Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
1° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(18 giugno 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Due satelliti orbitano intorno alla terra, uno a distanza r_1 dal centro dell'orbita, l'altro a distanza r_2. Ricavare il rapporto tra i loro periodi di rivoluzione.

$$v=\sqrt{(\gamma M)/r}=2\pi r/T \quad \Rightarrow \quad T=(2\pi r)\Big/\sqrt{(\gamma M)/r}=\left(2\pi/\sqrt{\gamma M}\right)r^{3/2} \quad \Rightarrow \quad T_2/T_1=(r_2/r_1)^{3/2}.$$

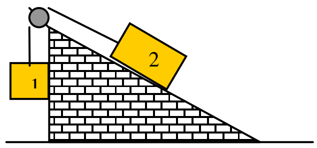
2. Un treno viaggia dall'equatore verso il polo nord lungo un meridiano terrestre. Quale binario è soggetto a maggiore consumo? Cosa cambia se il treno viaggia dal polo sud verso l'equatore? Perché?

$\vec{F}_C=-2m\,\vec{\omega}\wedge\vec{v}_R$. *All'emisfero nord il binario di destra, al sud quello di sinistra.*

3. Calcolare il momento d'inerzia di una sottile cornice quadrata di lato L e massa M, rispetto a un asse perpendicolare alla sua superficie passante per il centro del quadrato.

$$I_{LG}=(1/12)mL^2 \quad I_{LC}=I_{LG}+m\left(L^2/4\right)=(1/3)mL^2 \quad I=4I_{LC}=(4/3)mL^2 \quad I=(1/3)ML^2.$$

4. Due masse m_1=5 *kg* e m_2=10 *kg* sono collegate come in figura e sono in movimento. Il piano, inclinato di un angolo α = 30°, è scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d = 0,3. La carrucola ha massa trascurabile ed è priva di attrito, e la fune è anch'essa di massa trascurabile e inestensibile. Determinare:



   a. L'accelerazione delle due masse nel caso in cui m_1 scenda. Supponendo il piano inclinato molto lungo, dire se la massa m_2 raggiunge e supera la sommità dello stesso.

$$\left.\begin{array}{l} m_1\vec{g}+\vec{T}_1=m_1\vec{a}_1 \\ m_2\vec{g}\sin\alpha+\vec{T}_2+\mu m_2 g\cos\alpha\hat{v}=m_2\vec{a}_2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} m_1 g-T=m_1 a \quad (m_1\ scende: se\ a>0\ moto\ accelerato) \\ m_2 g\sin\alpha-T+\mu m_2 g\cos\alpha=-m_2 a \quad (m_2\ sale) \end{array}\right\}$$

$$\left[m_2(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)-m_1\right]g=-(m_1+m_2)a \quad \Rightarrow \quad a=\frac{\left[m_1-m_2(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)\right]}{(m_1+m_2)}g=-1.70\,m/s^2$$

Per completezza, se m_1 sale:

$$\left.\begin{array}{l} m_1\vec{g}+\vec{T}_1=m_1\vec{a}_1 \\ m_2\vec{g}\sin\alpha+\vec{T}_2+\mu m_2 g\cos\alpha\hat{v}=m_2\vec{a}_2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} m_1 g-T=m_1 a \quad (m_1\ sale: se\ a>0\ moto\ decelerato) \\ m_2 g\sin\alpha-T-\mu m_2 g\cos\alpha=-m_2 a \quad (m_2\ scende) \end{array}\right\}$$

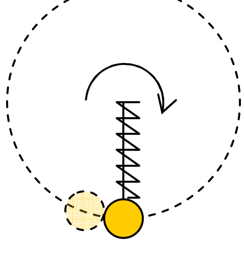
$$\left[m_2(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)-m_1\right]g=-(m_1+m_2)a \quad \Rightarrow \quad a=\frac{\left[m_1-m_2(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\right]}{(m_1+m_2)}g=1.70\,m/s^2$$

Ma è un caso: vale solo per $\alpha=30^o$!

   b. La tensione della fune.

$$m_1 g-T=m_1 a \quad \Rightarrow \quad T=m_1(g-a)=57.5N.$$

5. Una pallina di massa m = 210 *g* è vincolata a un punto O per mezzo di una molla di costante elastica k = 289 *N/m*. La pallina è in moto circolare uniforme con velocità v =1.25 *m/s* su un piano orizzontale privo di attrito. Il raggio della circonferenza percorsa dalla pallina è R = 38,5 cm. A un dato istante, sulla traiettoria della pallina viene posta una seconda pallina, di massa uguale alla prima, per cui questa la colpisce elasticamente. Calcolare:



R_{Terra} = 6370 *km*, g = 9.8 *m/s*^{2}

---

a. La lunghezza a riposo L_0 della molla.

$$k\Delta x = k\left(R - L_0\right) = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad L_0 = R - \frac{mv^2}{kR} = 0.385 - \frac{0.21\times 1.25^2}{289\times 0.385} = 0.382m = 38.2cm$$

b. La velocità della seconda pallina dopo l'urto.

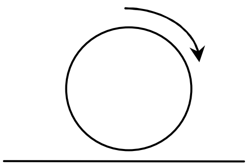
Urto elastico, si conserva l'energia cinetica: la seconda pallina acquista la velocità della prima e questa si ferma. La seconda pallina parte con velocità v lungo la direzione tangente alla circonferenza nel punto dell'urto.

c. Il moto della prima pallina dopo l'urto.

$$\left.\begin{array}{l} -k\left(x - L_0\right) = m\ddot{x} \\ y = x - L_0 \end{array}\right\} - ky = m\ddot{y} \quad \Rightarrow \quad y = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \alpha\right)\left\{\begin{array}{l} y(0) = R - L_0 \\ \dot{y}(0) = 0 \end{array}\right. \quad \Rightarrow$$

$$x = \left(R - L_0\right)\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + L_0 = 3\cos\left(37.1t\right) + 382\ mm$$

6. Un disco pieno di raggio R ruota con velocità angolare ω_0 rispetto a un asse orizzontale passante per il suo centro. Il disco viene messo a contatto con un piano orizzontale caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico μ, e viene lasciato libero di muoversi. Calcolare:



a. Il tempo che impiega il disco per passare allo stato di rotolamento puro.

$$\left.\begin{array}{l} \mu mg = ma_G \\ -\mu mgR = I_G\dot{\omega} \\ I_G = \frac{1}{2}mR^2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} a_G = \mu g \\ \dot{\omega} = -\frac{2\mu g}{R} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} v_G = \mu g t \\ \omega = -\frac{2\mu g}{R}t + \omega_0 \\ v_G\left(t_r\right) = \omega\left(t_r\right)R \end{array}\right\} \mu g t_r = -2\mu g t_r + \omega_0 R \quad \Rightarrow \quad t_r = \frac{\omega_0 R}{3\mu g}$$

b. La distanza dopo la quale il disco raggiunge questa condizione.

$$x_G = \frac{1}{2}\mu g t^2 \quad \Rightarrow \quad x_G\left(t_r\right) = \frac{\left(\omega_0 R\right)^2}{18\mu g}.$$
