Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(09 giugno 2014)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Un punto materiale di massa m si muove nel vuoto con velocità v. A un certo istante la massa esplode dividendosi in due frammenti uguali, uno dei quali si muove perpendicolarmente alla direzione originale con la stessa velocità v. Esprimere la velocità del secondo frammento.

$$m\vec{v} = \frac{m}{2}\vec{v}_1 + \frac{m}{2}\vec{v}_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \frac{\left(\vec{v}_1 + \vec{v}_2\right)}{2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v = \left(0 + v_{2x}\right)/2 \\ 0 = \left(v - v_{2y}\right)/2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v_{2x} = 2v \\ v_{2y} = v \end{cases}.$$

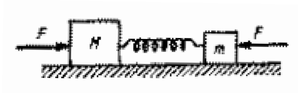
2. La NASA annuncia il lancio di due satelliti, i quali orbiteranno intorno alla terra su due orbite circolari e complanari di raggi r_1 ed $r_2 > r_1$. Per documentare l'avvenuto lancio, l'agenzia americana mostra per parecchie ore una ripresa, fatta da un astronauta uscito in passeggiata spaziale, nella quale si vedono i due satelliti orbitanti a distanza fissa l'uno dall'altro. Tuttavia, uno studente del primo anno d'ingegneria di Cesena scrive ai giornali una comunicazione di una riga, nella quale dimostra che il lancio in questione è un falso. Scrivere quella riga.

$$T^2 = kr^3 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} \quad \Rightarrow \quad \omega_1 > \omega_2 \qquad \textit{oppure}$$

$$\gamma\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \gamma\frac{M}{r^3} \quad \Rightarrow \quad \omega_1^2 = \frac{r_2^3}{r_1^3}\omega_2^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 > \omega_2$$

I due satelliti hanno velocità angolari diverse, quindi non possono rimanere a distanza fissa.

3. Due blocchi di masse m ed $M > m$ sono vincolati agli estremi di una molla. La molla è compressa da una forza F applicata a entrambi i blocchi (vedi figura). Il tutto è appoggiato su un tavolo caratterizzato dal coefficiente di attrito statico k tra i blocchi e il tavolo stesso. Che cosa accade se si azzera la forza F applicata ai blocchi?



Se $F < kmg$ il sistema non si muove. Se $kmg < F < kMg$ si muove solo il blocco di massa m. Se $kMg < F$ si muovono entrambi i blocchi, con versi opposti fra loro.

4. Uno yo-yo, di massa $m = 100\ g$, raggio esterno $R = 3\ cm$ e raggio interno $r = 1\ cm$, avvolto da una fune inestensibile di massa trascurabile e lunga $l = 1m$, è appeso al soffitto di una camera a vuoto. Lo yo-yo viene lasciato srotolare liberamente partendo da fermo. Esprimere:
   a. L'accelerazione del centro di massa (commentare il risultato nei casi limite $r = R$ ed $r = 0$).

$$\left.\begin{array}{l} mg - F = ma \\ Fr = I\ddot{\alpha} = I\left(a/r\right) \\ I = \left(1/2\right)mR^2 \end{array}\right\} mg - \left(1/2\right)m\left(R^2/r^2\right)a = ma \quad \Rightarrow \quad a = g\left(\frac{2r^2}{2r^2 + R^2}\right)\begin{cases} r = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0 \\ r = R \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{2}{3}g \end{cases}$$

$$a = \frac{2}{11}g = 1{,}78\, m/s^2$$

   b. La velocità del centro di massa quando la fune raggiunge la massima estensione.

$$\left.\begin{array}{l} v = at \\ z = \dfrac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad v = a\sqrt{\frac{2l}{a}} \quad \Rightarrow \quad v = 2\sqrt{\frac{gl}{11}} = 1{,}89\, m/s \qquad \textit{oppure}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - mgl = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(1 + \frac{R^2}{2r^2}\right)v^2 - 2gl = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{4glr^2}{2r^2 + R^2}} = 2\sqrt{\frac{gl}{11}}$$

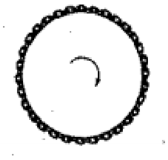
$R_{Terra} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$

c. L'energia cinetica dello yo-yo in funzione del tempo.

$$T - mgz = 0 \quad \Rightarrow \quad T = mg\frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{11}mg^2t^2 = 0,87t^2 J$$

(Si approssimi lo yo-yo come se fosse un disco omogeneo).

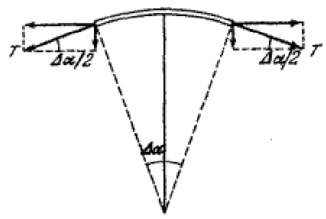
5. Una collana metallica di massa m = 40 g e lunghezza l = 62,8 cm è disposta circolarmente su un disco di legno orizzontale, il quale ruota con frequenza di rotazione n = 60 *giri/s*.



a. Calcolare la tensione T cui sono sottoposti gli elementi della collana.

$$d\vec{F} = dm\vec{a} \quad \textit{su un elemento infinitesimo di collana}:$$

$$\left.\begin{aligned} dm &= m\frac{rd\alpha}{l} \\ a &= \omega^2 r \\ \omega &= 2\pi n \\ dF &= 2T\sin\frac{d\alpha}{2} \approx Td\alpha \end{aligned}\right\} T = m\frac{r^2}{l}\omega^2 = mln^2 = 90,43N$$

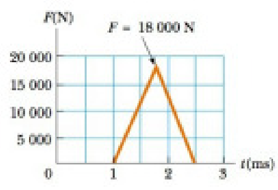


b. A un istante dato, la collana si rompe in 40 parti uguali. Calcolare la quantità di moto e il momento della quantità di moto di ogni frammento e di tutta la collana, indicandone anche direzione e verso.

$$\vec{q} = \frac{m}{40}\omega r\hat{t} \quad q = \frac{m}{40}2\pi nr = \frac{m}{40}ln = 0,038N\cdot s \qquad \vec{q}_{tot} = \vec{0}$$

$$\vec{M} = \vec{r}\wedge\vec{q} \quad M = r\frac{m}{40}ln = \frac{m}{40\times 2\pi}l^2 n = 0,0038N\cdot s\cdot m \qquad \vec{M}_{tot} = 40\vec{M} = 0,15\otimes N\cdot s\cdot m$$

6. Nella figura è rappresentata in funzione del tempo la forza con la quale una mazza da baseball colpisce la pallina. In base a questo grafico calcolare:



a. La quantità di moto trasferita alla pallina.

$$\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt = \Delta\vec{p} \quad \Delta p = \frac{1}{2}bh = 9.000\times 1,5\times 10^{-3} = 13,5N\cdot s$$

b. La quantità di moto finale della pallina se quella iniziale era di 5 *kgm/s* e se la pallina rimbalza nella stessa direzione incidente.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = p_f\hat{i} + p_i\hat{i} \quad \Rightarrow \quad p_f = \Delta p - p_i = 8,5N\cdot s$$

c. La forza media esercitata sulla pallina.

$$\langle F\rangle = \Delta p/\Delta t = 9.000N$$