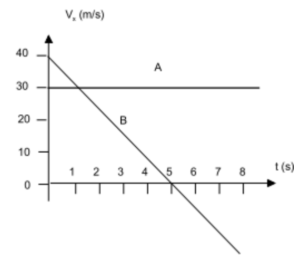
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello Autunnale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(07 settembre 2011)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Da quale altezza dalla superficie terrestre deve essere lanciato nello spazio un missile affinché la sua velocità di fuga sia la metà di quella che si riferisce alla superficie terrestre?

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{2}mv_R^2-\gamma\frac{Mm}{R}=0\\&\frac{1}{2}m\left(\frac{v_R}{2}\right)^2-\gamma\frac{Mm}{R+h}=0\end{aligned}\right\}\frac{1}{4R}=\frac{1}{R+h}\quad\Rightarrow\quad h=3R$$

2. Il grafico rappresenta le velocità di due punti materiali A e B in funzione del tempo. Calcolare:



   a. Le accelerazioni dei due punti A e B.

$a_A = 0\ m/s^2$; $a_B = -40/5 = -8\ m/s^2$.

   b. Lo spazio percorso da A quando B raggiunge la velocità di 30 *m/s*.

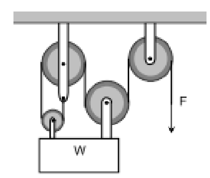
$$v_B=40-8t\ m/s^2\qquad 30=40-8t_{30}\ m/s^2\quad\Rightarrow\quad t_{30}=10/8=1.25s$$

$$x_A=30t\quad\Rightarrow\quad x_A\left(t_{30}\right)=30\cdot 1.25=37.5m$$

   c. Lo spostamento di B tra $t = 0\ s$ e $t = 10\ s$.

$$v_B=40-8t\ m/s^2\quad\Rightarrow\quad s\left(0-10\right)=\int_0^{10}v_B dt=400-4t^2\Big|_0^{10}=0$$

3. Nel sistema rappresentato in figura le carrucole e la fune hanno massa trascurabile. Calcolare la forza F che si deve applicare all'estremo della fune per mantenere la massa W in equilibrio.



$$4T-Wg=0;\quad F=T\quad\Rightarrow\quad F=Wg/4$$

4. Un punto materiale di massa m e velocità $v_i = 60\ cm/s$ colpisce elasticamente e centralmente una sfera piena ed omogenea di uguale massa e di raggio $R = 1\ cm$. Dopo l'urto la sfera rotola senza strisciare. Calcolare:
   a. La velocità della sfera e del punto materiale dopo l'urto.
   b. Il raggio d'inerzia della sfera.
   c. Commentare brevemente il verso della velocità del punto materiale dopo l'urto.

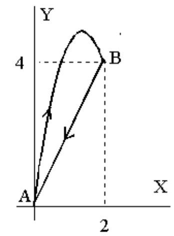
$$\left.\begin{aligned}&Rmv_i=Rmv_f+I_{pc}\omega\\&I=\frac{2}{5}mR^2;\qquad R\omega=v_G\\&I_{pc}=\frac{2}{5}mR^2+mR^2=\frac{7}{5}mR^2\\&\frac{1}{2}mv_i^2=\frac{1}{2}m\left(v_f^2+v_G^2+\frac{2}{5}R^2\omega^2\right)\end{aligned}\right\}\left.\begin{aligned}&v_i=v_f+\frac{7}{5}v_G\\&v_i^2=v_f^2+v_G^2+\frac{2}{5}v_G^2\end{aligned}\right\}\left.\begin{aligned}&v_i^2=v_f^2+\frac{49}{25}v_G^2+\frac{14}{5}v_fv_G\\&v_i^2=v_f^2+v_G^2+\frac{2}{5}v_G^2\end{aligned}\right\}v_f=-\frac{1}{5}v_G$$

$$\Rightarrow\quad\begin{cases}v_G=\dfrac{5}{6}v_i=50\,cm/s\\[2ex]v_f=-\dfrac{1}{6}v_i=-10\,cm/s\end{cases}$$

$$I=m\delta^2=\frac{2}{5}mR^2\quad\Rightarrow\quad\delta=\sqrt{\frac{2}{5}}R=0.63cm$$

$R_{Terra} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello Autunnale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(07 settembre 2011)
Prof. Maurizio Piccinini



5. Data la forza $\vec{F} = 6xy\hat{\imath} + 3x^2\hat{\jmath}\ N$:
   a. Calcolarne il lavoro lungo il percorso ABA in figura dove le unità di lunghezza sono *m*. Il percorso AB è un tratto della parabola di equazione $y = -2x^2 + 6x$, mentre il percorso BA è la retta che unisce il punto B di coordinate (2,4) con l'origine.
   b. Dire se la forza è conservativa o no e, in caso affermativo, calcolarne il potenziale.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = 6xy\hat{\imath} + 3x^2\hat{\jmath} \\ dP = dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} \end{array}\right\} dL = \vec{F}\cdot dP = 6xydx + 3x^2dy$$

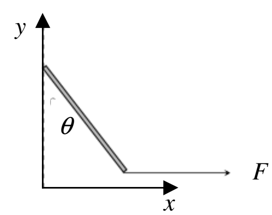
$$AB\begin{cases} y = -2x^2 + 6x \quad dy = -(4x-6)\,dx \\ dL = \left(-24x^3 + 54x^2\right)dx \\ L_{AB} = \int_0^2 \left(-24x^3 + 54x^2\right)dx = \left(-6x^4 + 18x^3\right)\Big|_0^2 = 48J \end{cases} \qquad BA\begin{cases} y = 2x \quad dy = 2dx \\ dL = 18x^2dx \\ L_{BA} = \int_2^0 18x^2dx = 6x^3\Big|_2^0 = -48J \end{cases}$$

$$L_{ABA} = 0$$

$$\vec{F} = 6xy\hat{\imath} + 3x^2\hat{\jmath}$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{F} = (0,0,6x-6x) = (0,0,0) \quad \Rightarrow \quad conservativa$$

$$\left.\begin{array}{l} F_x = \dfrac{\partial U}{\partial x} = 6xy \quad \Rightarrow \quad U = 3x^2y + f(y) \\ F_y = \dfrac{\partial U}{\partial y} = 3x^2 \quad \Rightarrow \quad U = 3x^2y + g(x) \end{array}\right\} U = 3x^2y + K$$



6. Un'asta rigida omogenea di massa *M* e lunga 2*L* si trova sdraiata su un piano orizzontale privo di attrito. La barretta è trascinata da una forza costante *F*, applicata a un suo estremo e inizialmente perpendicolare alla barra.
   a. Trovare le equazioni del moto del centro di massa della barra.

$$\vec{F} = M\vec{a}_G\begin{cases} F_x = F = Ma_{Gx} \\ F_y = 0 = Ma_{Gy} \end{cases} \quad \begin{cases} v_{Gx} = \dfrac{F}{M}t \\ v_{Gy} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_G = \dfrac{F}{2M}t^2 \\ y_G = L \end{cases}$$

   b. Trovare un'equazione per l'angolo θ di rotazione della barra sul piano in funzione del tempo.

$$FL\cos\theta = I_{CM}\dot{\omega} = \frac{1}{12}M(2L)^2\ddot{\theta} = \frac{1}{3}ML^2\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta} = \frac{3F}{ML}\cos\theta$$

$R_{\text{Terra}} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$