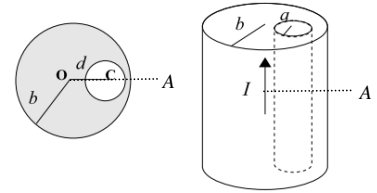


1. Siano date due cariche q uguali sia in modulo sia in segno. Mostrare che è possibile piazzare una terza carica in prossimità delle due, in modo da formare una configurazione in equilibrio. Specificare segno, valore e posizione della terza carica.
2. La figura geometrica che rappresenta un ciclo di Carnot nel piano T(temperatura) S (entropia) è:
 - a) Un rettangolo
 - b) Un triangolo
 - c) Una figura con lati curvilinei
 L'area racchiusa dalla figura rappresenta:
 - d) Il lavoro fatto dal ciclo
 - e) Il calore scambiato alla temperatura più bassa
 - f) Il calore totale scambiato dalla macchina di Carnot
 - g) La variazione di entropia del sistema
 Individuare le affermazioni esatte e motivarle.
3. Sia data una sfera conduttrice scarica, compatta tranne che per una cavità, anch'essa sferica, ma decentrata rispetto al centro della sfera. Al centro della cavità è inserita una carica q .
 Il campo elettrico intorno alla sfera:
 - a) È radiale centrato sulla carica q al centro della cavità.
 - b) È asimmetrico: più debole in prossimità della cavità e più intenso dalla parte opposta.
 - c) È asimmetrico: più intenso in prossimità della cavità e più debole dalla parte opposta.
 - d) È radiale centrato sul centro della sfera.
 Scegliere l'affermazione giusta e motivare.

4. Sia dato un cavo conduttore cilindrico idealmente infinito e di raggio b . Il cilindro ha al suo interno una cavità, cilindrica anch'essa, di raggio a , con $b > a$. La distanza tra l'asse del cilindro e l'asse della cavità è $OC = d$ (vedi figura). Il conduttore è percorso da una corrente I distribuita uniformemente sul suo volume. Calcolare il campo magnetico precisandone modulo, direzione e verso:



- a) In un punto C sull'asse della cavità.

$$j = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}; \quad I_p = j\pi b^2 = I \frac{b^2}{(b^2 - a^2)}; \quad I_v = j\pi a^2 = I \frac{a^2}{(b^2 - a^2)}$$

$$\vec{B}(r) = \frac{1}{2}\mu_0 j r \hat{t} \Rightarrow \vec{B}_C = \vec{B}_p - \vec{B}_v = \frac{1}{2}\mu_0 j d \hat{t} - \frac{1}{2}\mu_0 j 0 \hat{t}$$

$$\vec{B}_C = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{I d}{\pi(b^2 - a^2)} \hat{t}$$
- b) In un punto esterno A , distante r dall'asse del cilindro conduttore, sulla congiungente gli assi dei due cilindri.

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{t} \Rightarrow \vec{B}_A = \vec{B}_p - \vec{B}_v = \frac{\mu_0 I_p}{2\pi r} \hat{t} - \frac{\mu_0 I_v}{2\pi(r-d)} \hat{t}$$

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0}{2\pi} I \left(\frac{b^2}{r(b^2 - a^2)} - \frac{a^2}{(r-d)(b^2 - a^2)} \right) \hat{t} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{1}{(b^2 - a^2)} \left(\frac{b^2}{r} - \frac{a^2}{(r-d)} \right) \hat{t}$$

5. Due recipienti uguali, isolati termicamente dall'ambiente esterno, sono collegati da un tubo con un rubinetto, inizialmente chiuso. Uno dei recipienti contiene un gas monoatomico alla temperatura di 50°C e l'altro contiene un gas biatomico alla temperatura di 25°C . La pressione iniziale è $P_0 = 1\text{ atm}$ in ambedue i recipienti. Aprendo il rubinetto, i gas si mescolano. Calcolare:

a) La temperatura e la pressione finale del sistema, raggiunto l'equilibrio.

