Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
1° Appello Estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(14 giugno 2010)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Un punto materiale si muove in un mezzo, il quale oppone una resistenza al moto data dalla formula $\vec{F}_V = -\beta\vec{v}$, dove β è una costante. Dire se la forza è conservativa o no e argomentare la risposta facendo riferimento al lavoro che essa compie.
R: La forza non è posizionale, quindi non può essere conservativa. Il lavoro che compie è sempre negativo (si oppone allo spostamento), quindi il lavoro totale su un percorso chiuso non può essere nullo.
2. Due persone, rispettivamente di masse 70 *Kg* e 50 *Kg*, si trovano in piedi in un ascensore che sale con accelerazione $a = 0.5\ ms^{-2}$. Le reazioni vincolari cui sono sottoposte le due persone sono:
   a. 70 N e 50 N *F*
   b. 721 N e 515 N *V* $R = m(g + a)$
   c. 686 N e 490 N *F*
   Scegliere la risposta giusta e motivarla.
3. La seconda legge di Keplero dice che:
   a. La velocità di un pianeta intorno al sole è proporzionale al tempo di percorrenza dell'orbita.
   b. Il pianeta percorre spazi uguali in tempi uguali.
   c. Il momento della quantità di moto del pianeta rispetto al sole si conserva. *V*
   Scegliere la risposta giusta e motivarla.
4. Un punto materiale scivola su un piano inclinato di 45° con accelerazione $a = 2.4\ ms^{-2}$. Il piano è caratterizzato da un coefficiente di attrito radente dinamico μ.
   a. Determinare l'angolo che dovrà avere il piano inclinato, affinché il punto scivoli con velocità costante.

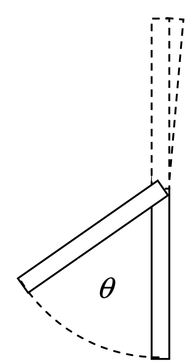
$$\left.\begin{array}{l}\cancel{m}\, g \sin 45 - \mu \cancel{m}\, g \cos 45 = \cancel{m}\, a \\ \cancel{mg}\, \sin\vartheta - \mu\, \cancel{mg}\, \cos\vartheta = 0\end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l}\mu = 1 - \sqrt{2}\dfrac{a}{g} = 0.654 \\ \vartheta = \arctan\mu = 33.17^0 = 0.579 rad\end{array}\right.$$

   b. Calcolare, in entrambi i casi, il rapporto tra i lavori compiuti dalla forza peso e dalla forza di attrito quando il punto percorre una lunghezza l sul piano inclinato.

$$\left.\begin{array}{l}L_{p1} = lmg \sin 45 \\ L_{a1} = -l\mu mg \cos 45\end{array}\right\} \frac{L_{a1}}{L_{p1}} = -\mu$$

$$\Delta T = 0 = L_{tot} = L_{p2} + L_{a2} \quad \Rightarrow \quad \frac{L_{a2}}{L_{p2}} = -1$$

5. Due asticelle uniformi e identiche sono vincolate a un estremo con un vincolo comune senza attrito, che permette loro di ruotare nello stesso piano verticale. Inizialmente le due asticelle sono a riposo allineate verticalmente l'una sull'altra, e a un certo punto l'asticella superiore, causa una piccola perturbazione, esce dalla condizione di equilibrio e ruota urtando l'asticella inferiore. L'urto è totalmente anelastico e le due asticelle dopo l'urto si muovono incollate l'una all'altra. Calcolare:



   a. La velocità angolare massima dell'asticella superiore.

$$\left.\begin{array}{l}mg\Delta h_{CM} = mgl = \dfrac{1}{2} I_e \omega_i^2 \\ I_e = \dfrac{1}{3} ml^2\end{array}\right\} mgl = \frac{1}{2}\frac{1}{3} ml^2 \omega_i^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_i = \sqrt{6\frac{g}{l}}$$

b. La velocità angolare massima delle due asticelle solidali.

$$\left.\begin{aligned} mv_{CM} &= 2mv'_{CM} \\ v_{CM} &= \omega_i \frac{l}{2} \\ v'_{CM} &= \omega_f \frac{l}{2} \end{aligned}\right\} \omega_f = \frac{1}{2}\omega_i = \frac{1}{2}\sqrt{6\frac{g}{l}}$$

c. L'angolo massimo raggiunto dopo l'urto dalle due asticelle solidali.

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}I'_e\omega_f^2 &= 2mg\Delta h'_{CM} \\ I'_e &= \frac{1}{3}2ml^2 \\ \omega_f &= \frac{1}{2}\sqrt{6\frac{g}{l}} \end{aligned}\right\} \frac{1}{2}\frac{1}{3}2ml^2\frac{1}{4}6\frac{g}{l} = 2mg\Delta h'_{CM} \quad \Rightarrow \quad \Delta h'_{CM} = \frac{1}{4}l$$

$$\cos\vartheta = \frac{l/2 - \Delta h'_{CM}}{l/2} = \frac{l/2 - l/4}{l/2} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \frac{\pi}{3}rad = 60^o$$

6. Si vuole mettere in orbita un satellite artificiale di massa m = 50 kg, in modo che descriva un'orbita circolare nel piano equatoriale, di raggio doppio rispetto a quello della terra che vale $R_T = 2 \text{ x } 10^7/\pi$ m. Si supponga la Terra all'origine di un sistema di riferimento inerziale, nel quale ruota intorno al suo asse con periodo T = 86.400 s. Calcolare:
a. L'energia minima che occorre fornire al satellite per metterlo in orbita.

$$\left.\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}R_T\right)^2 \\ V_i &= -G\frac{Mm}{R_T} \\ T_f &= \frac{1}{2}mv_f^2; \quad G\frac{Mm}{4R_T^2} = m\frac{v_f^2}{2R_T} \quad \Rightarrow \quad T_f = G\frac{Mm}{4R_T} \\ V_f &= -G\frac{Mm}{2R_T} \end{aligned}\right\} \left\{\begin{aligned} g &= G\frac{M}{R_T^2} \\ \Delta T &= \frac{1}{4}mgR_T - \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}R_T\right)^2 \\ \Delta V &= G\frac{Mm}{2R_T} = \frac{1}{2}mgR_T \end{aligned}\right.$$

$$\triangle E = \Delta T + \Delta V = \frac{3}{4}mgR_T - \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}R_T\right)^2 = \frac{1}{4}mR_T\left(3g - \frac{8\pi^2}{T^2}R_T\right) = 2.3342\times10^9\,J$$

b. L'energia aggiuntiva minima necessaria, una volta che è in orbita, per inviarlo all'infinito.

$$\left.\begin{aligned} E_O &= T_f + V_f = -G\frac{Mm}{4R_T} = -\frac{1}{4}gmR_T \\ E_\infty &= T_\infty + V_\infty = 0 \end{aligned}\right\} \triangle E = \frac{1}{4}gmR_T = 7.799\times10^8\,J$$