrello urta un altro carrello, inizialmente fermo, di massa totale *M'* = 80 *kg*. Se dopo l'urto il primo carrello si ferma determinare la velocità del secondo carrello.

$$(M+4m)\,v = M'v' \quad\Rightarrow\quad v' = \frac{M+4m}{M'}v = 9{,}68\,m/s$$

c. Dire se l'urto del punto precedente è elastico oppure no.

$$T_{prima} = \frac{1}{2}Mv^2 + 4\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2\right) = (M+4m)\,gh = 4.665J$$

$$T_{dopo} = \frac{1}{2}(M'-4m')v'^2 + 4\left(\frac{1}{2}m'v'^2 + \frac{1}{2}I_G\omega'^2\right) = \frac{1}{2}(M'-4m')v'^2 + 3m'v'^2 = \frac{1}{2}(M'+2m')v'^2$$

$$\textit{Se è elastico}\quad (M+4m)\,gh = \frac{1}{2}(M'+2m')v'^2 \quad\Rightarrow\quad m' = \frac{1}{2}\left[\frac{2(M+4m)\,gh}{v'^2} - M'\right] = 9{,}78\,kg$$

Per questo valore della massa delle ruote del secondo carrello l'urto è elastico, altrimenti non lo è.

6. (6) Una piattaforma circolare di raggio R = 1.0 *m* ruota con velocità angolare costante ω = 1 *rad/s* attorno a un asse passante per il suo centro, perpendicolare alla piattaforma e diretto lungo la direzione verticale. Un corpo di massa m = 2.0 *kg* cade da fermo da un'altezza h su un punto al bordo della piattaforma. Calcolare, rispetto a un osservatore solidale con la piattaforma:

a. La forza di Coriolis un istante prima dell'impatto;

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_C = -2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}_R \\ \left.\begin{array}{l} \vec{v}_A = \vec{v}_R + \vec{v}_T \\ \vec{v}_A = -\sqrt{2gh}\,\hat{k} \\ \vec{v}_T = \omega R\,\hat{t} \end{array}\right\} \vec{v}_R = -\sqrt{2gh}\,\hat{k} - \omega R\,\hat{t} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} \vec{F}_C = -2m\omega\,\hat{k}\wedge\left(-\sqrt{2gh}\,\hat{k} - \omega R\,\hat{t}\right) = -2m\omega^2 R\hat{r} = -4\hat{r}\;N \\ \textit{Diretta radialmente verso l'asse di rotazione.} \end{array}\right.$$

b. il modulo, nello stesso istante, dell'accelerazione relativa della massa che cade.

$$\vec{a}_R = \vec{a}_A - \vec{a}_T - \vec{a}_C = -g\,\hat{k} + \omega^2 R\,\hat{r} - 2\omega^2 R\hat{r} = -g\,\hat{k} - \omega^2 R\,\hat{r} \qquad a_R = \sqrt{g^2 + \omega^4 R^2} = 9{,}85\,m/s^2$$