

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(20 febbraio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Due satelliti artificiali, di massa una doppia dell'altra, orbitano intorno alla terra nella stessa orbita circolare e con verso opposto. I due satelliti si scontrano frontalmente con un urto totalmente anelastico. Qualora il nuovo satellite così composto si disponesse ancora in un'orbita circolare, dire quanto varrebbe il raggio della nuova orbita. Sulla base del risultato ottenuto scegliere la risposta giusta tra le seguenti e motivarla:

$$v = \sqrt{\gamma(M/r)}; \quad 2mv - mv = 3mv_f \Rightarrow v_f = (v/3) = \sqrt{\gamma(M/r_f)} = \sqrt{\gamma(M/9r)} \Rightarrow r_f = 9r$$

a. La situazione descritta è impossibile poiché i due satelliti non possono stare sulla stessa orbita. F

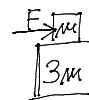
b. Il nuovo satellite precipiterà sulla terra. V

La velocità ridotta implica un raggio orbitale maggiore, ma per aumentare il raggio occorrerebbe energia che non è disponibile.

c. L'orbita rimane la stessa perché la direzione del moto del nuovo satellite non cambia. F

d. Il raggio diventerebbe un terzo di quello iniziale. F

2. Due blocchetti, di massa m e $3m$ sono appoggiati su un piano privo di attrito, disposti come in figura. Sul blocchetto superiore è applicata una forza costante orizzontale F pari a quattro volte il suo peso. Questa provoca lo scivolamento solidale di entrambi i blocchetti sul piano. Calcolare il coefficiente di attrito tra i due blocchetti.



$$\left. \begin{array}{l} F_A = 3\mu a \\ F - F_A = \mu a \end{array} \right\} \frac{F_A}{F - F_A} = 3 \Rightarrow F_A = \frac{3}{4} F$$

$$\left. \begin{array}{l} F = 4\mu g \\ F_A = \mu \mu g \end{array} \right\} \mu \mu g = \frac{3}{4} 4\mu g \quad \boxed{\mu = 3}$$

3. La nuova azienda ferroviaria di Luca di Montezemolo ha un tale successo che egli inaugura una linea ferroviaria che unisce polo nord e polo sud, lungo un meridiano passante per Roma. Durante il viaggio inaugurale, compiuto da sole due carrozze destinate a pochi VIP, da 5 ton ciascuna, e percorso da nord a sud a una velocità di crociera di 300 km/h, i sofisticati strumenti di bordo rivelano una forza che tende a far deragliare il convoglio. Descrivere il perché di tale comportamento, le sue caratteristiche durante il percorso e il valore massimo della forza che lo provoca in unità del Sistema Internazionale.

$\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_R$; $F_{\max} = 2 \times 10^4 \times (2\pi/86.400) \times (300.000/3.600) = 121,20 N$. *Il comportamento è dovuto alla forza di Coriolis, massima ai poli e nulla all'equatore. Nell'emisfero nord tende a far deragliare il treno verso ovest, cioè verso destra rispetto alla direzione di marcia del treno. Nell'emisfero sud accade il contrario.*

4. Un ginnasta di massa $m = 75 \text{ kg}$ salta su un tappeto elastico, rimanendo rigido, dall'altezza $h = 2.5 \text{ m}$, deformandolo di una quantità massima $\Delta x = 50 \text{ cm}$. Grazie a un abile gioco di gambe, dopo il secondo rimbalzo l'atleta raggiunge l'altezza massima $h_m = 3.0 \text{ m}$. Alla fine dell'esercizio il ginnasta attutisce via via i salti fino a rimanere fermo sul tappeto elastico. Assumendo che il tappeto segua perfettamente la legge di Hooke rispondere alle seguenti domande:

a. Quanto vale la costante elastica del tappeto (specificare le unità di misura)?

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(20 febbraio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

$$mg(h + \Delta x) = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \Rightarrow k = \frac{2mg(h + \Delta x)}{\Delta x^2} = \frac{2 \times 75 \times 9.8 \times 3.0}{0.25} = 17640 \text{ N/m}$$

- b. Quanta energia deve produrre l'atleta per raggiungere l'altezza h_m e qual è l'origine di tale energia?

$\Delta E = mg(h_m - h) = 75 \times 9.8 \times 0.5 = 367.5 \text{ J}$. *Energia prodotta dal lavoro della forza muscolare, quindi a spese dell'energia interna del ginnasta.*

- c. Di quanto si deforma il tappeto alla fine dell'esercizio quando il ginnasta è fermo su di esso?

$$mg - k\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{75 \times 9.8}{17640} = 0.0417 \text{ m} = 4.17 \text{ cm}$$

5. Siano date due masse puntiformi uguali m , poste agli estremi di una barra sottile di massa trascurabile e di lunghezza l . L'asta può ruotare senza attrito in un piano verticale, intorno a un punto posto a distanza $l/4$ da uno dei suoi estremi. Si calcoli:

- a. Il momento d'inerzia del sistema rispetto al centro di rotazione.

$$I = m(l_1^2 + l_2^2) = \frac{5}{8}ml^2$$

- b. L'equazione del moto.

$$mg \frac{1}{4}l \sin \vartheta - mg \frac{3}{4}l \sin \vartheta = I \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{4g}{5l} \sin \vartheta = 0.$$

- c. Il periodo di oscillazione per piccole oscillazioni.

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{4g}{5l} \vartheta = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4g}{5l}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{5l}{4g}}.$$

- d. Lo stesso periodo nel caso le masse anziché puntiformi siano due piccole sfere di raggio r .

$$I = 2 \frac{2}{5}mr^2 + m(l_1^2 + l_2^2) = \frac{4}{5}mr^2 + \frac{5}{8}ml^2$$

$$mg \frac{1}{4}l \sin \vartheta - mg \frac{3}{4}l \sin \vartheta = I \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} \Rightarrow \left(\frac{4}{5}r^2 + \frac{5}{8}l^2 \right) \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + g \frac{2}{4}l \sin \vartheta = 0.$$

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{20gl}{32r^2 + 25l^2} \vartheta = 0 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{32r^2 + 25l^2}{20gl}}$$

6. Calcolare il lavoro fatto dalla forza $\vec{F} = 2xy\hat{i} + 3(x+y)\hat{j}$ per spostare una particella nel piano xy , dal punto $A = (0,0)$ al punto $B = (1,1)$

- a. Lungo la retta $x = y$.

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_A, y=x}^{x_B} 2xy dx + \int_{y_A, y=x}^{y_B} 3(x+y) dy = \int_0^1 2x^2 dx + \int_0^1 6y dy = \frac{2}{3} + 3 = \frac{11}{3}.$$

- b. Lungo la parabola $y = x^2$. Dire se la forza è conservativa.

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_A, y=x^2}^{x_B} 2xy dx + \int_{y_A, y=x^2}^{y_B} 3(x+y) dy = \int_0^1 2x^3 dx + \int_0^1 3(\sqrt{y} + y) dy = \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} = 4. \text{ NC}$$

- c. Verificare in altro modo se la forza è conservativa o no.

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = 2x; \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = 3 \Rightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{F} \neq 0$$

