Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° Appello Estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(09 settembre 2010)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Una palla da cannone, di massa m = 0.2 kg è lanciata con velocità v = 200 m/s lungo una direzione che forma un angolo $\alpha = 60°$ con l'orizzontale. Calcolare l'energia cinetica della palla nel punto più alto della sua traiettoria (si trascuri la resistenza dell'aria).

$$v_x = v\cos\alpha = \text{ costante } = v_{hx} = v_h = 200\times 0.5 = 100 m/s$$

$$T_h = \frac{1}{2}mv_h^2 = 0.5\times 0.2\times 100^2 = 1000 J$$

2. Un uomo di 80 kg si trova su una bilancia elettronica che, a sua volta, si trova dentro un ascensore. Se l'ascensore scende con accelerazione pari a g (accelerazione di gravità), cosa si leggerà nel display della bilancia?: a) 80 kg; b) 160 kg; c) 0 kg; d) – 80 kg.
   Argomentare la risposta, prima dal punto di vista di un osservatore inerziale poi da quello di un osservatore non inerziale .

3. Un corpo di massa m = 100 kg si trova sulla superficie terrestre. Se il raggio della terra raddoppia, mantenendo la stessa densità media, come cambia il peso del corpo? Scegliere la risposta giusta e motivare (si trascuri l'effetto della rotazione terrestre):
   a. Resta uguale.
   b. Raddoppia.
   c. Si dimezza.
   d. Quadruplica.

$$P = \gamma\frac{mM}{r^2}; \quad M = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 \quad \Rightarrow \quad P = \gamma\frac{4}{3}\rho\pi m r \quad \Rightarrow \quad P \propto r$$

4. Un punto materiale si sposta nel piano xy secondo le equazioni $x(t) = 3t^3 + 2t; \quad y(t) = 6t^2 + t$. Il tempo è espresso in secondi e le coordinate in metri.
   a. Si calcolino i vettori velocità e accelerazione all'istante t = 3s.

$$\left.\begin{matrix} x(t) = 3t^3 + 2t \\ y(t) = 6t^2 + t \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} \dot{x}(t) = 9t^2 + 2 \\ \dot{y}(t) = 12t + 1 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} \ddot{x}(t) = 18t \\ \ddot{y}(t) = 12 \end{matrix}\right\}$$

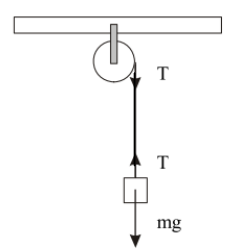
$$\left.\begin{matrix} \dot{x}(3) = 83 m/s \\ \dot{y}(3) = 37 m/s \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} \ddot{x}(3) = 54 m/s^2 \\ \ddot{y}(t) = 12 m/s^2 \end{matrix}\right\}$$

   b. Si calcoli l'angolo compreso tra i due vettori allo stesso istante t = 3s.

$$\left.\begin{matrix} v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}; \quad a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} \\ \vec{v}\cdot\vec{a} = \dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} = va\cos\alpha = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}\cos\alpha \end{matrix}\right\} \cos\alpha = \frac{\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{83\times 54 + 37\times 12}{\sqrt{83^2 + 37^2}\sqrt{54^2 + 12^2}} = 0.980 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 11.5^o$$

5. Un corpo di massa m è appeso a una corda di massa trascurabile avvolta intorno ad una ruota fissata al soffitto. La ruota, di massa M = 2m e raggio R, gira senza attrito. La fune non scivola sulla carrucola. La massa è inizialmente immobile a un'altezza h rispetto al pavimento, con la fune, lunga $l < h$, totalmente avvolta alla carrucola. Calcolare:
   a. L'accelerazione del corpo mentre la corda si srotola.



$$\left.\begin{aligned} &P-T=ma \\ &TR=I\dot{\omega}=I\frac{a}{R} \\ &I=\frac{1}{2}MR^2=mR^2 \end{aligned}\right\} mg-I\frac{a}{R^2}=ma \quad\Rightarrow\quad a=\frac{1}{2}g$$

b. La velocità con la quale arriva al suolo dopo che la fune si è totalmente srotolata.

$$\left.\begin{aligned} &v_1=\frac{1}{2}gt_1 \\ &l=\frac{1}{4}gt_1^2 \\ &mg(h-l)+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_S^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} v_1=\sqrt{gl} \\ v_S=\sqrt{g(2h-l)} \end{cases}$$

oppure:

$$\left.\begin{aligned} &mgh=mg(h-l)+\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}I\omega_1^2 \\ &mg(h-l)+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_S^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} v_1=\sqrt{gl} \\ v_S=\sqrt{g(2h-l)} \end{cases}$$

c. L'altezza massima che raggiunge dopo aver colpito il suolo con urto elastico.

$$\frac{1}{2}mv_S^2=mgh_M \quad\Rightarrow\quad h_M=h-\frac{l}{2}$$

6. Una sbarra sottile di lunghezza L si trova sull'asse x, con un'estremità nell'origine e l'altra, ovviamente, nel punto $x = L$. La sbarra non è omogenea, ma è caratterizzata da una densità lineare di massa $\lambda = Cx$, dove C è una costante.
   a. Esprimere la massa totale della sbarra in funzione di C ed L.

$$M=\int_0^L dm=\int_0^L \lambda dx=\int_0^L Cxdx=\frac{1}{2}CL^2$$

   b. Determinare il campo gravitazionale generato dalla sbarra, in un punto dell'asse x di coordinata $x_0 > L$.

$$\left.\begin{aligned} &G=\int_0^L \gamma\frac{dm}{(x_0-x)^2}=\gamma C\int_0^L\frac{xdx}{(x_0-x)^2} \\ &y=x_0-x;\qquad dy=-dx \end{aligned}\right\} G=-\gamma C\int_{x_0}^{x_0-L}\frac{(x_0-y)\,dy}{y^2}$$

$$G=-\gamma C\left(x_0\int_{x_0}^{x_0-L}\frac{dy}{y^2}-\int_{x_0}^{x_0-L}\frac{dy}{y}\right)=-\gamma C\left(x_0\left.\frac{1}{y}\right|_{x_0-L}^{x_0}-\ln y\Big|_{x_0}^{x_0-L}\right)=-\gamma C\left[x_0\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x_0-L}\right)+\ln\frac{x_0}{x_0-L}\right]$$

$$G=\gamma C\left[\frac{L}{x_0-L}-\ln\frac{x_0}{x_0-L}\right] \quad\Rightarrow\quad \vec{G}=-2\gamma\frac{M}{L^2}\left[\frac{L}{x_0-L}-\ln\frac{x_0}{x_0-L}\right]\hat{\imath}$$

   c. Determinare il campo gravitazionale generato dalla sbarra, in un punto dell'asse x di coordinata $x_0 < 0$.

$$G=\int_0^L \gamma\frac{dm}{(x_0-x)^2}=\gamma C\int_0^L\frac{xdx}{(x_0-x)^2} \quad\Rightarrow\quad \vec{G}=2\gamma\frac{M}{L^2}\left[\frac{L}{x_0-L}-\ln\frac{x_0}{x_0-L}\right]\hat{\imath}$$