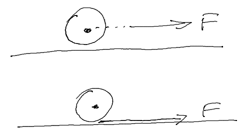
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
1° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(21 dicembre 2011)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Un satellite geostazionario è tale perché orbita in modo che la sua posizione resti fissa rispetto alla superficie terrestre. Quali sono le caratteristiche dell'orbita di un satellite geostazionario?
   a. *Deve essere un'orbita equatoriale, con velocità angolare uguale a quella della terra intorno al proprio asse.*
   b. *$GMm/r^2 = m\omega^2 r$, dove ω è la velocità angolare di rotazione terrestre, quindi $GM = \omega^2 r^3$. Cioè $r = \sqrt[3]{GM/\omega^2}$, il raggio dell'orbita è fissato e indipendente dalla massa del satellite.*
2. Dire se le seguenti affermazioni, relative a un punto materiale in moto circolare uniforme, sono vere o false. Motivare.
   a. La forza centrifuga è una forza apparente conservativa. *V*
   Fissata la velocità angolare, la forza $F = m\omega^2 r$ è posizionale e dipende solo da r, distanza dall'asse di rotazione, quindi ammette il potenziale $U(r) = 1/2\left(m\omega^2 r^2\right)$.
   b. La forza centrifuga è una forza reale che appare quando si fa ruotare un punto materiale intorno a un centro in un sistema di riferimento inerziale. *F*
   c. La forza centrifuga non è una forza conservativa. *F*
3. Una forza costante *F* viene applicata a un cilindro appoggiato su una superficie orizzontale senza attrito:
   a. A metà del cilindro, in un punto di applicazione sull'asse dello stesso.
   b. A metà del cilindro, mediante una fune di massa trascurabile avvolta intorno ad esso.



In quale dei due casi il cilindro (il suo CM) si muove più rapidamente? Motivare.
Visto che in entrambi i casi la risultante delle forze esterne è la stessa (la forza F) il teorema del centro di massa ($R^{(e)} = Ma_{CM}$) assicura che in entrambi i casi il CM si muove allo stesso modo.

4. Un disco di massa M e raggio R è appoggiato su un piano orizzontale scabro in modo che può rotolare senza strisciare. Il disco è trainato da una forza F costante applicata sul suo asse di simmetria mediante una fune ideale inestensibile e priva di massa. Calcolare:
   a. L'accelerazione del centro di massa del disco.

$$\left.\begin{array}{l} F - f = Ma \\ fR = I\dot{\omega} = \frac{1}{2}MR^2\dot{\omega} = \frac{1}{2}MRa \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} F - f = Ma \\ f = \frac{1}{2}Ma \end{array}\right\} a = \frac{2}{3}\frac{F}{M}$$

$$N - Mg = 0$$

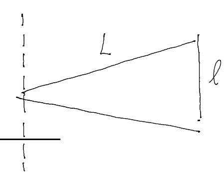
   b. La sua accelerazione angolare.

$$\dot{\omega} = \frac{a}{R} = \frac{2}{3}\frac{F}{RM}$$

   c. La forza d'attrito responsabile del rotolamento.

$$f = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{3}F$$

5. Calcolare il momento d'inerzia di una sottile lamina triangolare di massa M, omogenea, a forma di triangolo isoscele, rispetto a un asse sul piano della



$R_{Terra} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$

lamina stessa, passante per il vertice formato dai lati uguali e parallelo alla base.

$$y = \tan\vartheta x \qquad h = \sqrt{L^2 - (l/2)^2} \qquad \tan\vartheta = \frac{l}{2h} \qquad \rho = \frac{2M}{lh}$$

$$I = \int r^2 \rho dS = \int x^2 \rho 2 y dx = 2\rho \tan\vartheta \int_0^h x^3 dx = \rho \tan\vartheta \frac{h^4}{2} = \frac{1}{2} M h^2$$

$$I = \frac{1}{2} M \left[L^2 - (l/2)^2 \right]$$

Calcolare il centro di massa della lamina.

$$x_G = \frac{1}{M} \int x\rho dS = \frac{1}{M} \int x\rho 2 y dx = \frac{1}{M} 2\rho \tan\vartheta \int_0^h x^2 dx = \frac{2}{M} \rho \tan\vartheta \frac{h^3}{3} = \frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \sqrt{L^2 - (l/2)^2}$$

$$y_G = 0$$

Calcolare il momento d'inerzia rispetto a un asse parallelo al precedente, passante per il centro di massa.

$$I_G = I - Md^2 = \frac{1}{2} M \left[L^2 - (l/2)^2 \right] - M \frac{4}{9} h^2 = \frac{1}{2} M \left[L^2 - (l/2)^2 \right] - M \frac{4}{9} \left[L^2 - (l/2)^2 \right]$$

$$I_G = \frac{1}{18} M \left[L^2 - (l/2)^2 \right]$$

6. Una particella si muove su una traiettoria circolare di raggio R = 1 m con accelerazione angolare α costante, partendo da ferma. La particella compie n = 5 giri completi nel primo secondo.
   a. Calcolare α.

$$s = 2\pi\vartheta$$

$$a_t = \dot{v} = \ddot{s} = 2\pi\ddot{\vartheta} = 2\pi\dot{\omega} = 2\pi\alpha \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\vartheta(1) = \frac{1}{2}\alpha = 2\pi n = 10\pi \quad \Rightarrow \quad \alpha = 20\pi \, rad/s^2$$

   b. Calcolare il numero di giri che la particella compie nel secondo successivo.

$$\alpha = 4\pi n$$

$$\left.\begin{aligned} \vartheta(n_2) &= \frac{1}{2}\alpha 2^2 = 2\pi n_2 \\ \vartheta(n) &= \frac{1}{2}\alpha = 2\pi n \end{aligned}\right\} n_x = n_2 - n = \frac{\alpha}{4\pi}(4-1) = 3n = 15$$