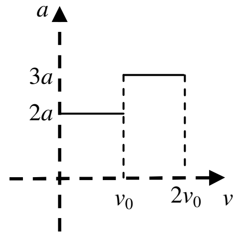
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(15 giugno 2015)
Prof. Maurizio Piccinini

---

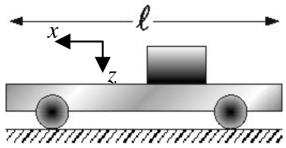
1. (4) Due masse collegate tra loro da una molla vengono lanciate in aria. Dire se la seguente affermazione è esatta e motivare la risposta:
   "Il momento della quantità di moto del sistema si conserva".

L'affermazione non è esatta in quanto incompleta: occorre precisare il centro di riduzione rispetto al quale si considera il momento angolare. L'affermazione è vera se come centro di riduzione si prende il centro di massa del sistema.



2. (4) In figura è rappresentato l'andamento dell'accelerazione in funzione della velocità per un corpo che si muove di moto rettilineo partendo da fermo. Sia t_1 il tempo che il mobile impiega per passare dal riposo alla velocità v_0, e t_2 il tempo per passare da v_0 a $2v_0$. Allora si può concludere che:
   a) $t_1 = t_2$ *b)* $t_1 = 2t_2$ *c)* $t_1 = (2/3)t_2$ *d)* $t_1 = (3/2)t_2$.

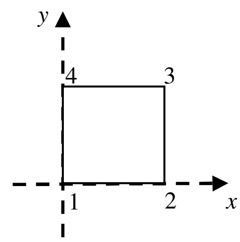
$$\left.\begin{array}{l} v = 2at \quad \Rightarrow \quad v_0 = 2at_1 \\ v = 3at + v_0 \quad \Rightarrow \quad 2v_0 = 3at_2 + v_0 \end{array}\right\} t_1 = \frac{3}{2}t_2$$



3. (5) Un blocco di massa m è depositato su un carro di lunghezza l. L'attrito tra blocco e carro è definito dai coefficienti di attrito statico e dinamico μ_s e μ_d. Se mentre il carro accelera il blocco rimane fermo rispetto al carro, nel sistema di riferimento di questo il modulo della massima forza totale che il blocco esercita sul carro vale (motivare):
   a. $mg(1+\mu_s)$ b. $mg(1+\mu_d)$ c. $mg\mu_s$ d. $mg\sqrt{1+\mu_s^2}$ e. $mg\sqrt{1+\mu_d^2}$

$$\vec{F} = \vec{F}_c + \vec{F}_b = \left[\vec{N} + \mu(v)mg\hat{i}\right] + \left[m\vec{g} - ma\hat{i}\right] = \left[\vec{N} + \mu_s mg\hat{i}\right] + \left[m\vec{g} - ma_{\max}\hat{i}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \quad m\left[\mu_s g - a_{\max}\right]\hat{i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_b^{\max} = m\vec{g} - ma_{\max}\hat{i} = m\left(\vec{g} - \mu_s g\right)\hat{i} \quad \Rightarrow \quad F_b^{\max} = mg\sqrt{1+\mu_s^2}$$



4. (5) In uno spazio definito da una terna di assi cartesiani ortogonali, un punto materiale si muove in un campo di forze $\vec{F} = Cx\hat{j}$ dove C è una costante positiva.
   a. Dire se tale forza è conservativa.

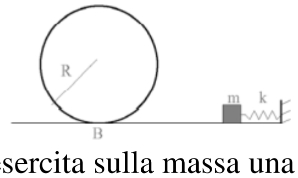
$No: \quad \partial F_y/\partial x = C \neq \partial F_x/\partial y = 0$

   b. Calcolare il lavoro della forza quando sposta il punto materiale in verso antiorario partendo dall'origine, lungo la guida quadrata di lato L rappresentata in figura.

$$L_{12} = L_{34} = L_{41} = 0 \qquad L = L_{23} = \int_0^{\mathrm{L}} C\mathrm{L}dy = C\mathrm{L}^2$$

   c. Esprimere la variazione dell'energia cinetica del punto materiale, tra inizio e fine di ciascuno dei quattro lati.

$$\Delta T_{12} = \Delta T_{34} = \Delta T_{41} = 0 \qquad \Delta T_{23} = C\mathrm{L}^2$$



5. (6) Un blocco di massa $m = 0{,}5\ kg$ comprime di una lunghezza Δx una molla orizzontale di massa trascurabile e costante elastica $k = 450\ N/m$. Una volta rilasciata la massa raggiunge il punto B in figura con velocità $v_B = 12$ m/s, percorrendo un piano orizzontale privo di attrito. In quel punto la massa imbocca una rampa circolare di raggio $R = 1\ m$, la quale esercita sulla massa una forza di attrito costante $F_a = 7\ N$. Calcolare:

$R_{Terra} = 6370\ km$, $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg $g = 9{,}8\ m/s^2$ $\gamma = 6{,}6758 \times 10^{-11}\ m^3/(kg \times s^2)$

a. La compressione iniziale Δx della molla.

