Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello straordinario per laureandi - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(30 aprile 2010)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Una molla di costante elastica k_1 viene agganciata ad una parete. Esercitando su di essa una forza F la molla si allunga di $l_1 = 1\ cm$. La stessa molla è poi agganciata a un'altra molla di costante elastica k_2, la quale viene a sua volta fissata alla parete. Applicando la stessa forza F alla prima molla, la seconda si tende di $l_2 = 0.5\ cm$. Dire quali delle seguenti affermazioni (riguardanti il secondo caso) sono vere, e motivare le risposte:

   a) Se $k_2 = k_1$ allora anche la prima molla si tende di 0.5 *cm*. F
   b) La prima molla si tende di 1 *cm*, come quando è sola, e $k_2 = 2k_1$ V
   c) L'energia potenziale accumulata dalle due molle è uguale a quella accumulata dalla prima molla nel primo caso. F
   d) Nel secondo caso l'energia potenziale accumulata è la metà rispetto al primo caso. F
   e) Nel secondo caso l'energia potenziale accumulata è una volta e mezzo quella del primo caso. V
   f) Nel secondo caso l'energia potenziale accumulata è doppia rispetto al primo caso. F

$$\left.\begin{aligned} U_A &= \frac{1}{2}k_1 l_1^2 \\ U_B &= \frac{1}{2}\left(k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2\right) = \frac{1}{2}\left(k_1 l_1^2 + 2k_1\frac{l_1^2}{4}\right) = \frac{1}{2}k_1 l_1^2\,\frac{3}{2} \end{aligned}\right\} \frac{U_B}{U_A} = \frac{3}{2} = 1.5$$

2. Supponendo che l'orbita terrestre sia circolare, s'immagini di prendere la terra e metterla in orbita sempre circolare, con lo stesso raggio, intorno a un sole di massa quadrupla rispetto al nostro. In questo caso:

   a) La sua accelerazione quadruplica e il periodo di rivoluzione è quattro volte minore. F
   b) L'accelerazione raddoppia e il periodo dimezza. F
   c) Non è possibile perché la terra orbiterebbe con un raggio dimezzato rispetto a quello normale. F
   d) La forza quadruplica e il periodo dimezza. V

   Scegliere la risposta giusta e motivare.

$$\gamma\frac{Mm}{r^2} = ma = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \left\{\begin{aligned} & a_1 = \gamma\frac{M}{r^2}; \quad v^2 = \gamma\frac{M}{r}; \quad T_1 = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{\gamma M}} \\ & a_2 = \gamma\frac{4M}{r^2}; \quad T_2 = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{\gamma 4M}} = \pi r\sqrt{\frac{r}{\gamma M}} \end{aligned}\right\} \left\{\begin{aligned} & \frac{a_2}{a_1} = 4; \quad \frac{F_2}{F_1} = 4 \\ & \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2} \end{aligned}\right.$$

3. Commentare le seguenti affermazioni:

   a) Se il momento risultante delle forze che agiscono su un solido è nullo allora è nullo anche il momento della quantità di moto.
   b) Se la forza risultante che agisce su un corpo è nulla allora è nullo anche il momento della quantità di moto del corpo.

4. Un punto materiale di massa $m = 1\ kg$ è lasciato cadere da un'altezza di 2 *m*, partendo da fermo, soggetto alla forza peso. Dopo 1 *m* di caduta libera il punto materiale ne colpisce un altro, di massa *2m*, sospeso ad un sottilissimo filo, con urto perfettamente elastico. In seguito all'urto il filo si spezza e i due punti si muovono soggetti al loro peso, sulla stessa traiettoria rettilinea verticale del primo punto, fino a schiacciarsi sul pavimento. Trascurando il lavoro necessario per spezzare il filo calcolare:

---

a) Le velocità dei due punti subito dopo l'urto.

$$\left.\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2}mv_1^2 + mv_2^2 \\ m\sqrt{2gh} &= mv_1 + 2mv_2 \end{aligned}\right\} \left.\begin{aligned} 2gh &= v_1^2 + 2v_2^2 \\ 2gh &= v_1^2 + 4v_2^2 + 4v_1v_2 \end{aligned}\right\} v_2 + 2v_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2 = -2v_1$$

$$v_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{2gh} = -1.48m/s; \quad v_2 = \frac{2}{3}\sqrt{2gh} = 2.95m/s$$

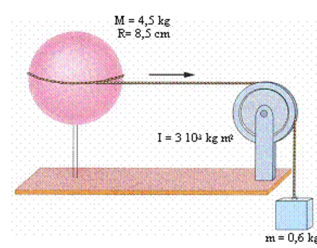
b) Il tempo che impiegano a raggiungere il pavimento a partire dal momento dell'urto.

