

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
1° Appello Estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(20 giugno 2011)
Prof. Maurizio Piccinini

1. Un cilindro rotola senza strisciare su una superficie piana, caratterizzata da attrito radente non nullo. Commentare le seguenti affermazioni individuando quella corretta.
 - a. Siccome l'attrito è diverso da zero il cilindro, dopo un certo tempo, si ferma. *F*
 - b. Il cilindro può continuare a rotolare all'infinito. *V*
 - c. Il cilindro è costretto a rotolare per il lavoro che la forza di attrito compie su di esso. *F*

2. Due satelliti artificiali, di massa m_1 ed m_2 , orbitano intorno alla terra con orbite circolari complanari di raggio r_1 ed r_2 . Quale condizione deve essere soddisfatta affinché la loro posizione relativa sia costante?

R: E' possibile solo se $r_1 = r_2$, infatti devono avere uguale velocità angolare, ma

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\gamma \frac{M}{r^3}}$$

3. Un camioncino percorre un tratto di strada rettilinea accelerando con accelerazione a_c . Sul pianale del veicolo, privo di attrito, sono appoggiate due masse, m e $2m$, agganciate alla parete di fondo con altrettante molle, identiche fra di loro. Esprimere il rapporto tra l'allungamento delle due molle. Se le molle si rompono, quale delle due masse si sposta più rapidamente?

R: Le seconda molla si allunga il doppio della prima, infatti:

$-kx_1 - ma_c = 0$; $-kx_2 - 2ma_c = 0 \Rightarrow x_2 = 2x_1$. Dopo la rottura, le due masse si muovono allo stesso modo, infatti, per entrambe l'accelerazione vale $a = -a_c$.

4. Un punto materiale di massa m si muove inizialmente sul piano orizzontale privo di attrito con velocità v_0 . Successivamente sale sul piano inclinato di massa M e inclinazione θ , anch'esso privo di attrito e libero di muoversi sul piano.



- a. Determinare per quali valori della velocità v_0 il punto materiale supera il piano inclinato.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_{0m}^2 &= \frac{1}{2} (M + m) V^2 + mgh \\ m v_{0m} &= (M + m) V \end{aligned} \right\} v_{0m} = \sqrt{\frac{(M + m)}{M} 2gh} \quad v_0 > v_{0m}$$

- b. Sia v_{0m} la velocità che consente alla massa m di raggiungere la sommità del piano senza superarlo. Se $v_0 = 2v_{0m}$, scrivere le equazioni che permettono di calcolare la velocità V del piano inclinato e la velocità $\vec{v}$ del punto in cima al piano inclinato, relativamente al piano orizzontale.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_0^2 &= \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m \left[(v_{xrel} + V)^2 + v_{yrel}^2 \right] + mgh \\ m v_0 &= M V + m (v_{xrel} + V) \\ v_0 &= 2 \sqrt{\frac{(M + m)}{M} 2gh} \\ v_x &= v_{xrel} + V; \quad v_y = v_{yrel} = v_{xrel} \tan \theta \end{aligned} \right\}$$

5. Si consideri un campo di forze in due dimensioni $\vec{F}(x, y) = (ax + by)\hat{i} + (cx + dy)\hat{j}$, dove a, b, c e d sono costanti.

- a. Quali valori devono assumere le costanti affinché il campo sia conservativo? Qual è l'espressione del potenziale?

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
1° Appello Estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(20 giugno 2011)
Prof. Maurizio Piccinini

$$\left. \begin{aligned} F_x &= ax + by = \frac{\partial U}{\partial x} \\ F_y &= cx + dy = \frac{\partial U}{\partial y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} U &= \frac{1}{2}ax^2 + bxy + f(y) \\ U &= cxy + \frac{1}{2}dy^2 + g(x) \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= cy + g'(x) \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= bx + f'(y) \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} g &= \frac{1}{2}ax^2 \\ b &= c \\ f &= \frac{1}{2}dy^2 \end{aligned} \right.$$

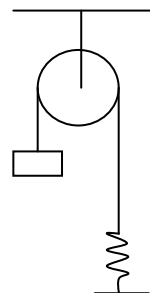
$$U = \frac{1}{2}ax^2 + bxy + \frac{1}{2}dy^2$$

- b. Quanto devono valere le costanti affinché il campo sia centrale? Come si esprime il potenziale in questo caso?
- c. Commentare brevemente, in questo secondo caso, l'andamento dell'energia potenziale in funzione di r .

$$\left. \begin{aligned} F_x &= ax + by \\ F_y &= cx + dy \\ \vec{F}(x, y) &= f(x, y)\vec{r} = f(x, y)(x\hat{i} + y\hat{j}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} ax + by &= f(x, y)x \\ cx + dy &= f(x, y)y \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} a + b\frac{y}{x} &= f(x, y) \\ c\frac{x}{y} + d &= f(x, y) \end{aligned} \right.$$

$$a + b\frac{y}{x} = c\frac{x}{y} + d \Rightarrow b = c = 0; \quad a = d; \quad U = \frac{1}{2}a(x^2 + y^2) = \frac{1}{2}ar^2$$

6. Si consideri il sistema in figura, dove la carrucola appesa al soffitto ha massa $M = 500g$ e raggio R , la massa appesa vale $m = 200g$ e la molla fissata al pavimento ha costante elastica $k = 40 \text{ N/m}$. La fune ha massa trascurabile e non slitta sulla carrucola, la quale può ruotare senza attrito intorno al proprio asse. Calcolare:



- a. L'allungamento della molla quando il sistema è in equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} T - mg &= 0 \\ T - kx_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_0 = \frac{m}{k}g = 0,049m$$

- b. Il periodo delle oscillazioni se la massa m viene spostata rispetto alla posizione di equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} mg - T_2 &= ma \\ T_2 R - T_1 R &= I\dot{\omega} = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R} \\ T_1 - k(x_0 + x) &= 0 \\ mg &= kx_0 \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} -T_2 &= ma - mg \\ T_2 - T_1 &= \frac{1}{2}Ma \\ T_1 &= mg + kx \end{aligned} \right. \Rightarrow a + \frac{2k}{M + 2m}x = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{2k}{M + 2m}} = 9,43 \text{ rad/s} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} = 0,67 \text{ s} \end{aligned} \right.$$

- c. Se, partendo dalla posizione di equilibrio, la fune viene tagliata dalla parte della molla, la massa cade facendo ruotare la carrucola. Calcolare la velocità della massa dopo che è caduta per un dislivello $h = 2m$.

$$1^\circ \text{ Metodo: } \left\{ \begin{aligned} mg - T &= ma \\ TR &= I\dot{\omega} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} mg - T &= ma \\ T &= \frac{1}{2}Ma \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} a &= \frac{2m}{M + 2m}g = 4,36 \text{ m/s}^2 \text{ Forza costante, conservativa} \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 &= mah \Rightarrow v = \sqrt{2ah} = 4,17 \text{ m/s} \end{aligned} \right.$$

$$2^\circ \text{ Metodo: } mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}Mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2\frac{2m}{M + 2m}gh} = \sqrt{2ah} = 4,17 \text{ m/s}$$