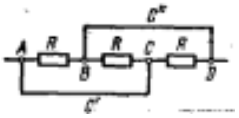
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale B(L-B)
(01 luglio 2014)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. (4) Su due lamine piane parallele molto estese, separate dalla distanza *d*, sono distribuite rispettivamente le densità di carica superficiali $\sigma_1 = 2\ C/m^2$ e $\sigma_2 = 4\ C/m^2$. Calcolare il campo elettrico nello spazio *a*) compreso tra le due lamine, *b*) alla loro destra e *c*) alla loro sinistra.

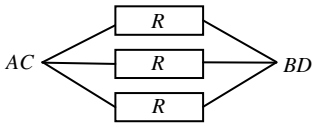
$$\vec{E}_{12} = \frac{\sigma_{12}}{2\varepsilon_0}\hat{u}_{ds} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_{ds} = \frac{(\sigma_1+\sigma_2)}{2\varepsilon_0}\hat{u}_{ds} = \frac{3}{\varepsilon_0}\hat{u}_{ds}; \qquad \vec{E}_c = \frac{(\sigma_1-\sigma_2)}{2\varepsilon_0}\hat{u}_d = -\frac{1}{\varepsilon_0}\hat{u}_d$$

2. (4) Trovare la resistenza complessiva tra i punti *A* e *D* del circuito in figura, dove i tre resistori hanno la stessa resistenza *R* e i conduttori di connessione hanno resistenza trascurabile.



$$V_A = V_C \qquad V_B = V_D$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{3}{R} \quad \Rightarrow \quad R_T = \frac{1}{3}R$$



3. (5) Un cilindro metallico dotato di pistone a tenuta contiene $1.2 \times 10^{-3}\ m^3$ di gas perfetto. Quando il gas ha perso 120 *J* di calore, occupa un volume di $1.0 \times 10^{-3}\ m^3$. Se la pressione esterna sul pistone si mantiene a $1.0 \times 10^5\ Pa$, quali delle seguenti affermazioni sono corrette? (Motivare la risposta).
   a. Si può rappresentare la variazione di stato in un diagramma $p - V$ con un segmento di retta parallelo a uno degli assi. *Solo se la trasformazione è reversibile*
   b. Il lavoro fatto sul gas è di 20 *J*. *Si.* $L = p_e(V_B - V_A)$*, lavoro negativo.*
   c. L'energia interna del gas è diminuita di 100 *J*. *Si.* $\Delta U = Q - L = -120 + 20 = -100\ J$

4. (6) Si consideri una regione sferica di raggio *b*, caratterizzata da una distribuzione di carica uniforme $\rho(r) = \rho_0$ nella regione determinata da $a < r < b$ e da densità di carica nulla per $r < a$. Si esprima, per ogni punto dello spazio:

   a. Il campo elettrico.

$$\vec{E}(r<a) = \vec{0}$$

$$\vec{E}(a<r<b)\begin{cases} 4\pi r^2 E = \dfrac{4}{3}\pi\rho_0\dfrac{r^3-a^3}{\varepsilon_0} \\ \vec{E} = \dfrac{\rho_0(r^3-a^3)}{3r^2\varepsilon_0}\hat{r} \end{cases}$$

$$\vec{E}(r>b) = \frac{\rho_0(b^3-a^3)}{3r^2\varepsilon_0}\hat{r}$$

   b. Il potenziale elettrostatico.

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ (Tm)/A$.

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale B(L-B)
(01 luglio 2014)
Prof. Maurizio Piccinini

