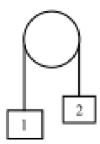
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(28 gennaio 2013)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Un facchino spinge un mobile esercitando lateralmente su di esso una forza $\boldsymbol{F}$. Per il terzo principio della dinamica il mobile esercita sul facchino una forza $-\boldsymbol{F}$. Come mai allora, quando il facchino incomincia a spingere, il sistema facchino – mobile entra in movimento? Rispondere al quesito usando meno di cinquanta parole.

Oltre alla forza F il facchino esercita, tramite i piedi, una forza sul pavimento. Grazie all'attrito egli non scivola e il pavimento esercita sul sistema facchino – mobile una forza uguale e contraria che ne determina il movimento rispetto alla superficie terrestre.

2. Il sistema rappresentato in figura (carrucola più due blocchi collegati tramite un filo inestensibile, di massa trascurabile, che scivola nella gola della carrucola) è in movimento in direzione verticale. Si dimostri che la velocità e l'accelerazione della carrucola sono la media aritmetica delle velocità e accelerazioni dei due blocchi.

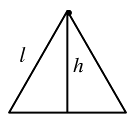


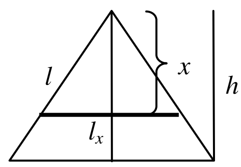
$$\left.\begin{aligned}&\vec{v}_A=\vec{v}_R+\vec{v}_T\begin{cases}\vec{v}_1=\vec{v}_{1c}+\vec{v}_c\\ \vec{v}_2=\vec{v}_{2c}+\vec{v}_c\end{cases}\\ &\vec{v}_{1c}=-\vec{v}_{2c}\end{aligned}\right\}\vec{v}_c=\frac{1}{2}\left(\vec{v}_1+\vec{v}_2\right)\quad \vec{a}_c=\frac{1}{2}\left(\vec{a}_1+\vec{a}_2\right)$$

3. Si determini il lavoro che occorre compiere per spostare un satellite da un'orbita circolare di raggio R_1 a un'orbita circolare di raggio R_2.

$$\left.\begin{aligned}&E=\frac{1}{2}mv^2-\gamma\frac{Mm}{R}\\ &\gamma\frac{Mm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\gamma\frac{Mm}{R}\end{aligned}\right\}E=-\frac{1}{2}\gamma\frac{Mm}{R}\quad\Rightarrow\quad L=\Delta E=\frac{1}{2}\gamma Mm\frac{R_2-R_1}{R_1R_2}$$

4. Una lamina triangolare equilatera di lato l = 50 *cm*, omogenea, di massa M = 2 *kg*, oscilla nel suo piano di appartenenza appesa a un vertice e soggetta alla forza peso.
   a. Calcolare il momento d'inerzia del triangolo rispetto all'asse perpendicolare alla lamina e contenente il punto vincolare, e il momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo al precedente e passante per il centro di massa.





$$\left.\begin{aligned}&dI=\frac{1}{12}dml_x^2+dmx^2\\ &dm=\frac{4M}{\sqrt{3}l^2}l_xdx\\ &l_x=\frac{2}{\sqrt{3}}x\end{aligned}\right\}dI=\left(\frac{1}{12}l_x^2+x^2\right)dm=\frac{80}{27}\frac{M}{l^2}x^3dx$$

$$\left.\begin{aligned}&I=\frac{80}{27}\frac{M}{l^2}\int_0^h x^3dx=\frac{20}{27}\frac{M}{l^2}h^4\\ &h=\frac{\sqrt{3}}{2}l\end{aligned}\right\}I=\frac{5}{12}Ml^2=\frac{5}{12}2\times0,25=\frac{5}{24}kgm^2$$

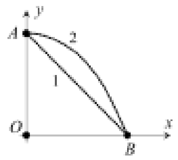
$$\left.\begin{aligned}&I_G=I-Md^2\\ &d=\frac{1}{\sqrt{3}}l\end{aligned}\right\}I_G=\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{3}\right)Ml^2=\frac{1}{12}Ml^2=\frac{1}{24}kgm^2$$

R_{Terra} = 6370 *km*, g = 9.8 m/s^2

b. Calcolare il periodo di oscillazione del triangolo per piccole oscillazioni.

$$\left.\begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\delta_G^2}{gd}} \\ I_G = M\,\delta_G^2 \\ d = \dfrac{l}{\sqrt{3}} \end{array}\right\} T = 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}I_G}{Mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}l}{12g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}\times 0,5}{12\times 9,8}} = 0,54s$$

5. Si calcoli il lavoro compiuto dalla forza $\vec{F} = \left(5y + x^2\right)\hat{i} - 9x\hat{j}$ (unità SI) quando la particella su cui agisce si sposta nel piano cartesiano xy dal punto $A(0;3)$ al punto $B(3;0)$ lungo le due traiettorie seguenti (rappresentare graficamente le due traiettorie, in modo approssimato):
   a. Traiettoria di equazione $y = 3 - x$.
   b. Percorso di equazione $y = 3 - x^2/3$.



