

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(11 giugno 2013)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Uno yo – yo di raggio R e massa m è sospeso ad una altezza h da terra. Quale forza F deve essere applicata alla fune (di massa trascurabile) affinché lo yo –yo si srotoli rimanendo sospeso sempre all'altezza h ? Esprimere la velocità angolare dello yo – yo durante lo srotolamento della fune.

$$mv_G = 0 \Rightarrow ma_G = F - P = 0 \Rightarrow F = P = mg$$

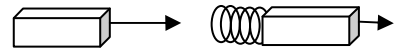
$$FR = I\dot{\omega} = (1/2)mR^2\dot{\omega} \Rightarrow \dot{\omega} = 2g/R \Rightarrow \omega = (2g/R)t$$

2. Dire se la seguente affermazione è vera o falsa motivando la risposta:
 La seconda legge di Keplero è vera perché la forza gravitazionale dipende dall'inverso del quadrato della distanza tra pianeta e sole. F

3. Un'automobile di lunghezza $l = 4$ m si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v = 100$ km/h e sorpassa un autotreno che si muove nella stessa direzione e verso, con velocità $V = 60$ km/h. L'autotreno è lungo $L = 15$ m. Calcolare la durata del sorpasso, cioè il tempo che trascorre da quando il fronte dell'auto è allineato con la coda dell'autotreno a quando la coda dell'auto è allineata con il fronte dell'autotreno.

$$vt = Vt + L + l \Rightarrow t = [3600(L + l)]/[1000(v - V)] = 684/400 = 1,71s$$

4. Un blocco di massa $m_1 = 2,0$ kg scivola su un tavolo senza attrito con velocità $v_1 = 10$ m/s. Davanti al blocco, nella stessa direzione e nello stesso verso, un secondo blocco di massa $m_2 = 5,0$ kg si muove con velocità $v_2 = 3,0$ m/s. Al secondo blocco è fissata una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 1120$ N/m. Calcolare:



- a. La velocità del centro di massa del sistema.

$$v_{CM} = \frac{Q}{M} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{20 + 15}{7} = 5,0 \text{ m/s}$$

- b. La compressione massima Δx della molla durante l'urto.

$$\frac{1}{2}(m_1v_1^2 + m_2v_2^2) = \frac{1}{2}(Mv_{CM}^2 + k\Delta x^2) \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m_1v_1^2 + m_2v_2^2 - Mv_{CM}^2}{k}} = \sqrt{\frac{200 + 45 - 175}{1120}} = 0,25 \text{ m}$$

- c. Le velocità dei due blocchi rispetto al tavolo, quando si separano in seguito all'espansione della molla.

Nel sist. del CM :

$$v_{1CM} = v_1 - v_{CM} = 5,0 \text{ m/s} \quad v_{2CM} = v_2 - v_{CM} = -2,0 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{aligned} m_1v_{1CM}^2 + m_2v_{2CM}^2 &= m_1v_{1CM}'^2 + m_2v_{2CM}'^2 \\ m_1v_{1CM} + m_2v_{2CM} &= m_1v_{1CM}' + m_2v_{2CM}' = 0 \end{aligned} \right\} \begin{cases} v_{2CM}' = -\frac{m_1}{m_2}v_{1CM}' \\ m_1v_{1CM}^2 + m_2v_{2CM}^2 = \frac{m_1}{m_2}Mv_{1CM}'^2 \end{cases}$$

$$v_{1CM}' = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \frac{m_1v_{1CM}^2 + m_2v_{2CM}^2}{M}} = \sqrt{2,5 \frac{50 + 20}{7}} = -5,0 \text{ m/s} \Rightarrow v_1' = v_{1CM}' + v_{CM} = 0,0 \text{ m/s}$$

$$v_{2CM}' = -\frac{m_1}{m_2}v_{1CM}' = \frac{2}{5}5 = 2,0 \text{ m/s} \Rightarrow v_2' = v_{2CM}' + v_{CM} = 7,0 \text{ m/s}$$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(11 giugno 2013)
Prof. Maurizio Piccinini

5. L'energia potenziale, espressa in Joule, di un campo di forze conservativo è data dall'equazione $V(x, y, z) = -x^2 - xy + z^2$. Calcolare:

a. La forza nel punto $P(1,0,0)$ e i suoi coseni direttori.

$$V(x, y, z) = -x^2 - xy + z^2 \Rightarrow \begin{cases} F_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = 2x + y & F_x(P) = 2 \\ F_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = x & F_y(P) = 1 \\ F_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -2z & F_z(P) = 0 \end{cases} \quad F = \sqrt{5} \quad \begin{cases} \cos \vartheta_x = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \vartheta_y = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \cos \vartheta_z = 0 \end{cases}$$

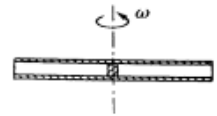
b. Il lavoro dall'origine al punto $P_1(1,1,1)$, calcolandolo esplicitamente prima lungo una spezzata parallela agli assi x, y e z , e poi lungo la retta che va dall'origine al punto P_1 .

$$L = U(P_1) - U(O) = 1 - 0 = 1J$$

$$L_a = \int_{\Gamma_a}^{111} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{000}^{100} 2x dx + \int_{100}^{110} dy - \int_{110}^{111} 2z dz = 1 + 1 - 1 = 1J$$

$$L_b = \int_{\Gamma_b}^{111} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) \quad \Gamma_b \begin{cases} y=x \\ z=x \end{cases} \Rightarrow L_b = \int_0^1 (3x + x - 2x) dx = 1J$$

6. Al centro di un sottile tubo rigido e omogeneo, di massa M , si trova un cilindretto molto corto di massa m , di diametro appena inferiore a quello interno del tubo. Il cilindretto può scorrere senza attrito dentro il tubo. Inizialmente il sistema ruota con velocità angolare ω_0 intorno a un asse verticale che passa per il suo baricentro. A un certo istante, per una lievissima perturbazione, il cilindretto si sposta dalla posizione centrale.



a. Esprimere la velocità angolare ω del tubo quando il cilindretto ne fuoriesce.

$$I_r \omega_r = [I_M + I_m(r)] \omega_r = I_M \omega_0 \Rightarrow \omega_r = \frac{I_M}{I_M + I_m(r)} \omega_0$$

$$\omega = \frac{I_M}{I_M + I_m(L/2)} \omega_0 = \frac{1/12 ML^2}{1/12 ML^2 + m L^2/4} \omega_0 = \frac{M}{M + 3m} \omega_0$$

b. Scrivere l'equazione del moto del cilindretto rispetto al tubo.

$$\omega_r = \frac{I_M}{I_M + I_m(r)} \omega_0 = \frac{ML^2}{ML^2 + 12mr^2} \omega_0$$

$$m\omega_r^2 \vec{r} = m\vec{a}_R \Rightarrow \omega_r^2 r = \ddot{r} \Rightarrow \ddot{r} = \left(\frac{ML^2}{ML^2 + 12mr^2} \omega_0 \right)^2 r$$

c. Scrivere la soluzione della suddetta equazione nell'approssimazione $m \ll M$.

$$\ddot{r} \approx \omega_0^2 r \Rightarrow r = (Ae^{\omega_0 t} + Be^{-\omega_0 t})$$

$$\left. \begin{aligned} r(0) = 0 &\Rightarrow A + B = 0 \\ \dot{r}(0) = v_0 &\Rightarrow \omega_0(A - B) = v_0 \end{aligned} \right\} r = \frac{v_0}{2\omega_0} (e^{\omega_0 t} - e^{-\omega_0 t})$$