Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
1° Appello Invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(12 gennaio 2011)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Un satellite artificiale è stato messo in un'orbita circolare intorno a Venere, caratterizzata dal periodo T e dal raggio a. È possibile ricavare la massa di Venere a partire da questi dati?

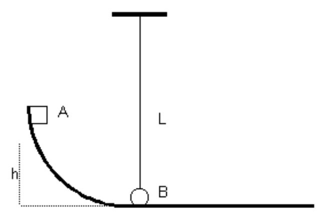
$$F_a = G\frac{mm_V}{a^2} = m\frac{v^2}{a} = m\frac{(2\pi a)^2}{T^2 a} \quad \Rightarrow \quad m_V = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a^3}{T^2}$$

2. Dire, motivando le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false:
   a. Solo le forze conservative compiono lavoro. *F*
   b. L'energia cinetica di un punto materiale sul quale agiscono solo forze conservative non cambia. *F*
   c. Il lavoro compiuto da una forza conservativa è uguale alla variazione dell'energia potenziale associata a quella forza. *F*
   d. Un punto materiale si muove sull'asse x. Se la sua energia potenziale diminuisce quando il punto si sposta verso destra, allora la forza conservativa cui è soggetto è diretta verso sinistra. *F*
   e. Un punto materiale si muove sull'asse x. Se la forza conservativa cui è soggetto è diretta verso destra allora l'energia potenziale aumenta se il punto si muove verso sinistra. *V*

3. Un cilindro omogeneo con massa m = 60 kg e raggio r = 18 cm rotola senza strisciare con velocità v = 15 m/s. Quale lavoro è stato necessario fare per imprimere al cilindro questa velocità?

$$L = \Delta T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{3}{4}mv^2 = \frac{3}{4}\times 60 \times 15^2 = 10.125 J$$

4. Nel sistema rappresentato in figura, il punto materiale di massa m_A scivola senza attrito partendo dall'altezza h fino a urtare elasticamente il punto materiale di massa m_B. Esprimere in funzione delle quantità date:



   a. La velocità di B subito dopo l'urto.

$$v_B' = \frac{2m_A}{m_A + m_B}v_A = \frac{2m_A}{m_A + m_B}\sqrt{2gh}$$

   b. La tensione massima del filo di lunghezza L.

$$Subito\,dopo\,l'urto\ \vec{T} + \vec{P} = m_B\frac{v_B'^2}{L}\hat{n} \quad \Rightarrow \quad T = m_B\left(g + \frac{v_B'^2}{L}\right) = m_B g\left[1 + \frac{2}{L}\left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right)^2 h\right]$$

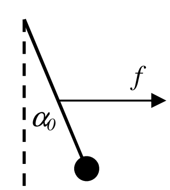
   c. L'altezza massima raggiunta da B dopo l'urto.

$$m_B g h_B = \frac{1}{2}m_B v_B'^2 \quad \Rightarrow \quad h_B = \frac{v_B'^2}{2g} = \left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right)^2 h$$

   d. La velocità di A (modulo e verso) dopo l'urto.

$$v_A' = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\sqrt{2gh}$$

5. Sia data una sbarra di massa m = 1 *kg* e lunghezza l = 2*m*, con una massa puntiforme M = 2 *kg* fissata a un estremo, e appesa all'altro estremo al soffitto. La sbarra può oscillare senza attrito su un piano verticale. Essa è inizialmente tenuta in equilibrio a un angolo α_0 = 30° con la verticale, grazie a una fune fissata alla sbarra nel suo punto di mezzo, la quale esercita una forza orizzontale f. Determinare:



   a. La tensione della fune nella situazione di equilibrio iniziale.

$$mg\frac{l}{2}\sin\alpha_0 + Mgl\sin\alpha_0 - f\frac{l}{2}\cos\alpha_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad f = (m + 2M)\,g\tan\alpha_0 = 5\times 9,8\times 0,866 = 42,44N$$

   b. Il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione.

$$I = \frac{1}{3}ml^2 + Ml^2 = \left(\frac{1}{3}m + M\right)l^2 = \left(\frac{1}{3} + 2\right)2^2 = 9,3\overline{3}\ kg\times m^2$$

---

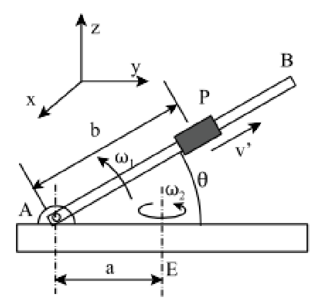
c. L'equazione del moto del sistema quando si taglia la fune.

