Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(27 gennaio 2014)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Data la forza $\vec{F} = 6\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 15\hat{k}\ N$, applicata nel punto $P(1,3,0)$, calcolare il suo momento rispetto al punto $O(4,2,2)$ e il suo momento assiale rispetto all'asse z. P e O sono punti riferiti a una terna di assi cartesiani ortogonali.
$$\vec{M} = (P-O)\wedge\vec{F} = \left(-3\hat{\imath}+\hat{\jmath}-2\hat{k}\right)\wedge\left(6\hat{\imath}+\hat{\jmath}-15\hat{k}\right) = \left(-3\hat{k}-45\hat{\jmath}-6\hat{k}-15\hat{\imath}-12\hat{\jmath}+2\hat{\imath}\right)$$
$$= \left(-13\hat{\imath}-57\hat{\jmath}-9\hat{k}\right) \qquad M_z = -9$$
2. S'immagini di lasciar cadere un sasso dentro un pozzo che attraversa diametralmente tutta la terra (supposta omogenea e di densità costante). Dire quale affermazione tra le seguenti è corretta, motivando la risposta in ognuno dei tre casi:
   a. La forza che agisce sul sasso nel centro della terra è massima e anche la sua velocità.

Falsa: Al centro la forza è nulla. Si potrebbe invocare la legge di Gauss ma basta la simmetria.

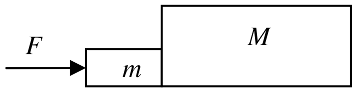
   b. L'accelerazione del sasso nel centro della terra è massima, la sua velocità e minima.

Falsa: La forza è nulla quindi anche l'accelerazione.

   c. L'accelerazione del sasso nel centro della terra è minima, la sua velocità è massima.

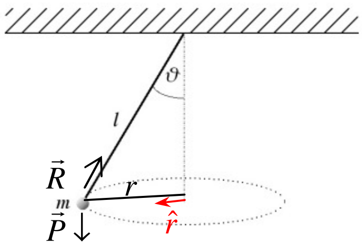
Vera: L'accelerazione è nulla (cambia direzione) e la velocità è massima poiché il punto è sempre soggetto a una forza diretta verso il centro.

3. Due corpi di massa m ed $M = 5m$ sono a contatto tra di loro su un piano orizzontale senza attrito. Sul corpo di massa m è applicata una forza orizzontale F. Esprimere le forze che agiscono su ciascuno dei due corpi.



$$F = 6ma,\quad F_m = ma,\quad F_M = 5ma,\quad a = F/(6m) \quad\Rightarrow\quad F_m = F/6,\quad F_M = (5/6)F,\quad R_m = -(5/6)F$$

4. La sfera nel disegno, di massa m = 240 g, è appesa al soffitto di una stanza mediante un filo di lunghezza l = 1 m. La sfera è messa in moto circolare uniforme orizzontalmente in modo che il filo formi un angolo θ = 30° con la direzione verticale. Calcolare:
   a. La tensione del filo.



$$\vec{P}+\vec{R} = m\vec{a}\begin{cases} mg - R\cos\theta = 0 & \Rightarrow\quad R = \dfrac{mg}{\cos\theta} = \dfrac{0,240\times 9,8}{\sqrt{3/4}} = 2,72N \\ R\sin\theta = ma = m\omega^2 r = m\omega^2 l\sin\theta & \Rightarrow\quad \omega = \sqrt{\dfrac{R}{ml}} = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\theta}} = \sqrt{\dfrac{9,8}{\sqrt{3/4}}} = 3,36\,rad/s \end{cases}$$

   b. Il periodo del moto circolare uniforme.

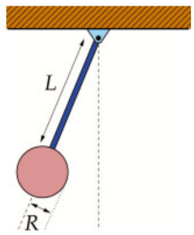
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1,87\,s$$

   c. La forza centrifuga, specificandone direzione e verso.

$$\left.\begin{aligned} &\vec{P}+\vec{R}-m\vec{a}_T = 0 \\ &\vec{a}_T = \vec{a} = -\omega^2 l\sin\theta\hat{r} \end{aligned}\right\}\vec{F}_c = -m\vec{a}_T = m\omega^2 l\sin\theta\hat{r} = 0,24\times 3,36^2\times 0,5\hat{r} = 1,36\,\hat{r}\,N$$

$R_{\text{Terra}} = 6370\ km$, $g = 9.8\ m/s^2$, $\gamma = 6,67\cdot 10^{-11}\ m^3/(kg\cdot s^2)$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(27 gennaio 2014)
Prof. Maurizio Piccinini



5. Un pendolo fisico è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa M rigidamente connesso a un'asta omogenea di lunghezza L e massa m (vedi figura). Calcolare:
   a. Il momento d'inerzia del pendolo rispetto all'asse passante per il punto di sospensione.

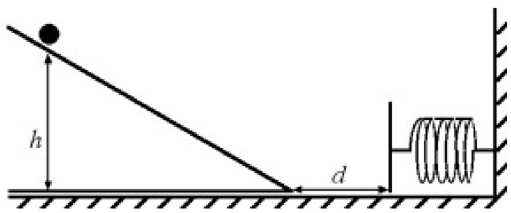
$$\left.\begin{array}{l} I_m = \dfrac{1}{3}mL^2 \left[= \dfrac{1}{12}mL^2 + m\left(\dfrac{L}{2}\right)^2 \right] \\ I_M = \dfrac{1}{2}MR^2 + M\left(R+L\right)^2 \end{array}\right\} I = I_m + I_M = \frac{1}{3}mL^2 + \frac{3}{2}MR^2 + ML^2 + M\,2RL$$

   b. La distanza d tra il centro di massa del pendolo e il punto di sospensione.

$$d = \frac{m\dfrac{L}{2} + M\left(R+L\right)}{M+m}$$

   c. Il periodo del pendolo.

$$\left.\begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \\ l = \dfrac{\delta_o^2}{d} \\ \delta_o^2 = \dfrac{I}{M+m} \end{array}\right\} T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{dg\left(M+m\right)}}$$



6. Un punto materiale di massa m, inizialmente fermo, scende lungo un piano inclinato liscio di massa M. Alla fine del piano inclinato scorre su un tratto orizzontale andando a urtare una molla, di massa trascurabile, fissata a una parete verticale. La distanza tra la fine del piano inclinato e il vincolo è d. La molla ha lunghezza a riposo l_0 e costante elastica k. Calcolare l'altezza minima h da cui il punto materiale deve scendere affinché, dopo avere urtato la molla, possa toccare la parete verticale (riducendo la molla a lunghezza zero) nei casi in cui:
   a. Il piano orizzontale è senza attrito e il piano inclinato è fisso.

$$mgh = \frac{1}{2}kl_0^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2}\frac{kl_0^2}{mg}$$

   b. Il piano orizzontale è senza attrito e il piano inclinato può scorrere sul piano orizzontale.

$$\left.\begin{array}{l} mgh = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}MV^2 \\ mv - MV = 0 \end{array}\right\} mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kl_0^2 \quad \Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2}kl_0^2\left(1+\frac{m}{M}\right) \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2}\frac{kl_0^2}{mg}\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

   c. Il piano orizzontale è scabro con coefficiente di attrito μ_d e il piano inclinato è fisso.

$$mgh = \frac{1}{2}kl_0^2 + \mu_d mg\left(d+l_0\right) \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2}\frac{kl_0^2}{mg} + \mu_d\left(d+l_0\right) \; .$$

$R_{Terra} = 6370\ km, \quad g = 9.8\ m/s^2, \quad \gamma = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ m^3/(kg\cdot s^2)$