

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(11 gennaio 2016)
Prof. Maurizio Piccinini

1. (4) Si immagini di praticare un foro che attraversi diametralmente la terra, e di far cadere una piccola massa puntiforme al suo interno. Scegliere tra le affermazioni seguenti quella giusta e motivare la scelta:
- La massa è soggetta ad una forza crescente man mano che cade verso il centro della terra, dove la sua velocità è massima.
 - Nel centro della terra la sua velocità è massima e la sua accelerazione è nulla. V
 - Nel centro della terra velocità ed accelerazione si annullano entrambe.
 - Nel centro della terra sia la velocità sia l'accelerazione sono massime.

2. (4) Un vostro amico vi lancia una palla da tennis che voi afferrate al volo. In seguito il vostro amico vi vuole lanciare al volo una palla da bowling, e vi chiede di scegliere se volete che ve la lanci con la stessa energia cinetica o con la stessa quantità di moto della pallina da tennis. Quale opzione scegliete e perché?

$$mv = MV_q \Rightarrow V_q = (m/M)v \quad mv^2 = MV_e^2 \Rightarrow V_e = \sqrt{(m/M)}v \quad m/M < 1 \Rightarrow V_q < V_e$$

Conviene scegliere V_q per avere un impatto meno violento (minore energia cinetica).

3. (5) Se una molla uniforme è tagliata a metà, quanto vale la costante elastica di ogni metà? Come cambia il periodo di oscillazione di una massa m agganciata alla molla? Argomentare.

$$\left. \begin{array}{l} F = k\Delta l \\ F = k_1(\Delta l/2) \end{array} \right\} k_1 = 2k \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

4. (6) Una porta larga $d = 1.00 \text{ m}$, di massa $M = 15 \text{ kg}$, è libera di ruotare intorno a un asse verticale passante per i cardini. Un proiettile di massa $m = 10 \text{ g}$ e velocità $v = 400 \text{ m/s}$ colpisce il centro della porta, viaggiando in direzione perpendicolare al piano di questa, e vi rimane conficcato. Trovare:

- a. La velocità angolare della porta dopo l'impatto.

$$mvl = I\omega$$

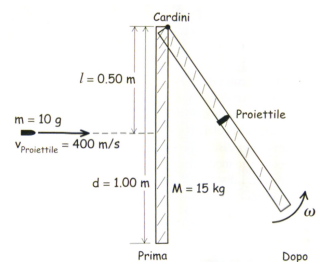
$$I = I_{po} + I_{pr} = \frac{1}{3}Md^2 + ml^2 = \left(\frac{4}{3}M + m\right)l^2 \left\{ \omega = \frac{3mv}{(4M + 3m)l} = \frac{3 \times 10 \times 400}{60.030 \times 0.5} \approx 0.40 \text{ rad/s} \quad (0.3998) \right.$$

- b. L'energia cinetica della porta (si conserva?).

$$\left. \begin{array}{l} T_f = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}M + m\right)l^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times 20.010 \times 0.5^2 \times 0.4^2 \approx 0.40 \text{ J} \\ T_i = \frac{1}{2}mv^2 = 0.005 \times 400^2 = 800 \text{ J} \end{array} \right\} \text{non si conserva (urto anelastico)}$$

- c. Il tempo che la porta impiega a ruotare di 90° .

$$t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{3.14}{0.80} = 3.9 \text{ s}$$



5. (6) Una regione di spazio è interessata dal campo di forze $\vec{F} = Kx\hat{j}$ dove K è una costante positiva.

a. Calcolare il lavoro di tale forza lungo un quadrato di lato d nel piano xy , con vertici $A = (1,1)$, $B = (1+d,1)$, $C = (1+d,1+d)$ e $D = (1,1+d)$, percorso con verso antiorario.

$$\vec{F} = Kx\hat{j} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{AB} = 0 \\ L_{BC} = K(1+d) \int_1^{1+d} dy = K(1+d)d \\ L_{CD} = 0 \\ L_{DA} = K \int_{1+d}^1 dy = -Kd \end{array} \right\} \quad L = Kd^2 \quad \text{La forza non è conservativa.}$$

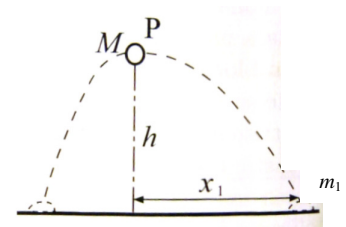
b. Dire se la forza è conservativa oppure no. In caso affermativo ricavarne il potenziale, in caso negativo aggiungere un termine di modo che lo diventi e ricavarne il potenziale.

$$\vec{F} = Ky\hat{i} + Kx\hat{j} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \Rightarrow U = f(x, y) \\ \frac{\partial U}{\partial x} = Ky \Rightarrow U = Kxy + f(y, \cancel{x}) \\ \frac{\partial U}{\partial y} = Kx \Rightarrow U = Kxy + f(x, \cancel{y}) \end{array} \right\} \quad f(x) = f(y) = C \quad \left\{ \begin{array}{l} U(x, y) = Kxy + C \end{array} \right.$$

Oppure:

$$U(x, y) - U(0, 0) = \int_{0,0}^{x,y} \vec{F} \cdot d\vec{P} = \int_{0,0}^{x,0} F_x dx + \int_{x,0}^{x,y} F_y dy = 0 + Kxy \Rightarrow U(x, y) = Kxy + C$$

6. (5) Un corpo di massa $M = 100 \text{ kg}$ che si trova fermo in un punto P ad altezza h dal suolo, esplode dividendosi in due frammenti che si allontanano in versi opposti in direzione parallela al suolo. Dopo un intervallo di tempo $\tau = 10 \text{ s}$ dall'esplosione, un frammento di massa $m_1 = 30 \text{ kg}$ cade a distanza $x_1 = 140 \text{ m}$ dalla verticale passante per il punto P . Trascurando l'attrito dell'aria si determinino:



a. La coordinata del punto in cui cade il secondo frammento.

$$\left. \begin{array}{l} x_{CM}(0) = 0 \\ x_{CM}(\tau) = 0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \end{array} \right\} \quad x_2 = -\frac{m_1}{M - m_1} x_1 = -\frac{30}{70} 140 = -60 \text{ m}$$

b. La quota h alla quale è avvenuta l'esplosione.

$$Mg = Ma_{CM} \quad \left\{ \begin{array}{l} y_{CM}(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ y_{CM}(\tau) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow h = \frac{1}{2}g\tau^2 = 9,8 \times 50 = 490 \text{ m}$$

c. La quantità di moto totale e quella dei due frammenti un istante prima dell'impatto al suolo.

$$\left. \begin{array}{l} v_{1x} = x_1/\tau; \quad v_{1y} = v_{2y} = -g\tau \\ Q_x = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 0 \Rightarrow v_{2x} = -(m_1/m_2)v_{1x} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{1x} = 14 \text{ m/s}; \quad v_{1y} = -98 \text{ m/s}; \quad Q_1 = 420\hat{i} - 2.940\hat{j} \\ v_{2x} = -6 \text{ m/s}; \quad v_{2y} = -98 \text{ m/s}; \quad Q_2 = -420\hat{i} - 6.860\hat{j} \end{array} \right.$$

$$\vec{Q} = M\vec{v}_{CM} = -Mgt\hat{j} \Rightarrow \vec{Q}(\tau) = -Mg\tau\hat{j} = -100 \times 9,8 \times 10 = -9.800\hat{j} \text{ kg m/s} \quad \text{-----} \rightarrow \nearrow$$