$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{P} = \int_A^B \left[\left(5y + x^2\right)\hat{i} - 9x\hat{j}\right]\cdot\left(dx\hat{i} + dy\hat{j}\right) = \int_A^B \left[\left(5y + x^2\right)dx - 9xdy\right]$$

a. $$L_{AB} = \int_0^3 \left(15 - 5x + x^2\right)dx + \int_0^3 9xdx = \left(15x - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3\right)\Bigg|_0^3 + \frac{9}{2}x^2\Big|_0^3 = \left(15x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3\right)\Bigg|_0^3 = 72J$$

b. $$L_{AB} = \int_0^3 \left(15 - \frac{5}{3}x^2 + x^2\right)dx + \int_0^3 9\frac{2}{3}x^2dx = \left(15x - \frac{2}{9}x^3\right)\Bigg|_0^3 + 2x^3\Big|_0^3 = \left(15x + \frac{16}{9}x^3\right)\Bigg|_0^3 = 93J$$

6. Un blocchetto di massa m scivola con velocità v_0 su un piano senza attrito, raggiungendo una piattaforma mobile di massa M e lunghezza l (vedi figura). Sulla piattaforma il blocchetto scivola soggetto a un attrito radente caratterizzato dal coefficiente μ_1. La piattaforma, a sua volta, può scivolare sul piano orizzontale, soggetta all'attrito radente caratterizzato dal coefficiente μ_2. Calcolare:

   a. La relazione che deve esserci tra μ_1 e μ_2 affinchè il mattoncino (trattato come punto materiale) si fermi al bordo estremo della piattaforma.

$$F_P = \mu_1 mg - \mu_2\left(M + m\right)g = Ma_P \quad \Rightarrow \quad a_P = \left[\mu_1\frac{m}{M} - \mu_2\left(1 + \frac{m}{M}\right)\right]g$$

$$NB.: \quad \mu_1 > \mu_2\left(\frac{M}{m} + 1\right) \textit{altrimenti la piattaforma non si muove.}$$

$$\Rightarrow \quad v_P = \left[\mu_1\frac{m}{M} - \mu_2\left(1 + \frac{m}{M}\right)\right]gt; \qquad x_P = \frac{1}{2}\left[\mu_1\frac{m}{M} - \mu_2\left(1 + \frac{m}{M}\right)\right]gt^2$$

$$F_m = -\mu_1 mg - ma_P = -\mu_1 mg - \left[\mu_1 \frac{m}{M} - \mu_2\left(1+\frac{m}{M}\right)\right]mg = (\mu_2-\mu_1)\left(1+\frac{m}{M}\right)mg = ma_R$$

$$NB.:\quad \mu_1 > \mu_2 \quad \Rightarrow \quad a_R < 0$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} x_R = \frac{1}{2}(\mu_2-\mu_1)\left(1+\frac{m}{M}\right)gt^2 + v_0 t \\ v_R = (\mu_2-\mu_1)\left(1+\frac{m}{M}\right)gt + v_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} l = \frac{1}{2}(\mu_2-\mu_1)\left(1+\frac{m}{M}\right)gt_l^2 + v_0 t_l \\ 0 = (\mu_2-\mu_1)\left(1+\frac{m}{M}\right)gt_l + v_0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} & l = \frac{1}{2}(\mu_2-\mu_1)\left(1+\frac{m}{M}\right)gt_l^2 + v_0 t_l \\ & t_l = -\frac{Mv_0}{(\mu_2-\mu_1)(M+m)g} \end{aligned}\right\} \quad l = \frac{1}{2}\frac{Mv_0^2}{(\mu_1-\mu_2)(M+m)g}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_1 - \mu_2 = \frac{1}{2}\frac{M}{(M+m)}\frac{v_0^2}{lg}$$

b. La velocità iniziale della piattaforma e la sua velocità finale (quando il blocchetto si è fermato).

$$v_P = \left[\mu_1\frac{m}{M} - \mu_2\left(1+\frac{m}{M}\right)\right]gt \qquad v_{Pi} = 0\ (\grave{e}\ un\ dato\ del\ problema)$$

$$\left.\begin{aligned} & v_{Pf} = \left[\mu_1\frac{m}{M} - \mu_2\left(1+\frac{m}{M}\right)\right]gt_l \\ & t_l = \frac{Mv_0}{(\mu_1-\mu_2)(M+m)g} \end{aligned}\right\} v_{Pf} = \left[1 - \frac{\mu_1}{(\mu_1-\mu_2)}\frac{M}{(M+m)}\right]v_0$$