

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(09 luglio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Si consideri una molla di costante elastica k nelle due seguenti situazioni:
- Un estremo della molla è fissato alla parete e all'estremo libero è applicata una forza F costante.
 - La molla libera è tesa applicando, a entrambi gli estremi, la stessa forza costante F precedente con versi opposti.

Dire se la molla si allunga maggiormente nel primo o nel secondo caso, o se si tende allo stesso modo. Motivare. *Si allunga uguale*

2. Si consideri un campo di forze caratterizzato dall'energia potenziale $V(x) = x^4$. Se un punto materiale si trova inizialmente nel punto $x = 0$ con velocità nulla, scegliere tra le seguenti l'affermazione giusta e motivarla:
- Il punto si sposterà nel verso delle x positive. F
 - Il punto non si sposterà. V
 - Il punto si sposterà nel verso delle x negative. F

3. Si vuole calare verticalmente da una finestra un peso $p = 1500 \text{ N}$, ma si ha a disposizione una fune che sopporta una tensione massima $T = 980 \text{ N}$. È possibile usare comunque questa fune senza romperla? Scegliere la risposta giusta e motivare.
- No, non è possibile.
 - Si, basta calare il peso molto lentamente con velocità costante.
 - Si, basta calare il peso rapidamente con velocità costante e frenare alla fine.
 - Si, basta calarlo con accelerazione $a \geq 0.35g$.
 - Si, basta calarlo con accelerazione $a \geq 2.1 \text{ m/s}^2$.

$$\left. \begin{aligned} p - T &= ma \\ p &= mg \end{aligned} \right\} \begin{cases} m = p/g = 153 \text{ kg} \\ T = p - ma \leq 980 \end{cases} \Rightarrow a \geq (p - 980)/m \quad a \geq 3,4 \text{ m/s}^2 = 0.35g$$

4. Si supponga che la terra sia perfettamente sferica, di densità costante, e che sia attraversata da un sottile tunnel lungo un diametro.
- Come si muoverebbe un punto materiale che fosse lasciato cadere dentro il tunnel?

$$\left. \begin{aligned} -\gamma \frac{M(r)m}{r^2} \hat{r} &= m\vec{a} \\ M(r) &= \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = M_T \left(\frac{r}{R}\right)^3 \end{aligned} \right\} -\gamma \frac{M_T}{R^3} r = \ddot{r} \Rightarrow r = R \cos\left(\sqrt{\gamma \frac{M_T}{R^3}} t\right).$$

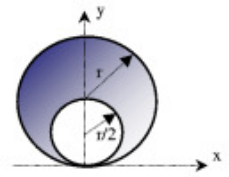
- Quanto varrebbe il periodo di rivoluzione di un satellite che orbitasse radente il suolo di questa terra ideale? (Calcolare il valore numerico).

$$-\gamma \frac{M_T m}{R^2} \hat{r} = -m \frac{v^2}{R} \hat{r} \Rightarrow v = \sqrt{\gamma \frac{M_T}{R}} = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M_T}} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \sqrt{\gamma \frac{M_T}{R^3}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(6.37 \times 10^6)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24}}} = 2\pi \sqrt{\frac{6.37^3 \times 10^5}{6.67 \times 5.97}} = 2\pi \sqrt{\frac{6.37^3}{66.7 \times 5.97}} \times 10^3 = 5062 \text{ s} = 1 \text{ h } 24 \text{ m } 22 \text{ s}$$

- Confrontare i due risultati ottenuti. $\omega(a.) = \omega(b.)$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(09 luglio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini



5. Una lamina circolare omogenea, di raggio r e densità superficiale σ , è forata da un foro circolare di raggio $r/2$ come evidenziato in figura.

a. Calcolare la posizione del suo centro di massa.

$$\left. \begin{aligned} x_{CM} &= 0 \\ 0 &= \frac{m}{M} y'_{CM} + \frac{m_v}{M} y'_v \end{aligned} \right\} y'_{CM} = -\frac{m_v}{M - m_v} y'_v = -\frac{r_v^2}{r^2 - r_v^2} y'_v = \frac{1/4}{1 - 1/4} \frac{1}{2} r = \frac{1}{6} r \quad y_{CM} = \frac{7}{6} r$$

b. Calcolare il momento d'inerzia della lamina rispetto a un asse perpendicolare alla stessa e passante per il centro di massa.

$$I_{DP} = \frac{1}{2} M r^2 = I + \left(\frac{1}{2} M_v \frac{r^2}{4} + M_v \frac{r^2}{4} \right) = I + \frac{3}{8} M_v r^2 \Rightarrow I = \frac{1}{2} M r^2 - \frac{3}{8} M_v r^2$$

$$I = \frac{1}{2} r^2 \left(M - \frac{3}{4} M_v \right) = \frac{1}{2} r^2 \sigma \pi r^2 \left(1 - \frac{3}{16} \right) = \frac{13}{32} \sigma \pi r^4$$

$$I_G = I - (M - M_v) \left(\frac{1}{6} r \right)^2 = \frac{13}{32} \sigma \pi r^4 - \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{36} \right) \sigma \pi r^4 = \left(\frac{13}{32} - \frac{3}{144} \right) \sigma \pi r^4 = \frac{37}{96} \sigma \pi r^4 = 0.385 \sigma \pi r^4$$

6. Un cilindro di massa $m = 15 \text{ kg}$ scende rotolando senza strisciare lungo un piano inclinato di $\theta = 30^\circ$, partendo dall'altezza $h = 2 \text{ m}$. Giunto alla base del piano inclinato il cilindro urta elasticamente un punto materiale e, in seguito all'urto, rimane totalmente fermo. Il punto materiale invece, in seguito all'urto sale lungo un piano inclinato identico al primo e raggiunge la stessa altezza h . Calcolare:

a. La massa del punto materiale.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I \omega_c^2 &= \frac{1}{2} m_x v_p^2 \\ m v_c &= m_x v_p \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{4} m v_c^2 &= \frac{3}{4} m v_c^2 = \frac{1}{2} m_x v_p^2 \\ m v_c &= m_x v_p \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \frac{m_x}{m} &= \frac{3}{2} \left(\frac{v_c}{v_p} \right)^2 \\ \frac{m_x}{m} &= \frac{v_c}{v_p} \end{aligned} \right\} 1 = \frac{3}{2} \left(\frac{m_x}{m} \right)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} m_x &= \frac{2}{3} m = 10 \text{ kg} \\ v_p &= \frac{3}{2} v_c \end{aligned} \right.$$

b. Le velocità del cilindro subito prima dell'urto, e quella del punto materiale subito dopo.

c. Il coefficiente di attrito del secondo piano inclinato.

$$\left. \begin{aligned} mgh &= \frac{3}{4} m v_c^2 \\ v_p &= \frac{3}{2} v_c \\ m_x gh + \mu m_x g \cos \vartheta \frac{h}{\sin \vartheta} &= \frac{1}{2} m_x v_p^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} v_c &= \sqrt{\frac{4}{3} gh} = \sqrt{\frac{4}{3} 9.8 \times 2} = 5.11 \text{ m/s} \\ v_p &= 7.67 \text{ m/s} \\ \mu &= \left(\frac{v_p^2}{2gh} - 1 \right) \tan \vartheta = 0.289 \end{aligned} \right\}.$$