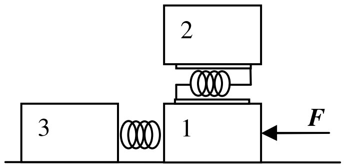
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
3° appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(13 luglio 2015)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. (4) Tre blocchetti uguali ma di masse m, $2m$ e $3m$ secondo la numerazione indicata, sono collegati l'un l'altro mediante due molle di uguale costante elastica, fissate ai blocchetti come in figura. La massa delle molle è trascurabile, così come la massa delle basette disposte tra i blocchetti 1 e 2. Se al sistema è applicata la forza $\boldsymbol{F}$, dire come si deformano le molle 1-2 e 1-3 e quanto vale il rapporto tra le due deformazioni.



$F = 6ma \quad \Rightarrow \quad F_1 = F - F_2 - F_3 = ma = (1/6)F \qquad F_2 = 2ma = (1/3)F \qquad F_3 = 3ma = (1/2)F$.

La molla 1-3 *si comprime mentre la* 1-2, *visto come è vincolata, si allunga. Compressione e allungamento sono proporzionali alle rispettive forze che agiscono sui blocchetti 3 e 2, quindi* $[1-3]/[1-2] = 3/2$.

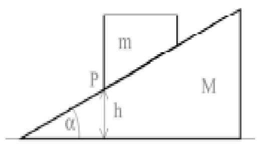
2. (4) Per un oggetto che parte da fermo e cade liberamente sotto l'azione della sola forza di gravità, l'energia cinetica è proporzionale: *a*) al prodotto tra il tempo di caduta e la distanza percorsa; *b*) alla velocità; *c*) al quadrato della distanza percorsa; *d*) al quadrato del tempo di caduta; *e*) al tempo di caduta.

$$\left.\begin{array}{l} z = h - (1/2)\,gt^2 \\ v = -gt \end{array}\right\} T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2 \quad \Rightarrow \quad (d)$$

3. (5) Un pallone aerostatico di massa M si trova sospeso in aria immobile ad una certa altezza dal suolo. Al pallone è appesa una scala di corda alla quale è aggrappato un giovane di massa m. Ad un certo punto il giovane sale verso il pallone con velocità v rispetto alla scala. Dire in quale verso si muove il pallone ed esprimere la sua velocità.

$$m\vec{v}_A + M\vec{V} = \vec{0} \ \Rightarrow \ m(\vec{v} + \vec{v}_T) + M\vec{V} = \vec{0} \ \Rightarrow \ m(v + V) + MV = 0 \ \Rightarrow \ V = -\frac{m}{m+M}v \text{, } \textit{verso il basso.}$$

4. (5) Un blocco di massa m è collocato su un cuneo di massa M e inclinazione α appoggiato su un tavolo orizzontale (vedi figura). tutte le superfici sono prive di attrito. Il sistema è inizialmente a riposo, con il punto P del blocco ad altezza h rispetto al piano del tavolo. Calcolare la velocità del cuneo nel momento in cui il punto P arriva a livello del tavolo.



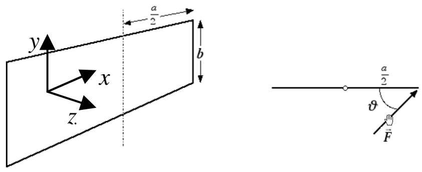
$$\left.\begin{array}{l} 2mgh = m\left(v_{bx}^2 + v_{by}^2\right) + Mv_c^2 \\ 0 = Mv_c + mv_{bx} \\ v_{bx} = v'_{bx} + v_c \\ v_{by} = v'_{by} \\ v'_{by}/v'_{bx} = \tan\alpha \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} v_{by} = (v_{bx} - v_c)\tan\alpha \\ v_{bx} = -\dfrac{M}{m}v_c \\ 2mgh = m\left(v_{bx}^2 + v_{by}^2\right) + Mv_c^2 \end{array}\right\} 2m^2gh = (M+m)\left[M + (M+m)\tan^2\alpha\right]v_c^2$$

$$v_c = \sqrt{\frac{2m^2gh}{(M+m)\left[M + (M+m)\tan^2\alpha\right]}}$$

$R_{Terra} = 6370\ km$, $\quad M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg $\quad g = 9{,}8\ m/s^2 \quad \gamma = 6{,}6758 \times 10^{-11}\ m^3/(kg \times s^2)$

