Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(09 gennaio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Assumendo che l'orbita della terra intorno al sole sia circolare, di raggio R = 1.49 x $10^{11}m$, calcolare la massa del sole. Oltre al raggio R si usi la massa della terra, pari a m_T = 5.97 x $10^{24}Kg$, e i dati a fondo pagina.

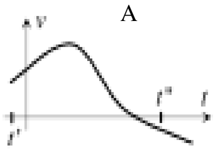
$$\left.\begin{aligned} & m_T\frac{v^2}{R}=\gamma\frac{m_T m_s}{R^2} \quad\Rightarrow\quad m_s=\frac{4\pi^2R^3}{\gamma T^2} \\ & mg=\gamma\frac{m_T m}{R_T^2} \quad\Rightarrow\quad \gamma=g\frac{R_T^2}{m_T} \end{aligned}\right\} m_s=\frac{4\pi^2R^3}{gR_T^2T^2}m_T$$

$$m_s=\frac{4\times3.14^2\times1.49^3\times10^{33}}{9.8\times6.37^2\times10^{12}\times(365\times24\times3600)^2}5.97\times10^{24}=1.97\times10^{30}\,Kg$$

2. Su un ascensore in caduta libera, un uomo lancia una pallina verso l'alto: che moto osserva prima e dopo l'urto contro il soffitto? Che moto osserverebbe se la direzione di lancio non fosse verticale?

I corpi all'interno dell'ascensore sono soggetti alla forza peso mg ed alla forza di trascinamento –mg, uguale e opposta. Quindi tutto va, nel riferimento dell'ascensore, come se la pallina non fosse soggetta a forze: indipendentemente dalla direzione di lancio, il moto osservato è rettilineo e uniforme, sia prima sia dopo l'urto contro il soffitto dell'ascensore.

A

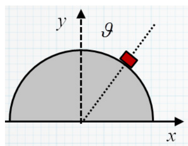


B

3. Si chiarisca se è possibile che nell'intervallo di tempo tra t' e t'' (fig. A) si verifichi per un punto P la situazione rappresentata in fig. B.

Si. All'istante t_m *corrispondente alla velocità massima.*

4. Un punto materiale di massa m si trova in equilibrio instabile sulla sommità di una superficie semisferica di raggio R = 1m. La semisfera è fissata su un piano orizzontale sul quale appoggia con la base piatta. Una piccola perturbazione fa scivolare la particella senza attrito:



   a. Trovare la coordinata angolare del punto dove la particella perde il contatto con la superficie sferica.

$$\left.\begin{aligned} & mg\cos\theta-N=m\frac{v^2}{R} \\ & mgR=mgR\cos\theta+\frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}\right\} N=3mg\cos\theta-2mg$$

$$3mg\cos\theta_d-2mg=0 \quad\Rightarrow\quad \cos\theta_d=\frac{2}{3} \quad\Rightarrow\quad \theta_d=48.19^o=0.84rad=0.27\pi rad$$

   b. Calcolare la velocità della particella al distacco, in modulo, direzione e verso.

$$mgR=mgR\cos\theta_d+\frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v=\sqrt{2gR(1-\cos\theta_d)}=6.53\,m/s$$

$$v_x=v\cos\theta_d=4.35\,m/s$$

$$v_y=-v\sin\theta_d=-4.87\,m/s$$

5. Un punto materiale K, mobile in un campo di forza conservativo, possiede l'energia potenziale $V(x,y,z)=5xy^2-yz^3$ (unità SI).

R_{Terra} = 6370 km, g = 9.8 m/s^2

a. Si trovi il valore della forza a cui K è soggetto nella posizione $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$.

$$U\left(x, y, z\right) = -5xy^2 + yz^3 \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right) = \left(-5y^2, -10xy + z^3, 3yz^2\right)$$

$$\vec{F}\left(1,2,3\right) = \left(-20, 7, 54\right)N \qquad F = \sqrt{20^2 + 7^2 + 54^2} = \sqrt{3365} = 58N$$

b. Si calcoli, nel modo più semplice possibile, il lavoro della forza tra l'origine delle coordinate e il punto $P(1,2,3)$.