$$\left.\begin{array}{l} \ddot{\phi}+\dfrac{gh}{\delta^2}\sin\phi=0 \\[2ex] h=\left|G-O\right|=\dfrac{m\left(l/2\right)+Ml}{m+M} \\[2ex] I=M_T\delta^2=\left(\dfrac{1}{3}m+M\right)l^2 \quad\Rightarrow\quad \delta^2=\dfrac{\left[\left(1/3\right)m+M\right]}{M+m}l^2 \end{array}\right\}\ddot{\phi}+\frac{g}{l}\frac{\left[\left(1/2\right)m+M\right]}{\left[\left(1/3\right)m+M\right]}\sin\phi=0$$

d. La frequenza di oscillazione del sistema nell'approssimazione delle piccole oscillazioni.

$$T=2\pi\frac{\delta_o}{\sqrt{gh}}=2\pi\sqrt{\frac{\left[\left(1/3\right)m+M\right]}{\left[\left(1/2\right)m+M\right]}\frac{l}{g}}=\frac{1}{\nu}=\frac{2\pi}{\omega}=\begin{cases}T=2.74s\\ \omega=2.29\ rad/s\\ \nu=0.365\ osc/s\end{cases}$$

6. Il passante P in figura si sposta lungo l'asta AB con velocità relativa costante v'. L'asta ruota rispetto a un'articolazione che la vincola nell'estremo A, con velocità angolare costante ω_1. L'articolazione è fissata su un disco orizzontale che ruota con velocità angolare costante ω_2 rispetto al suo asse di simmetria E, fisso rispetto al sistema S individuato dalla terna OXYZ. La distanza tra l'asse di rotazione del disco e l'articolazione vale a.



<u>All'istante rappresentato in figura</u>, quando l'asticella forma un angolo θ con l'orizzontale e il passante si trova alla distanza b dall'articolazione, calcolare:

a. La velocità angolare ω e l'accelerazione angolare α dell'asta rispetto al sistema fisso S.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\omega}=\vec{\omega}_1+\vec{\omega}_2\\ \vec{\omega}_1=\omega_1\hat{i}'\\ \vec{\omega}_2=\omega_2\hat{k}\end{array}\right\}\vec{\omega}=\omega_1\hat{i}'+\omega_2\hat{k} \qquad \vec{\alpha}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}=\omega_1\frac{d\hat{i}'}{dt}=\omega_1\omega_2\wedge\hat{i}'=\omega_1\omega_2\hat{j}$$

b. La velocità v del passante rispetto al sistema S.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v}_P=\vec{v}_P'+\vec{\omega}_2\wedge(P-A)+\vec{v}_A\\ \vec{v}_P'=v'\cos\theta\hat{j}+v'\sin\theta\hat{k}\\ \vec{v}_A=a\omega_2\hat{i}\\ (P-A)=b\cos\theta\hat{j}+b\sin\theta\hat{k}\\ \vec{\omega}_2\wedge(P-A)=-b\omega_2\cos\theta\hat{i}\end{array}\right\}\vec{v}_P=\left(a-b\cos\theta\right)\omega_2\hat{i}+v'\cos\theta\hat{j}+v'\sin\theta\hat{k}$$

c. L'accelerazione del passante rispetto al disco orizzontale.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{a}_A=\cancel{\vec{a}_R}+\vec{a}_T+\vec{a}_C\\ \vec{a}_T=\cancel{\dot{\vec{\omega}}_1}\wedge\left(P-O\right)+\vec{\omega}_1\wedge\left[\vec{\omega}_1\wedge\left(P-O\right)\right]+\cancel{\vec{a}_O}\\ \vec{a}_C=2\vec{\omega}_1\wedge\vec{v}_R=2\omega_1v'\left(\cos\theta\hat{k}-\sin\theta\hat{j}\right)\\ \vec{\omega}_1\wedge\left[\vec{\omega}_1\wedge\left(P-O\right)\right]=-\omega_1^2b\left(\cos\theta\hat{j}+\sin\theta\hat{k}\right)\end{array}\right\}\begin{cases}\vec{a}_A=-\omega_1^2b\left(\cos\theta\hat{j}+\sin\theta\hat{k}\right)+2\omega_1v'\left(\cos\theta\hat{k}-\sin\theta\hat{j}\right)\\ \vec{a}_A=-\omega_1\left[\left(\omega_1b\cos\theta+2v'\sin\theta\right)\hat{j}-\left(\omega_1b\sin\theta-2v'\cos\theta\right)\hat{k}\right]\end{cases}$$