---

5. (6) Una porta girevole è costituita da un sottile pannello rettangolare omogeneo di massa M e lati a e b, vincolato a ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il centro di massa e parallelo al lato b (vedi figura). La porta, inizialmente ferma, viene spinta per un tempo t ad un estremo con una forza F, costante in modulo, parallela al pavimento, la cui direzione forma un angolo $\theta = 45°$ con il piano della porta. Calcolare:



   a. Il momento di inerzia I_G della porta girevole rispetto all'asse di rotazione. Eseguire il calcolo a partire dalla definizione di momento d'inerzia (suggerimento: esprimere la massa M in funzione della densità superficiale di massa).

$$I_G = \int_S r^2 dm = \rho \int_S x^2 dx dy = \rho \int_{-a/2}^{a/2} x^2 dx \int_0^b dy = \frac{M}{ab}\frac{1}{3}\left(\frac{a^3}{8}+\frac{a^3}{8}\right)b = \frac{1}{12}Ma^2$$

$$Controprova: \quad dI = \frac{1}{12}a^2 dm \quad \Rightarrow \quad I_G = \int_M dI = \frac{1}{12}Ma^2$$

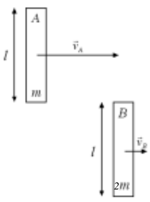
   b. Il momento della forza applicata rispetto all'asse di rotazione.

$$\vec{\mathcal{M}} = \frac{a}{2} F \sin 45^o \, \hat{j} = \frac{1}{2\sqrt{2}} aF \, \hat{j}$$

   c. La velocità angolare della porta all'istante finale t.

$$\mathcal{M} = I_G \dot{\omega} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{2}} aF = \frac{1}{12} Ma^2 \dot{\omega} \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{6}{\sqrt{2}} \frac{F}{Ma} \quad \Rightarrow \quad \omega_f = 3\sqrt{2}\frac{F}{Ma}t$$

6. (6) Due barrette rigide A e B, di uguale lunghezza $l = 0.5$ *m* e di masse $m_A = 3$ *kg* ed $m_B = 2m_A$, si muovono su un piano orizzontale privo di attriti con velocità costanti e parallele pari a $v_A = 0.4$ m/s e $v_B = 0.1$ m/s. Durante il moto, le due barrette entrano in contatto ad un loro estremo e rimangono attaccate formando un'unica barretta rigida di lunghezza $2l$. Calcolare:



   a. La velocità (modulo, direzione e verso) del centro di massa del corpo dopo l'urto.

$$M\vec{v}_{CM} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B \quad \Rightarrow \quad v_{CM}\hat{\imath} = \frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_A + m_B}\hat{\imath} \quad \Rightarrow \quad v_{CM} = \frac{1,2+0,6}{9} = 0,2\, m/s$$

   b. La coordinata y del CM rispetto al punto di contatto delle due barrette.

$$y_{CM} = \frac{m_A(l/2) - m_B(l/2)}{m_A + m_B} = \frac{(l/2) - 2(l/2)}{3} = -\frac{l}{6}$$

   c. Il modulo della velocità angolare del corpo dopo l'urto.

$$\vec{K} = \text{cost}$$

$$\left.\begin{array}{l} K_G^i = \left(\dfrac{l}{2}+\dfrac{l}{6}\right)m_A v_A - \left(\dfrac{l}{2}-\dfrac{l}{6}\right)2m_A v_B = \dfrac{2}{3}(v_A - v_B)\, l m_A \\ K_G^f = I_G\omega = \left[\left(\dfrac{1}{12}+\dfrac{4}{9}\right)m_A l^2 + \left(\dfrac{1}{12}-\dfrac{1}{9}\right)m_B l^2\right]\omega = \dfrac{17}{36}m_A l^2 \omega \end{array}\right\} \omega = \frac{24}{17}\frac{(v_A - v_B)}{l} = 0,85\, rad/s$$

$R_{Terra} = 6370$ *km*, $M_T = 5,972 \times 10^{24}$ kg $g = 9,8\ m/s^2$ $\gamma = 6,6758 \times 10^{-11}\ m^3/(kg \times s^2)$

$Se\ m_A = m_B$

$$\left.\begin{aligned} K_G^i &= \left(\frac{l}{2}\right)m_A v_A - \left(\frac{l}{2}\right)m_A v_B = \frac{1}{2}\left(v_A - v_B\right) l m_A \\ K_G^f &= I_G\omega = \left[\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)m_A l^2 + \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)m_B l^2\right]\omega = \frac{2}{3}m_A l^2\omega \end{aligned}\right\} \omega = \frac{3}{4}\frac{\left(v_A - v_B\right)}{l} = 0,45\, rad/s$$