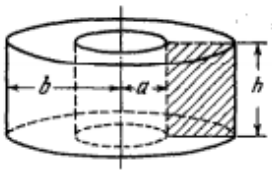
$Poniamo\ V(\infty)=0 \quad \Rightarrow \quad V(P)=\int_P^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$

$$V(r>b)=\int_r^{\infty}\frac{\rho_0\left(b^3-a^3\right)}{3r'^2\,\varepsilon_0}dr'=\frac{\rho_0\left(b^3-a^3\right)}{3\varepsilon_0 r}$$

$$V(a<r<b)\begin{cases} V=\int_r^b\vec{E}\cdot d\vec{r}\,'+\int_b^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}\,'=\int_r^b\frac{\rho_0\left(r'^3-a^3\right)}{3r'^2\,\varepsilon_0}dr'+\frac{\rho_0\left(b^3-a^3\right)}{3\varepsilon_0 b} \\ \int_r^b\frac{\rho_0\left(r'^3-a^3\right)}{3r'^2\,\varepsilon_0}dr'=\int_r^b\frac{\rho_0 r'}{3\varepsilon_0}dr'-\int_r^b\frac{\rho_0 a^3}{3r'^2\,\varepsilon_0}dr'=\frac{\rho_0}{6\varepsilon_0}\left(b^2-r^2\right)+\frac{\rho_0 a^3}{3\varepsilon_0}\left(\frac{r-b}{br}\right) \\ V=\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left[\frac{b^2-r^2}{2}+a^3\left(\frac{r-b}{br}\right)+\frac{b^3-a^3}{b}\right] \end{cases}$$

$$V(r<a)=\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left[\frac{b^2-a^2}{2}+a^2\left(\frac{a-b}{b}\right)+\frac{b^3-a^3}{b}\right]$$

5. (6) Un anello di sezione rettangolare è fatto di un materiale conduttore di resistività ρ. L'anello è immerso in un campo magnetico omogeneo diretto parallelamente all'asse dell'anello, verso l'alto, il cui modulo aumenta nel tempo secondo la legge $B = kt$ con k costante positiva. Esprimere:



a. la corrente indotta nell'anello.

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon(r)&=-\frac{d\phi(B)}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(\pi r^2 B\right)=-\pi r^2 k \\ dI(r)&=\varepsilon(r)\,d\left[\frac{1}{R}(r)\right]=-\pi r^2 k\frac{h\,dr}{\rho 2\pi r}=-\frac{kh}{2\rho}r\,dr \end{aligned}\right\} I=-\frac{kh}{2\rho}\int_a^b r\,dr=-\frac{kh}{4\rho}\left(b^2-a^2\right)\ \ (verso\ orario)$$

b. La resistenza totale che l'anello oppone a tale corrente.

$$d\left(\frac{1}{R}\right)=\frac{h}{\rho 2\pi}\frac{dr}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R}=\frac{h}{\rho 2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{h}{\rho 2\pi}\ln\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad R=2\pi\frac{\rho}{h}\left(\ln\frac{b}{a}\right)^{-1}$$

c. La resistenza dell'anello qualora fosse attraversato da una corrente in direzione verticale.

$$R=\rho\frac{h}{\pi\left(b^2-a^2\right)}$$

6. (5) Una mole di gas ideale compie un'espansione isoterma da 20 *MPa* a 1 *MPa*. La temperatura è pari a $T = 398.15\ K$. Calcolare la variazione di entropia del gas, dell'ambiente e quella totale

a. Se il processo è reversibile.

$$\Delta S_g=\int_R\frac{\delta Q}{T}=\frac{1}{T}\int_R p\,dV=-nR\int_i^f\frac{dp}{p}=nR\ln\frac{p_i}{p_f}=8.31\times\ln 20=24,89\ J/K$$

$$\Delta S_u=0$$

$$\Delta S_a=-\Delta S_g=-24,89\ J/K$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ (Tm)/A$.

b. Se il processo è irreversibile e la pressione esterna è uguale a quella finale del gas.

$\Delta S_g = 24,89\, J/K$

$$\left.\begin{aligned}\Delta S_a &= \int_R \frac{\delta Q}{T} \\ \delta Q &= -\delta Q_g = -p_e dV\end{aligned}\right\} \Delta S_a = -\frac{p_e}{T}\int_R dV = -\frac{p_e\left(V_f - V_i\right)}{T} = nRp_e\left(\frac{1}{p_i} - \frac{1}{p_f}\right) = -8,31\frac{19}{20} = -7,89\, J/K$$

$\Delta S_u = \left(24,89 - 7,89\right) J/K = 17,00\, J/K \quad > 0$