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2=\frac{1}{2}mv_B^2 \quad\Rightarrow\quad \Delta x=\sqrt{\frac{m}{k}}v_B=\sqrt{\frac{0,5}{450}}12=\frac{2}{5}=0,4m$$

b. La velocità del blocchetto nel punto più alto della guida circolare.

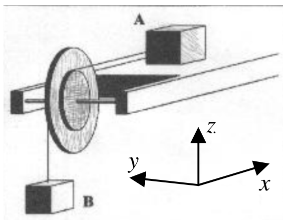
$$L_T=\Delta T \quad\Rightarrow\quad -2mgR-F_a\pi R=\frac{1}{2}m\left(v_C^2-v_B^2\right) \quad\Rightarrow\quad v_C^2=v_B^2-2\left(2g+\frac{F_a}{m}\pi\right)R=144-2\left(19,6+44,0\right)$$

$$v_C=\sqrt{16,8}=4,1m/s$$

c. La minima velocità con la quale il blocco riesce a raggiungere tale punto più alto.

$$mg+F_{Vinc}=m\frac{v_C^2}{R} \quad\Rightarrow\quad mg=m\frac{v_{C\min}^2}{R} \quad\Rightarrow\quad v_{C\min}=\sqrt{Rg}=3,1m/s$$

6. (6) In figura sono rappresentati due blocchi, di masse m_A = 250 g e m_B = 270 g, vincolati con funi inestensibili e di massa trascurabile avvolte a una carrucola, costituita da due dischi coassiali rigidamente incollati. La massa A è vincolata al disco minore di massa m = 500 g e raggio r = 8 cm, la B al disco maggiore di massa M = 950 g e raggio R = 13 cm. Fra la massa A e il piano vi è attrito caratterizzato dal coefficiente dinamico μ = 0,30. Calcolare:



a. Il momento d'inerzia della doppia carrucola.

$$I=\frac{1}{2}\left(mr^2+MR^2\right)=\frac{1}{2}\left(500\times64+950\times169\right)=96.275\,g\times cm^2=96,275\times10^{-4}kg\times m^2$$

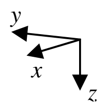
b. L'accelerazione delle due masse.

$$\left.\begin{aligned}&-F_A+\mu m_A g=m_A a_A\\&-m_B g+F_B=m_B a_B\\&F_A r-F_B R=I\dot\omega\\&\left.\begin{aligned}a_A&=\dot\omega r\\a_B&=\dot\omega R\end{aligned}\right\}a_A=\frac{r}{R}a_B\end{aligned}\right\}\left\{\begin{aligned}&m_A\left(-a_A+\mu g\right)r-m_B\left(g+a_A\frac{R}{r}\right)R=I\frac{a_A}{r}\\&\left(-m_A r-m_B\frac{R^2}{r}-\frac{I}{r}\right)a_A=m_B gR-m_A\mu gr\end{aligned}\right\}a_A=-g\frac{\left(m_B R-m_A\mu r\right)r}{m_A r^2+m_B R^2+I}$$

$$a_A=-0,15\text{g}$$
$$a_B=-0,24\text{g}$$

c. Cosa cambia se si inverte la direzione degli assi x e z?

$$\left.\begin{aligned}&F_A-\mu m_A g=m_A a_A\\&m_B g-F_B=m_B a_B\\&F_A r-F_B R=-I\dot\omega\\&\left.\begin{aligned}a_A&=\dot\omega r\\a_B&=\dot\omega R\end{aligned}\right\}a_A=\frac{r}{R}a_B\end{aligned}\right\}\left\{\begin{aligned}&m_A\left(a_A+\mu g\right)r-m_B\left(g-a_A\frac{R}{r}\right)R=-I\frac{a_A}{r}\\&\left(m_A r+m_B\frac{R^2}{r}+\frac{I}{r}\right)a_A=m_B gR-m_A\mu gr\end{aligned}\right\}a_A=g\frac{\left(m_B R-m_A\mu r\right)r}{m_A r^2+m_B R^2+I}=g\frac{23.280}{157.905}$$



$$a_A=0,15\text{g}$$
$$a_B=0,24\text{g}$$