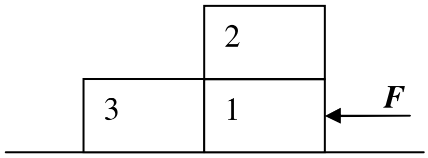
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(29 giugno 2015)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. (4) Tre blocchetti uguali ma di masse m, $2m$ e $3m$ secondo la numerazione indicata, sono appoggiati l'un l'altro come in figura. Non vi è attrito con il piano orizzontale mentre vi è attrito tra i blocchetti. Se al sistema è applicata la forza $\boldsymbol{F}$, esprimere le tre forze che agiscono su ciascuno dei singoli blocchetti.



$$F = 6ma \quad \Rightarrow \quad F_1 = F - F_2 - F_3 = ma = (1/6)F \qquad F_2 = 2ma = (1/3)F \qquad F_3 = 3ma = (1/2)F$$

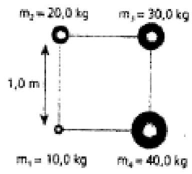
2. (5) Due satelliti orbitano intorno alla terra su due orbite circolari di raggi r e $2r$. Entrambi hanno la stessa velocità areolare. Commentare la veridicità o meno delle seguenti affermazioni:
   a. La massa del secondo satellite è quattro volte maggiore di quella del primo.
   b. L'affermazione è sbagliata: i due satelliti non possono avere la stessa velocità areolare.

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v^2 r = \gamma M \quad \Rightarrow \quad v_2^2 r_2 = v_2^2 2r_1 = v_1^2 r_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2}v_2$$

$$A_2 = (1/2)v_2 r_2 = \left(1/\sqrt{2}\right)v_1 r_1 = \sqrt{2}A_1 \neq A_1$$

   c. La velocità del secondo è due volte quella del primo.
   d. La velocità del secondo è la metà di quella del primo.

3. (4) Nei vertici di una struttura quadrata, di lato l = 1 m e massa trascurabile, sono fissate quattro sfere omogenee di masse m_1 = 10, m_2 = 20, m_3 = 30 ed m_4 = 40 kg (vedi figura). Fare una stima esatta della posizione del centro di massa, motivandola con non più di una decina di righe, e poi calcolarla nel modo più semplice possibile.



Rispetto alla coordinata verticale (y) *vi è tanta massa nei vertici superiori quanto in quelli inferiori del quadrato. Quindi la coordinata y del C.M. sarà esattamente a metà dell'altezza del quadrato. Per quanto riguarda la coordinata orizzontale* (x)*, a destra stanno 7/10 della massa e 3/10 a sinistra. Quindi la coordinata x del C.M. sarà a 30 cm dalle masse più grandi (a 70 cm dalle più piccole).*

$$\left.\begin{array}{l}\textit{Scegliamo l'origine delle}\\ \textit{coordinate sulla massa } m_1\end{array}\right\} \quad x_{CM} = \frac{30\times1 + 40\times1}{100} = 0,7m \quad y_{CM} = \frac{20\times1 + 30\times1}{100} = 0,5m$$

4. (5) Dal tetto di un autobus di massa M = 10 Ton pende una sfera tramite un filo inestensibile di massa trascurabile. Il conduttore aziona il freno per un tempo t = 3s applicando una accelerazione costante al mezzo, che passa da 18 km/h a 6 km/h. Calcolare:
   a. L'accelerazione e lo spazio percorso nel tempo t.

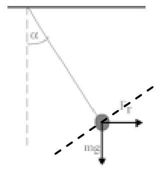
$$v_1 = at + v_0 \quad \Rightarrow \quad a = (v_1 - v_0)/t = -\left(12\times10^3\right)/\left(3,6\times10^3\times3\right) = -1,\overline{1}\ m/s^2$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = -\frac{1}{2}1,\overline{1}\times9 + (18/3,6)\times3 = 10m$$

R_{Terra} = 6370 km, M_T = 5,972 x 10^{24} kg g = 9,8 m/s^2 γ= 6,6758 x 10^{-11} $m^3/(kg \times s^2)$

b. Il lavoro della forza frenante durante il tempo t (calcolarlo in due modi diversi).

$$L=-\int_0^1 \vec{F}\cdot d\vec{s}=-Fs=-Mas=-10^4\times 1,\overline{1}\times 10=-1,\overline{1}\times 10^5\,J$$

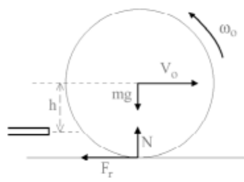


$$L=\frac{1}{2}M\left(v_0^2-v_1^2\right)=\frac{1}{2}10^4\frac{\left(6^2-18^2\right)}{3,6^2}=-1,\overline{1}\times 10^5\,J$$

c. L'angolo massimo di deviazione del filo dalla verticale.

