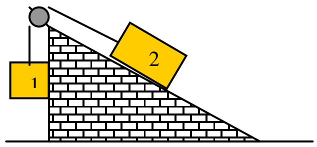
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(23 luglio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini



1. Un cuneo inclinato di un angolo α può muoversi senza attrito su una superficie orizzontale. Su di esso sono disposte le masse m_1 ed m_2 (vedi figura), vincolate tra loro da una fune inestensibile e di massa trascurabile, così come è di massa trascurabile e senza attrito la carrucola. Il coefficiente di attrito radente dinamico fra la massa m_2 e il piano inclinato vale μ. Quanto deve valere il rapporto m_1/m_2 affinchè:
   a. Il sistema si sposti verso destra.

$$m_1 g - \mu m_2 g \cos\alpha - m_2 g \sin\alpha > 0 \quad \Rightarrow \quad m_1/m_2 > \mu\cos\alpha + \sin\alpha$$

   b. Il sistema si sposti verso sinistra.

$$m_1 g + \mu m_2 g \cos\alpha - m_2 g \sin\alpha < 0 \quad \Rightarrow \quad m_1/m_2 < \mu\cos\alpha - \sin\alpha$$

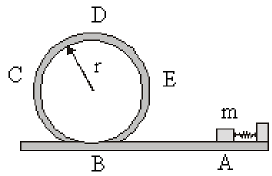
   c. Il sistema rimanga immobile. $\mu\cos\alpha - \sin\alpha \le m_1/m_2 \le \mu\cos\alpha + \sin\alpha$
   d. Il problema non ha senso poiché il cuneo non si sposta in ogni caso.

2. Una forza costante F agisce per 1 s su un punto materiale A di massa 4 kg, e per 4 s su un punto B di massa 1 kg. Entrambi i punti sono inizialmente a riposo. Spiegare l'effetto prodotto dalla forza dopo i rispettivi intervalli di tempo e dire, motivando la risposta, se l'effetto prodotto:
   a. È uguale sui due corpi.
   b. L'effetto prodotto su B è doppio rispetto a quello su A.
   c. L'effetto prodotto su B è quadruplo rispetto a quello su A.
   d. L'effetto prodotto su B è sedici volte quello prodotto su A. *V*

$$Fdt = mdv \quad \Rightarrow \quad F\Delta t = m\Delta v \quad \Rightarrow \begin{cases} F\times 1 = 4\times v_1 \\ F\times 4 = 1\times v_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad v_2 = 16 v_1$$

3. Un satellite orbita intorno ad un pianeta di raggio uguale a quello della terra, con un'orbita circolare di raggio R pari a tre volte il raggio della terra. Il suo periodo è uguale a quello che avrebbe orbitando intorno alla terra in un'orbita di raggio pari a $2R$. Calcolare il valore dell'accelerazione di gravità g_P su quel pianeta.

$$\left.\begin{aligned} \omega^2 3R_T &= \gamma\frac{M_P}{9R_T^2} = \frac{g_P}{9} \\ \omega^2 6R_T &= \gamma\frac{M_T}{36R_T^2} = \frac{g}{36} \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} g_P = \dfrac{g}{8} \\ M_P = \dfrac{M_T}{8} \end{cases}$$



4. Un punto materiale di massa m = 500 g viene spinto, partendo da fermo, da una molla compressa di costante elastica K = 50 N/m. Il percorso del corpo è rappresentato in figura (ABCDE).
   a. Quale deve essere la compressione minima della molla affinché il corpo percorra tutto l'anello BCDE, di raggio r = 50 cm, senza mai perdere il contatto con la guida? Si consideri il percorso privo di attrito.