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0 \\ v &= gt + v_0 \end{aligned}\right\} \left\{\begin{aligned} &1)\left\{\begin{aligned} &s_1 = s_s + s_g; \quad t_1 = t_s + t_g \\ &s_s = -\frac{1}{2}gt_s^2 + |v_1|t_s \\ &s_g = s_s + h = \frac{1}{2}gt_g^2 \\ &gt_s - |v_1| = 0 \quad \Rightarrow \quad t_s = \frac{|v_1|}{g} = 0.151s \\ &gt_g = \sqrt{2g(s_s + h)} \end{aligned}\right\} \left\{\begin{aligned} &s_s = -\frac{1}{2}\frac{|v_1|^2}{g} + \frac{|v_1|^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{|v_1|^2}{g} \\ &t_g = \sqrt{\left(\frac{|v_1|^2}{g^2} + \frac{2h}{g}\right)} = 0.476s \\ &t_1 = t_s + t_g = 0.627s \end{aligned}\right. \\ &2)\left\{\begin{aligned} &s_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 + v_2t_2 \\ &\sqrt{2gh} = gt_2 + v_2 \end{aligned}\right\} t_2 = \frac{1}{g}\left(\sqrt{2gh} - v_2\right) = 0.151s \end{aligned}\right.$$

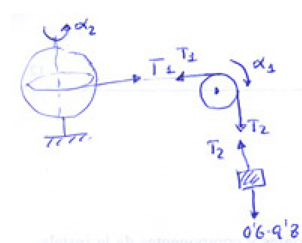
c) L'energia trasferita al pavimento in seguito all'urto totalmente anelastico.

$$E = E_1 + E_2 = mg2h + 2mgh = 4mgh = 39.2J$$

5. Una sfera cava di massa M = 6 kg e raggio R = 8 cm può ruotare senza attrito intorno a un asse verticale. Intorno al piano equatoriale della sfera viene arrotolata una fune di massa trascurabile, la quale passa per una carrucola di momento d'inerzia I_c = 3x10^{-3} kg m^2 e raggio r = 5 cm, ugualmente priva di attrito. La fune è legata all'estremo libero a una massa m = 0.6 kg. La corda si srotola senza scivolare. La massa viene lasciata cadere da ferma. Calcolare la velocità della massa e le velocità angolari della sfera e della carrucola, quando la massa è scesa di l = 80 cm:



a) Sfruttando le leggi della dinamica.



$$\left.\begin{array}{l} T_1 R = I_{sc}\alpha_2 \\ \left(T_2 - T_1\right) r = I_c \alpha_1 \\ mg - T_2 = ma \\ a = \alpha_1 r \\ a = \alpha_2 R \\ I_{sc} = \dfrac{2}{3} M R^2 \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} T_1 = \dfrac{I_{sc} a}{R^2} \\ \left(T_2 - T_1\right) = \dfrac{I_c a}{r^2} \\ mg - \dfrac{I_c a}{r^2} - \dfrac{2}{3} M a = ma \end{array}\right\} a = \frac{mg}{\left(m + \dfrac{I_c}{r^2} + \dfrac{2}{3} M\right)} = 1.0138\, m/s^2$$

$$\left.\begin{array}{l} l = \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v = at \end{array}\right\} v = \sqrt{2la} = 1.2736\, m/s$$

b) Con un calcolo di bilancio energetico.

$$\left.\begin{array}{l} mgl = \dfrac{1}{2}\left(m v^2 + I_{sc}\omega_2^2 + I_c \omega_1^2\right) \\ R\omega_2 = v \\ r\omega_1 = v \end{array}\right\} v = \sqrt{\frac{2mgl}{\left(m + \dfrac{2}{3} M + \dfrac{I_c}{r^2}\right)}} = 1.2736\, m/s$$

c) Dimostrare che $I_{sc} = 2/3\, MR^2$.

$$I_{sc} = I_x = I_y = I_z; \quad I_x = \int\left(y^2 + z^2\right) dm; \quad I_y = \int\left(z^2 + x^2\right) dm; \quad I_z = \int\left(x^2 + y^2\right) dm$$

$$3 I_{sc} = I_x + I_y + I_z = 2\int\left(x^2 + y^2 + z^2\right) dm = 2R^2 \int dm \quad \Rightarrow \quad I_{sc} = \frac{2}{3} M R^2$$