$$p_0 V = n_1 R T_1 = n_2 R T_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1};$$

$$T = T_C + 273,15\text{ K} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 323,15\text{ K} \\ T_2 = 298,15\text{ K} \end{cases}$$

$$U_i = U_1 + U_2 = U_f$$

$$U_1 = \frac{3}{2} n_1 R T_1; \quad U_2 = \frac{5}{2} n_2 R T_2; \quad U_f = R \left(\frac{3}{2} n_1 + \frac{5}{2} n_2 \right) T_f$$

$$(3n_1 + 5n_2) T_f = 3n_1 T_1 + 5n_2 T_2 \Rightarrow$$

$$T_f = \frac{3n_1 T_1 + 5n_2 T_2}{(3n_1 + 5n_2)} = \frac{3 \frac{T_2}{T_1} T_1 + 5 T_2}{\left(3 \frac{T_2}{T_1} + 5 \right)} = \frac{8 T_1 T_2}{(3 T_2 + 5 T_1)} = 307,06\text{ K} = 33,91^\circ\text{C}$$

$$2 p_f V = (n_1 + n_2) R T_f = \frac{p_f}{p_0} R (n_1 T_1 + n_2 T_2) \Rightarrow p_f = p_0 \frac{(n_1 + n_2) T_f}{(n_1 T_1 + n_2 T_2)}$$

$$p_f = p_0 \frac{(T_2 + T_1)}{2 T_1 T_2} T_f = p_0 \frac{(T_2 + T_1)}{2 T_1 T_2} \frac{8 T_1 T_2}{(3 T_2 + 5 T_1)} = 4 p_0 \frac{(T_2 + T_1)}{(3 T_2 + 5 T_1)} = 0,99\text{ atm}$$

b) Se il primo recipiente contiene due moli di gas monoatomico, calcolare la variazione di energia interna dei singoli gas e del sistema nel suo insieme.

$$U_i = U_{1i} + U_{2i} = U_f \Rightarrow \Delta U_{tot} = 0; \quad \Delta U_{1i} = -\Delta U_{2i}$$

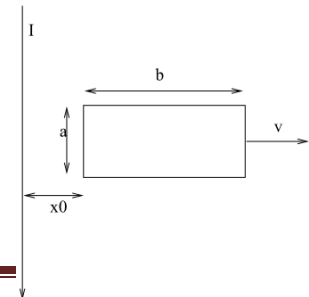
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1} = 0,92 \Rightarrow n_2 = 1,0839 n_1 = 2,17$$

$$\Delta U_{1i} = n_1 c_{v1} (T_f - T_1) = 2 \frac{3}{2} R (T_f - T_1) = -3 \times 8,31 \times 16,09 \sim -401\text{ J}$$

$$\Delta U_{2i} = n_2 c_{v2} (T_f - T_2) = 2,17 \frac{5}{2} R (T_f - T_2) = 5,43 \times 8,31 \times 8,91 \sim 401\text{ J}$$

Si possono trattare i gas come perfetti. Si trascuri inoltre lo scambio di calore tra i gas e le pareti che li contengono.

6. Sia dato un filo rettilineo di lunghezza infinita percorso da una corrente costante I . In prossimità del filo si trova una spira rettangolare indeformabile, di lati a e b , complanare con il filo (vedi figura). La resistenza elettrica della spira sia R . A un certo istante $t = 0$ la spira rettangolare viene messa in moto con velocità costante v a partire dalla posizione x_0 . Si trascuri il suo coefficiente di autoinduzione. Si determinino in funzione del tempo:



$$R = 8,31\text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 (Tm/A)$$

a) La corrente che circola nella spira.

$$\phi(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \int_x^{x+b} \frac{dx'}{x'} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln \frac{x+b}{x}; \quad x(t) = vt + x_0$$

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\phi(x)}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} ab \frac{v}{(vt+x_0)(vt+x_0+b)}; \quad i(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R}$$

b) La forza che deve essere applicata alla bobina per mantenerla in moto a velocità costante.

c) La potenza dissipata nella spira per effetto Joule.

$$F_L(x) = ai[B(x+b) - B(x)] = ai \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{x+b} - \frac{1}{x} \right) = -ai \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{b}{x(x+b)}$$

$$F(x) = i \frac{\mu_0 I}{2\pi} ab \frac{1}{(vt+x_0)(vt+x_0+b)} = \frac{v}{R} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi} ab \frac{1}{(vt+x_0)(vt+x_0+b)} \right]^2$$

$$W = Ri^2 = \frac{v^2}{R} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi} ab \frac{1}{(vt+x_0)(vt+x_0+b)} \right]^2 = Fv$$