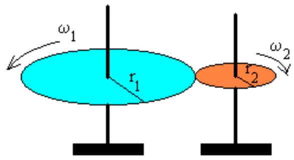
$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}Kx^2 &= mg2r + \frac{1}{2}mv^2 \\ mg &= m\frac{v^2}{r} \end{aligned}\right\} x = \sqrt{\frac{5mgr}{K}} = \sqrt{\frac{5\times0.5\times0.5\times9.8}{50}} = 0.495m$$

R_{Terra} = 6370 km, M_{Terra} = 5.97 x 10^{24} kg, γ= 6.67 x 10^{-11} $N\,m^2/kg^2$.
g = 9.8 m/s^2 ,

b. Si consideri invece il caso in cui la guida presenta attrito. Se la molla è compressa il doppio del risultato precedente, il punto materiale si stacca dalla guida esattamente alla sommità dell'anello (punto D). Qual è il lavoro complessivo fatto dalla forza d'attrito?

$$\left.\begin{array}{l} L_{molla} + L_P + L_{attr} = 0 \\ \frac{1}{2}K(2x)^2 - 2mgr + L_{attr} = 0 \end{array}\right\} L_{attr} = 2\left(mgr - Kx^2\right) = 2\left(0.5\times 9.8\times 0.5 - 50\times 0.495^2\right) = -9.80J$$

5. Due dischi omogenei di raggio r_1 ed r_2 e densità di massa superficiale σ, si trovano su uno stesso piano orizzontale. I dischi possono ruotare come in figura. Il disco più grande ruota con velocità angolare iniziale ω_0 ed è avvicinato al disco piccolo, che è fermo, in modo che i loro bordi esterni entrino a contatto. In tal modo il disco piccolo incomincerà a ruotare trascinato dall'attrito. A un certo istante si stabilirà un moto di rotazione senza slittamento e i due dischi ruoteranno in versi opposti con velocità angolari costanti.



a. Determinare le velocità angolari dei due dischi a regime.

$$\left.\begin{array}{l} Fr_1t = I_1\left[\omega_0 - \omega_1(t)\right] \\ Fr_2t = I_2\omega_2(t) \end{array}\right\} r_2I_1\omega_0 - r_2I_1\omega_1(t) = r_1I_2\omega_2(t)$$

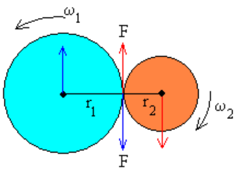
$$I = \frac{1}{2}Mr^2 = \frac{1}{2}\pi r^4\sigma$$

$$A\ regime \quad r_1\omega_1 = r_2\omega_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \omega_2 = \dfrac{r_1r_2I_1}{\left(r_1^2I_2 + r_2^2I_1\right)}\omega_0 = \dfrac{r_1^3}{\left(r_2^3 + r_2r_1^2\right)}\omega_0 \\ \omega_1 = \dfrac{r_1^2}{\left(r_2^2 + r_1^2\right)}\omega_0 \end{cases}$$

b. Dire se si conserva il momento della quantità di moto totale (verificare) e perché.

$$\left.\begin{array}{l} K_i = I_1\omega_0 = \frac{1}{2}\pi\sigma r_1^4\omega_0 \\ K_f = I_1\omega_1 - I_2\omega_2 = \frac{1}{2}\pi\sigma\frac{r_1^3}{\left(r_2^2 + r_1^2\right)}\left(r_1^3 - r_2^3\right)\omega_0 \end{array}\right\} K_f \neq K_i .$$

Affinché ogni singolo disco non trasli, in reazione alle forze d'attrito nel punto di contatto (interne) i due vincoli esercitano altrettante forze, in modo che la risultante delle forze esterne per ognuno dei due dischi sia nulla; ma non è nullo il momento di questa coppia esterna all'intero sistema.



6. Un oggetto è lanciato verticalmente verso l'alto con velocità v. Il pilota di un elicottero sospeso in aria ad altezza h vede passare l'oggetto due volte, in salita e in discesa. Egli cronometra i passaggi e risulta che tra di essi trascorre un tempo $\Delta t_\pm$. Esprimere l'altezza dell'elicottero.

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \quad\Rightarrow\quad t_\pm = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g} \quad\Rightarrow\quad \Delta t_\pm = \frac{2\sqrt{v_0^2 - 2gh}}{g} \quad\Rightarrow\quad h = \frac{1}{2}\left[\frac{v_0^2}{g} - g\left(\frac{\Delta t_\pm}{2}\right)^2\right]$$

$R_{Terra} = 6370\ km$, $M_{Terra} = 5.97 \times 10^{24}\ kg$, $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2$.
$g = 9.8\ m/s^2$,