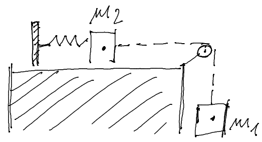
$$L = U\left(1,2,3\right) - U\left(0,0,0\right) = 34 - 0 = 34J$$

c. Si calcoli il lavoro della forza tra i due punti suddetti, seguendo una traiettoria composta dalla retta (y = 2x; z = 0) e quindi dalla retta (x = 1; y = 2).

$$L = \int_{(0,0,0)}^{(1,2,0)} \vec{F}\cdot d\vec{P} + \int_{(1,2,0)}^{(1,2,3)} \vec{F}\cdot dP = \int_{(0,0,0)}^{(1,2,0)} \left[-5y^2 dx - 10xydy\right] + \int_{(1,2,0)}^{(1,2,3)} \left[3yz^2 dz\right]$$

$$L = -\int_0^1 60x^2 dx + \int_0^3 6z^2 dz = -20\times 1^3 + 2\times 3^3 = 34J$$

6. Nel dispositivo rappresentato in figura, la molla ha costante elastica k = 1000 N/m, m_1 = 5Kg, m_2 = 6 Kg. La fune che collega le due masse è inestensibile e di massa trascurabile e la carrucola è priva di attrito. Inizialmente la molla ha la sua lunghezza naturale. Calcolare:



a. L'allungamento massimo della molla quando l'attrito è nullo.

$$m_1 g\Delta l = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{2m_1 g}{k} = 0.098m$$

b. L'allungamento massimo della molla quando il coefficiente di attrito dinamico tra m_2 e il tavolo vale $\mu = 0.1$.

$$m_1 g\Delta l = \frac{1}{2}k\Delta l^2 + \mu m_2 g\Delta l \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{2\left(m_1 - \mu m_2\right)g}{k} = 0.0862m$$

c. Impostare il problema fondamentale della dinamica per le due masse e risolverlo nel caso senza attrito (senza sostituire i valori numerici).

$$\left.\begin{array}{l} m_1 g - T = m_1\ddot{y} = m_1 a \\ -k\left(x - x_0\right) + T - \mu m_2 g\dfrac{\dot{x}}{\left|\dot{x}\right|} = m_2\ddot{x} = m_2 a \end{array}\right\} - k\left(x - x_0\right) + \left(m_1 - \mu m_2\frac{\dot{x}}{\left|\dot{x}\right|}\right)g = \left(m_1 + m_2\right)a$$

$$Se\ \mu = 0 \quad e\ con\ il\ cambio\ di\ variabile:\ \ z = x - x_0 - \frac{m_1 g}{k}$$

$$-k\left(x - x_0\right) + m_1 g = \left(m_1 + m_2\right)\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad \left(m_1 + m_2\right)\ddot{z} + kz = 0 \quad \Rightarrow \quad z = z_0\cos\left(\sqrt{\frac{k}{\left(m_1 + m_2\right)}}\,t\right)$$

$$x - x_0 - \frac{m_1 g}{k} = z_0\cos\left(\sqrt{\frac{k}{\left(m_1 + m_2\right)}}\,t\right) \qquad \dot{x} = -z_0\sqrt{\frac{k}{\left(m_1 + m_2\right)}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{\left(m_1 + m_2\right)}}\,t\right)$$

Condizioni iniziali:

$$x\left(0\right) = x_0 \quad \dot{x}\left(0\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad z_0 = -\frac{m_1 g}{k} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{m_1 g}{k}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{\left(m_1 + m_2\right)}}\,t\right)\right] + x_0$$

R_{Terra} = 6370 km, g = 9.8 m/s^2