

**Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena**  
**Appello autunnale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)**  
**(10 settembre 2012)**  
**Prof. Maurizio Piccinini**

1. Un satellite orbita circolarmente intorno alla terra (di raggio  $R$  e supposta di densità costante), ad altezza  $h$  dalla sua superficie. Quanto deve valere  $h$  affinché il satellite, introdotto sotto la superficie terrestre alla stessa profondità  $h$  sia soggetto alla stessa forza?

$$\gamma \frac{mM}{(R+h)^2} = \gamma \frac{mM'}{(R-h)^2} \Rightarrow \frac{(R-h)^2}{(R+h)^2} = \frac{M'}{M} = \frac{(R-h)^3}{R^3} \Rightarrow h^2 + Rh - R^2 = 0$$

$$h = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} R = 0.62R = 3949 \text{ Km}$$

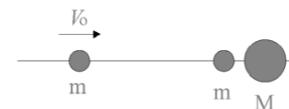
2. Si considerino due guide della stessa lunghezza, senza attrito, orizzontali e identiche tranne che per l'avvallamento che caratterizza la guida numero 2 (vedi figura), dove la lunghezza dell'avvallamento è pari alla metà della lunghezza totale. Sulla prima guida viene lanciata una massa puntiforme  $m$  e sulla seconda una massa puntiforme  $2m$ , entrambe con uguale velocità  $v_0$ . Quale delle due masse raggiunge per prima la fine della rispettiva guida? La massa  $m$ , la  $2m$  o arrivano insieme? Motivare la risposta. *Soluz.: sul piano entrambe le masse viaggiano alla stessa velocità. Nell'avvallamento la massa  $2m$  viaggia con velocità maggiore, quindi arriva per prima.*



3. Un punto materiale si muove di moto rettilineo e uniforme in un piano caratterizzato dalla coppia  $x$  e  $y$  di assi cartesiani ortogonali, su una traiettoria descritta dall'equazione  $y = R$ . Un altro punto materiale, identico al primo, si muove sullo stesso piano e con velocità uguale in modulo, su una traiettoria circolare di raggio  $R$  centrata sull'origine degli assi. Descrivere la quantità di moto e il momento della quantità di moto dei due punti rispetto all'origine, evidenziando similitudini e differenze.

$$\vec{P}_1 = mv\hat{i} \quad \vec{P}_2 = mv(\cos\vartheta\hat{i} - \sin\vartheta\hat{j}) \quad \vec{K}_1 = \vec{K}_2 = mvR\hat{k}$$

4. Si considerino le tre masse rappresentate in figura: le due masse  $m$  ed  $M$  a destra, leggermente separate fra di loro, sono inizialmente a riposo, mentre la massa  $m$  a sinistra incide con velocità  $V_0$ . Assumendo gli urti frontali ed elastici e trascurando l'attrito, dire quanti urti avvengono e quali sono le velocità finali nei tre casi:



- a. La massa  $M$  è minore di  $m$ .
- b. La massa  $M$  è uguale a  $m$ .
- c. La massa  $M$  è maggiore di  $m$ .

Dopo il primo urto la massa  $m$  si ferma e la seconda massa  $m$  si muove con velocità  $V_0$ . Il secondo urto è governato dalle seguenti equazioni:

$$\left. \begin{aligned} mV_0 &= mV_m + MV_M \\ \frac{1}{2}mV_0^2 &= \frac{1}{2}mV_m^2 + \frac{1}{2}MV_M^2 \end{aligned} \right\} V_m = \frac{(m-M)}{2m}V_0 \left\{ \begin{aligned} V_M &= \frac{2m}{(M+m)}V_0 \\ V_m &= \frac{(m-M)}{(M+m)}V_0 \end{aligned} \right.$$

- a. Se  $M < m$  le due velocità sono positive e  $V_M > V_m$ : Le due masse non si incontrano più per cui si hanno solo due urti.
- b. Se  $M = m$   $V_m = 0$  e  $V_M = V_0$ : Solo due urti.

**Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena**  
**Appello autunnale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)**  
**(10 settembre 2012)**  
**Prof. Maurizio Piccinini**

c. Se  $M > m$   $V_m < 0$  : La seconda massa  $m$  torna indietro e colpisce di nuovo la prima, fermandosi e trasferendogli la velocità. Tre urti.

5. Dal tetto di un vagone ferroviario di massa  $M = 10$  Ton pende una sfera di massa  $m$ . Il macchinista frena il treno con una forza  $F$  costante tale da portarlo, in un tempo  $t = 3$  sec, dalla velocità  $v_i = 18$  km/h alla velocità  $v_f = 6$  km/h. Calcolare:

a. Il lavoro fatto dalla forza di frenamento che agisce sul vagone.

$$L = \frac{1}{2} M (v_f^2 - v_i^2) = 5000 \times \left[ \left( \frac{6000}{3600} \right)^2 - \left( \frac{18000}{3600} \right)^2 \right] = -111.111, \bar{1} J$$

b. L'angolo massimo di deviazione dalla verticale del filo che sostiene la massa  $m$ , precisando se tale deviazione avviene nel verso del moto del treno o nel verso opposto.

$$\vec{p} + \vec{R} + \vec{F}_T = \vec{0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R \cos \vartheta = mg \\ R \sin \vartheta = ma \end{array} \right. \Rightarrow \tan \vartheta = \frac{a}{g} \left. \vphantom{\begin{array}{l} R \cos \vartheta = mg \\ R \sin \vartheta = ma \end{array}} \right\} \left. \begin{array}{l} \tan \vartheta = \frac{10}{9 \times 9.8} = 0.1134 \\ a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{6000/3600 - 18000/3600}{3} = -\frac{40}{36} = -\frac{10}{9} m/s^2 \end{array} \right\}$$

$\vartheta = 6,47^\circ = 0,1129$  rad nel verso del moto del treno.

6. Una sfera di raggio  $R$  e massa  $m = 2$  kg sale lungo un piano inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rotolando senza strisciare. La velocità del suo centro di massa alla base del piano vale  $v_G = 4.9$  m/s. Calcolare:

a. L'altezza massima raggiunta dalla sfera sul piano inclinato.

$$mgh = \frac{1}{2} mv_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 \left\{ \begin{array}{l} mgh = \frac{7}{10} mv_G^2 \Rightarrow h = \frac{7}{10} \frac{v_G^2}{g} = \frac{7}{10} \frac{4.9^2}{9.8} = 1.715 m \\ \omega = \frac{v_G}{R}; \quad I_G = \frac{2}{5} mR^2 \end{array} \right.$$

b. Il tempo che impiega la sfera a ritornare sul piano, dal momento in cui raggiunge l'altezza massima.

c. La forza, sul piano inclinato, che determina il rotolamento puro.

$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}_G \Rightarrow g \sin \alpha - \frac{F}{m} = a_G \left\{ \begin{array}{l} s(t) = \frac{1}{2} \left( g \sin \alpha - \frac{F}{m} \right) t^2 \\ v_G(t) = \left( g \sin \alpha - \frac{F}{m} \right) t \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} t_{\max} = 2 \frac{h}{v_G \sin \alpha} = \frac{2 \times 1.715}{4.9 \times 0.5} = 1,4 s \\ F = m \left( g \sin \alpha - \frac{v_G}{t_{\max}} \right) = 2.8 N \end{array} \right.$$

$$s(t_{\max}) = \frac{h}{\sin \alpha}; \quad v_G(t_{\max}) = v_G$$