Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(08 gennaio 2013)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Un corpo rigido sta oscillando a mo' di pendolo, in assenza di aria e di attriti, attorno a un asse orizzontale. È corretto affermare che le due forze applicate al corpo (il peso e la reazione del vincolo) costituiscono una coppia?

No: una coppia di forze ha risultante zero, e quando la forza risultante è zero il CM si muove necessariamente di moto rettilineo uniforme. Chiaramente, nel nostro caso il moto del CM non è né rettilineo né uniforme.

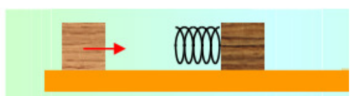
2. Dopo aver percorso ruotando senza strisciare un tratto orizzontale, una pallina inizia la risalita di un piano inclinato. Arriverà più in alto in assenza oppure in presenza di attrito radente? Nel secondo caso, si faccia l'ipotesi che l'attrito sia abbastanza grande da costituire vincolo di rotolamento puro.

In assenza di attrito la velocità angolare non può cambiare (le forze applicate, peso e reazione del vincolo, hanno momento zero rispetto al centro di massa): perciò durante la risalita si trasforma in energia potenziale solo l'energia cinetica di traslazione ½Mv^2 *. In presenza invece di sufficiente attrito (puro rotolamento) si trasforma in energia potenziale tutta l'energia cinetica, pari a ½*Mv^2 + ½$I\omega^2$ *(solo la forza peso compie lavoro), il che significa che l'altezza raggiunta dalla pallina è superiore in presenza di attrito.*

3. Si determini la velocità areolare di un pianeta che si muove lungo un'orbita circolare di raggio R.

$$\left.\begin{aligned} & A = \pi R^2 \\ & \left.\begin{aligned} & \gamma \frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \\ & g = \gamma \frac{M}{R_T^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R}} = R_T\sqrt{\frac{g}{R}} \\ & T = \frac{2\pi R}{v} \end{aligned}\right\} v_A = \frac{A}{T} = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma R M} = \frac{1}{2}R_T\sqrt{gR}$$

4. Un blocco di massa M scivola senza attrito su un piano orizzontale, con velocità v. A un certo istante esso urta una molla di costante elastica k, connessa all'altra estremità a un secondo blocco di massa $2M$. Quando la molla raggiunge la massima compressione, un dispositivo di aggancio ferma i due blocchi l'uno rispetto all'altro. In questa condizione il sistema giunge su una parte scabra del piano, caratterizzata da un coefficiente d'attrito dinamico μ.



   a. Determinare la velocità del blocco di massa $2M$ nell'istante subito successivo a quello del contatto di M con la molla e dopo che il sistema di aggancio è entrato in funzione.

$$Mv = 3Mv_x \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{1}{3}v$$

   b. Valutare la lunghezza del tratto percorso dal sistema nel tratto scabro (si trascuri il fatto che il sistema entra gradualmente in tale tratto).

$$\frac{1}{2}3Mv_x^2 = \mu 3Mgl \quad \Rightarrow \quad l = \frac{v_x^2}{2\mu g} = \frac{v^2}{18\mu g}$$

   c. Stabilire l'entità della compressione finale della molla.

$R_{\text{Terra}} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}3Mv_x^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{6}Mv^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 \quad \Rightarrow \quad 3Mv^2 = Mv^2 + 3k\Delta l^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \sqrt{\frac{2M}{3k}}v$$

d. Calcolare il tempo che intercorre fra il primo contatto e l'istante di aggancio.

$$\left.\begin{matrix} m_1\ddot{x}_1 = -k\Delta l \\ m_2\ddot{x}_2 = k\Delta l \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 = m_T\ddot{x}_{cm} = 0 \\ m_1m_2\ddot{x}_1 - m_1m_2\ddot{x}_2 = -(m_1+m_2)k\Delta l \end{matrix}\right\} \quad m_{rid}\ddot{x} = -k(x - x_0); \quad m_{rid} = \frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)} = \frac{2}{3}M$$

$$m_{rid}\ddot{r} = -kr \quad \Rightarrow \quad r = A\cos(\omega t + \alpha) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m_{rid}}}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\frac{M}{k}}$$

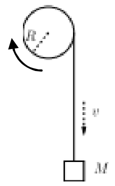
5. Un punto materiale di massa m = 20 g, vincolato a muoversi sull'asse x e soggetto solo una a forza conservativa $\vec{F}$, si trova inizialmente nell'origine degli assi con velocità v_0 = 5 m/s. L'energia potenziale del punto dipende dalla posizione, secondo l'equazione $V = F_0|x|$, con F_0 = 20 N. Nell'origine la forza vale $\vec{F} = \vec{0}$.
   a. Dimostrare che il punto materiale si muove di moto periodico.
   b. Determinare ampiezza e periodo di oscillazione.

$$U(x) = -F_0|x| = \begin{cases} -F_0x & x > 0 \quad \Rightarrow \quad F = -F_0 \\ F_0x & x < 0 \quad \Rightarrow \quad F = F_0 \end{cases}$$

$$E = T + V = \frac{1}{2}mv_0^2 = F_0A \quad \Rightarrow \quad A = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{F_0} = \frac{1}{2}\frac{0,02\times 25}{20} = 0,0125m$$

$$v = v_0 - \frac{F_0}{m}t \quad \Rightarrow \quad v_0 - \frac{F_0}{m}\frac{\mathrm{T}}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T} = 4\frac{mv_0}{F_0} = 4\frac{0,02\times 5}{20} = 0,02s$$

6. La carrucola in figura è un cilindro libero di ruotare attorno al suo asse. Attorno ad essa è avvolto un filo inestensibile al cui estremo è fissata una massa M. Determinare l'accelerazione della massa e la tensione del filo.



$$\left.\begin{matrix} Mg - T = Ma \\ RT = I\dot{\omega} = \frac{1}{2}M_cR^2\dot{\omega} \\ a = R\dot{\omega} \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} a = g - \frac{T}{M} = g - \frac{I}{MR^2}a \\ T = M(g - a) \end{matrix}\right\} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a = \frac{MR^2}{MR^2 + I}g \\ T = M\frac{I}{MR^2 + I}g \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{2M}{(2M + M_c)}g \\ T = \frac{MM_c}{(2M + M_c)}g \end{cases} \quad Se\ M = M_c \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a = \frac{2}{3}g \\ T = \frac{1}{3}Mg \end{cases}$$