**Fisica Generale A – Anno accademico 2010/2011 – Prova di verifica del 12 aprile 2011**

1. Determinare i vettori **$a$** = $(x, 1, 0)$ e **$b$** = $(y, -2, 10)$ in modo che questi risultino non solo mutuamente perpendicolari, ma pure complanari a **$c$** = $(1, 1, 1)$.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \quad\Rightarrow\quad (x,\ 1,\ 0)\cdot(y,\ -2,\ 10)=xy-2=0$$

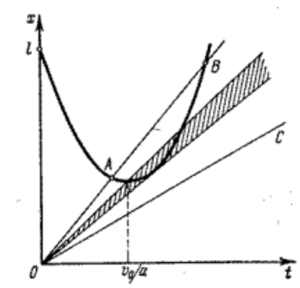
$$\vec{a}\wedge\vec{b}\cdot\vec{c}=0 \quad\Rightarrow\quad (x,\ 1,\ 0)\wedge(y,\ -2,\ 10)\cdot(1,\ 1,\ 1)=(10,-10x,-2x-y)\cdot(1,\ 1,\ 1)=10-12x-y=0$$

$$\begin{cases} xy-2=0 \\ 10-12x-y=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=2/x \\ 12x^2-10x+2=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\dfrac{10\pm\sqrt{100-96}}{24}=\dfrac{10\pm2}{24}=\begin{cases}1/2\\1/3\end{cases} \\ y=\begin{cases}4\\6\end{cases} \end{cases}$$

$$\vec{a}=(1/2,\ 1,\ 0) \quad \vec{b}=(4,\ -2,\ 10)$$

$$\vec{a}=(1/3,\ 1,\ 0) \quad \vec{b}=(6,\ -2,\ 10)$$

2. Due automobili A e B si trovano a una distanza $l = 4\ km$ l'uno dall'altro. Al tempo $t = 0$ si mettono in marcia l'uno verso l'altro (su corsie parallele), l'automobile A con velocità costante e l'automobile B con velocità iniziale $v_0 = 32\ m/s$ e accelerazione costante $a = 0{,}2\ m/s^2$ opposta alla velocità iniziale. Si osserva che, durante il loro moto, i due veicoli si sorpassano l'un l'altro due volte.




Quale spettro di velocità deve avere A affinché ciò accada?
Scrivere i tempi d'incrocio in funzione della velocità di A.
Confrontare le equazioni orarie dei due moti.

$$\left.\begin{aligned} s_A &= v_A t \\ s_B &= \frac{1}{2}at^2 - v_0 t + l \end{aligned}\right\} v_A t_i = \frac{1}{2}at_i^2 - v_0 t_i + l \quad\Rightarrow\quad at_i^2 - 2(v_0+v_A)t_i + 2l = 0$$

$$t_i = \frac{(v_0+v_A)\pm\sqrt{(v_0+v_A)^2-2al}}{a}$$

$$(v_0+v_A)^2-2al=0 \quad se \quad v_A^2+2v_0v_A+v_0^2-2al=0 \quad v_A=-v_0\pm\sqrt{2al}$$

$$Se\ v_A=\sqrt{2al}-v_0=8\,m/s \quad\Rightarrow\quad t_i=\pm\sqrt{\frac{2l}{a}}=200s$$

$$1)\ Deve\ essere\ v_A>\sqrt{2al}-v_0=8\,m/s$$

$$v_B=at-v_0;\quad v_B(t_i)=at_i-v_0>0 \quad\Rightarrow\quad at_i>v_0$$

$$t_i=\frac{(v_0+v_A)\pm\sqrt{(v_0+v_A)^2-2al}}{a}>\frac{v_0}{a} \quad\Rightarrow\quad v_A\pm\sqrt{(v_0+v_A)^2-2al}>0$$

$$v_A^2>v_A^2+v_0^2+2v_0v_A-2al \quad\Rightarrow\quad v_0+2v_A-\frac{2al}{v_0}<0$$

$$2)\ Deve\ essere\ v_A<\frac{al}{v_0}-\frac{v_0}{2}=9\,m/s \quad\Rightarrow\quad \sqrt{2al}-v_0<v_A<\frac{al}{v_0}-\frac{v_0}{2} \qquad 8\,m/s<v_A<9\,m/s$$

3. Una pallottola di massa $m$ = 10 $g$ colpisce un bersaglio fermo di massa $M$ = 0,99 $kg$ conficcandosi in esso. L'impatto imprime al bersaglio una velocità $v$ = 10 $m/s$. Assumendo che la forza che si esercita tra pallottola e bersaglio durante l'impatto diminuisca linearmente nel tempo e si annulli in un tempo $t$ = 0,1 $s$ calcolare:
   a. La forza iniziale della pallottola sul bersaglio.
   b. La velocità iniziale della pallottola.
   c. Si confronti la quantità di moto del sistema pallottola più bersaglio, prima e dopo l'urto.

$$F = F_0 - Kt; \quad se \quad t = 0{,}1 \quad F = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = F_0 - 0{,}1K \quad \Rightarrow \quad K = 10F_0$$

$$F = F_0\left(1 - 10t\right)$$

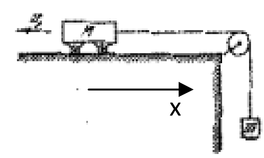
$$\int_0^{0.1} F dt = Mv; \quad F_0 \int_0^{0.1} \left(1-10t\right) dt = Mv; \quad F_0\left(0{,}1 - 0{,}05\right) = 0{,}99 \times 10\, m/s \quad \Rightarrow \quad F_0 = 198N$$

$$\int_0^{0.1} F dt = m\left(v_p - v\right); \quad F_0 \int_0^{0.1} \left(1-10t\right) dt = m\left(v_p - v\right); \quad 198\left(0{,}1 - 0{,}05\right) = 0{,}01 v_p - 0{,}1$$

$$\Rightarrow \quad v_p = 1000\, m/s$$

$$\left.\begin{array}{l} mv_p = 0{,}01 \times 1000 = 10\, kg\, m/s \\ \left(M+m\right)v = \left(0{,}99 + 0{,}01\right) \times 10 = 10\, kg\, m/s \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad mv_p = \left(M+m\right)v$$

4. Un carrello di massa $M$ = 500 $g$ è collegato ad una massa $m$ = 200 $g$ tramite una fune di massa trascurabile come in figura. Tutti gli attriti sono trascurabili. All'istante $t$ = 0 il carrello ha velocità $v_0$ = 7 $m/s$ verso sinistra. Calcolare la velocità, la posizione, lo spazio percorso dal carrello e la distanza effettiva percorsa dal carrello rispetto alla posizione iniziale, il tutto all'istante $t$ = 5 $s$.




$$\left.\begin{array}{l} T = Ma \\ mg - T = ma \end{array}\right\} ma = mg - Ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m}{m+M} g = \frac{2}{7} 9.8 = 2.8\, m/s^2$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 - v_0 t \quad \Rightarrow \quad x\left(5\right) = 1.4 \times 25 - 7.0 \times 5 = 0m \quad x\left(2.5\right) = 1.4 \times 6.25 - 7.0 \times 2.5 = 8.75m$$

$$v = at - v_0 \quad \Rightarrow \quad v\left(5\right) = 2.8 \times 5 - 7.0 = 7.0\, m/s \quad v\left(2.5\right) = 2.8 \times 2.5 - 7.0 = 0\, m/s$$

$$l = 2\, x\left(2.5\right) = 17.5m$$