$$mg\sin\alpha=ma\cos\alpha \quad\Rightarrow\quad \tan\alpha=\frac{a}{g}=0,113379 \quad\Rightarrow\quad \alpha=6,47^o=0,112897\text{rad}$$

5. (6) Una palla da bigliardo di raggio R, inizialmente a riposo, è colpita istantaneamente con la stecca. Il colpo è applicato orizzontalmente a distanza $h=(2/3)R$ sotto il centro della sfera, imprimendo alla stessa la velocità iniziale v_0. Calcolare:



a. La velocità angolare iniziale ω_0 della biglia.

$$\left.\begin{array}{l} F\Delta t=m\Delta v\\ \mathcal{M}_u\,\Delta t=I_u\Delta\omega\\ \mathcal{M}_u=F(2/3)R\\ I_u=(2/5)mR^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l} F(2/3)R\Delta t=(2/5)mR^2\Delta\omega\\ \Delta v=v_0\\ \Delta\omega=\omega_0\end{array}\right\}\Rightarrow\quad (2/3)v_0=(2/5)R\omega_0\quad\Rightarrow\quad \omega_0=\frac{5}{3}\frac{v_0}{R}$$

b. La sua velocità quando incomincia a rotolare senza strisciare.

$$\left.\begin{array}{l} F_r=-ma \quad\Rightarrow\quad a=-\dfrac{F_r}{m}\\ F_rR=I\dot{\omega}\quad\Rightarrow\quad \dot{\omega}=\dfrac{5F_r}{2mR}\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l} v=v_0-\dfrac{F_r}{m}t\\ \omega=\dfrac{5F_r}{2mR}t-\omega_0\end{array}\right\}v=v_0-\frac{2}{5}(\omega+\omega_0)R$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{rp}=v_0-\dfrac{2}{5}(\omega_{rp}+\omega_0)R\\ v_{rp}=\omega_{rp}R\end{array}\right\}v_{rp}=v_0-\frac{2}{5}\left(\frac{v_{rp}}{R}+\omega_0\right)R\quad\Rightarrow\quad v_{rp}\left(1+\frac{2}{5}\right)=v_0\left(1-\frac{10}{15}\right)\quad\Rightarrow\quad v_{rp}=\frac{5}{21}v_0$$

c. Le energie cinetiche iniziale e finale della biglia.

$$T_i=\frac{1}{2}mv_0^2+\frac{1}{2}I\omega_0^2=\frac{19}{18}mv_0^2$$

$$T_f=\frac{1}{2}mv_{rp}^2+\frac{1}{2}I\omega_{rp}^2=\frac{7}{10}mv_{rp}^2=\frac{7}{10}\left(\frac{5}{21}\right)^2mv_0^2=\frac{5}{126}mv_0^2$$

d. Il lavoro fatto dalla forza di attrito durante il suo scivolamento sul tappeto.

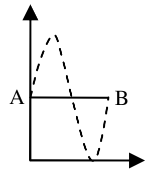
$$L=T_f-T_i=\frac{5}{126}mv_0^2-\frac{19}{18}mv_0^2=-\frac{128}{126}mv_0^2=-\frac{64}{63}mv_0^2$$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale A (L-A)
(29 giugno 2015)
Prof. Maurizio Piccinini

---

6. (6) In un piano cartesiano *xy* un punto materiale si sposta da un punto A(0,2) a un punto B(2,2), sottoposto alla forza $\vec{F} = y\hat{i}$. Esprimere, in unità del S.I.:
   a. Il lavoro compiuto dalla forza se il punto si muove lungo la retta AB.

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \left(F_x dx + \cancel{F_y} dy \right) = \int_{x_A}^{x_B} y_A dx = \int_0^2 2dx = 4J$$



   b. Il lavoro compiuto se lo spostamento avviene sulla curva di equazione $y = 2\left[1 + \sin(\pi x)\right]$ (rappresentare graficamente la curva).

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \left(F_x dx + \cancel{F_y} dy \right) = \int_{x_A}^{x_B} ydx = \int_0^2 2\left[1 + \sin(\pi x)\right] dx = 4 - \frac{2}{\pi} \cos(\pi x)\Big|_0^2 = 4J$$

   c. Dire, motivando, se il campo di forze è conservativo.

No: $\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \cancel{0\hat{i}} + \cancel{0\hat{j}} - \hat{k} \neq 0$

$R_{\text{Terra}} = 6370\ km$, $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg $g = 9{,}8\ m/s^2$ $\gamma = 6{,}6758 \times 10^{-11}\ m^3/(kg \times s^2)$