

Soluzioni

1. Descrivere, sia in direzione e verso sia in modulo, le proprietà del campo elettrico prodotto da una distribuzione piana indefinita di carica.
2. Enunciare la seconda legge di Ohm per un conduttore di lunghezza l e sezione S , soffermandosi sul concetto di resistività ρ e precisando da cosa essa dipenda.
3. Scrivere la forma che assume l'espressione del primo principio della termodinamica nel caso di una trasformazione:
 - a) isocora;
 - b) isoterma;
 - c) adiabatica;
 - d) ciclica.
4. Un gas ideale biatomico compie un ciclo termodinamico reversibile composto dalla successione delle seguenti trasformazioni:

A - B: espansione isobara da V_A a $V_B = 2V_A$;
B - C: trasformazione isocora;
C - D: espansione isobara fino al volume $V_D = 3V_A$;
D - A: compressione isoterma che chiude il ciclo.

 - a) Rappresentare il ciclo in un diagramma $p - V$;
 - b) calcolarne il rendimento;

$$T_B = 2T_A, \quad T_C = \frac{2}{3}T_A, \quad T_D = T_A$$

$$Q_{AB} = nc_p(T_B - T_A) = \frac{7}{2}nRT_A$$

$$Q_{BC} = nc_V(T_C - T_B) = -\frac{10}{3}nRT_A$$

$$Q_{CD} = nc_p(T_D - T_C) = \frac{7}{6}nRT_A$$

$$Q_{DA} = L_{DA} = nRT_A \ln \frac{V_A}{V_D} = -nRT_A \ln 3$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 0.05$$

c) calcolare il rendimento di un ciclo di Carnot che lavori fra le stesse temperature estreme.

$$\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_B} = \frac{2}{3}$$

5. È data una distribuzione sferica di carica di raggio $R = 2$ cm nella quale la densità di carica è nulla per $r > R$ mentre per $r \leq R$ varia secondo la legge $\rho = \rho_0/r$, con $\rho_0 = 17.7 \cdot 10^{-8}$ C/m².

Determinare:

a) il valore del campo elettrostatico alle distanze dal centro della distribuzione $a_1 = R/2$ e $a_2 = 2R$;

$$E(R/2) = 10^4 \text{ V/m}$$

$$E(2R) = 2.5 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

b) il potenziale del centro della sfera rispetto all'infinito.

$$V(0) - V(\infty) = 4 \cdot 10^2 \text{ V}$$

Una seconda sfera identica, ma con carica di segno opposto, viene posta vicino alla prima, con le superfici esterne a contatto.

c) Calcolare il modulo del campo elettrico ad una distanza $L = 20$ m dalla sfera in direzione della retta che congiunge i due centri.

$$E = 4 \cdot 10^{-5} \text{ N/C}$$

6. In una regione di spazio dove non vi sono correnti si trova un campo magnetico statico $\vec{B} = \vec{B}(\rho, z)$ avente simmetria cilindrica (cioè di rotazione attorno all'asse z). La componente del campo lungo l'asse z è nota e vale $B_z = B_0 z/L$, con L costante.

a) Si determini la componente radiale B_ρ del campo magnetico.

$$0 = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{\rho} \partial_\rho \rho B_\rho + \partial_z B_z \Rightarrow B_\rho = -B_0 \frac{\rho}{2L}$$

oppure

$$\Phi(\vec{B}) = \pi \rho^2 [B_z(z+h) - B_z(z)] + 2\pi \rho h B_\rho = 0$$

Una piccola spira circolare di raggio a , resistenza R e coefficiente di autoinduzione trascurabile si muove con velocità v costante lungo l'asse z , con la propria superficie perpendicolare all'asse.

Calcolare:

b) la corrente indotta nella spira e la potenza dissipata per effetto Joule;

$$\Phi(\vec{B}) \simeq B_z \pi a^2 \Rightarrow i_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi a^2 B_0 \frac{v}{RL}, \quad W = \frac{(\pi a^2 B_0 v/L)^2}{R}$$

c) la forza che è necessario esercitare sulla spira per tenerla in movimento con velocità v , specificandone direzione e verso.

$$\vec{F}_{tot} = \vec{0}, \quad \vec{F} \cdot \vec{v} = W \Rightarrow F = v(\pi a^2 B_0/L)^2$$