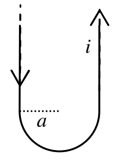
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello di Settembre - Prova scritta Fisica Generale B(L-B)
(07 settembre 2011)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Calcolare il flusso del campo elettrico generato da una carica puntiforme q, posta nell'origine delle coordinate, attraverso le due superfici seguenti:
   i) Una semisfera di raggio R il cui centro (l'origine del raggio) coincide con la carica.
   ii) Il piano infinito rappresentato dall'equazione $y = d$.
   Confrontare i risultati e argomentarli brevemente.

$i)\ \phi = q/2\varepsilon_0;\quad ii)\ \phi = q/2\varepsilon_0$

2. Calcolare il campo magnetico nel centro del semicerchio di raggio a, generato da un filo di lunghezza infinita piegato in modo da formare una U, percorso da una corrente i (*Suggerimento: usare il principio di sovrapposizione*).



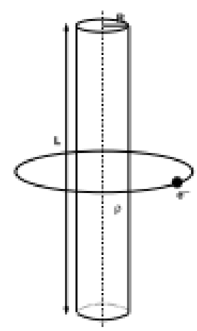
Soluzione: raddoppiando i due mezzi fili ed il semicerchio, il campo B é la metà di quello prodotto da 2 fili rettilinei infiniti e da una spira.

$$\left.\begin{array}{l} B_{2f} = 2\dfrac{\mu_0 i}{2\pi a} \\ B_s = \dfrac{\mu_0 i}{2a} \end{array}\right\} B = \frac{1}{2}\left(B_{2f} + B_s\right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} + \frac{\mu_0 i}{4a} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

3. Un inventore ci offre di acquistare il brevetto di una macchina termica che funziona tra due termostati, uno a 270°C e l'altro a 610°C, assicurandoci che il suo rendimento è del 48%. Comprereste il brevetto? Motivare la risposta.

$$\left.\begin{array}{l} T_f = 273.15 + 270 = 543.15K \\ T_c = 273.15 + 610 = 883.15K \end{array}\right\} \eta_{\max} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 38,5\% \quad \Rightarrow no!$$

4. In una regione di spazio a simmetria cilindrica, di raggio R = 1 cm e di lunghezza $L >> R$, é presente una densità di carica uniforme ρ = 8.85 x 10^{-8} C/m^3. In orbita circolare intorno alla regione cilindrica, complanare con la sezione circolare del cilindro stesso e a distanza trascurabile rispetto all'altezza del cilindro (vedi figura), si trova un elettrone (massa m = 9.1 x 10^{-31} kg, carica $|q|$ = 1.6 x 10^{-19} C). Determinare:



   a) L'espressione del campo elettrostatico E in funzione della distanza r dall'asse della regione cilindrica, e il suo valore sulla superficie cilindrica.

Campo radiale:

$$\left.\begin{array}{ll} r \le R: & 2\pi r h E = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\pi r^2 h \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}\vec{r} \\ r \ge R: & 2\pi r h E = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\pi R^2 h \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}\dfrac{R^2}{r}\hat{r} \end{array}\right\} E(R) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}R = \frac{8.85\cdot 10^{-8}}{2\cdot 8.85\cdot 10^{-12}}0.01 = 50V/m$$

   b) La velocità dell'elettrone in orbita intorno alla regione cilindrica (trascurandone la forza peso e l'irraggiamento).

$$\vec{F} = q\vec{E} = \frac{q\rho}{2\varepsilon_0}\frac{R^2}{r}\hat{r} = m\frac{v^2}{r}\hat{r} \quad \Rightarrow \quad v = R\sqrt{\frac{q\rho}{2\varepsilon_0 m}} = 2.965\cdot 10^5\ m/s$$

   c) L'energia elettrostatica per unità di lunghezza L, contenuta nella regione di spazio cilindrica.

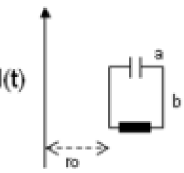
$$E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}r;\quad u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \Rightarrow U = \int u dV = \frac{\pi L\rho^2}{4\varepsilon_0}\int_0^R r^3 dr = \frac{\pi L\rho^2}{16\varepsilon_0}R^4 \Rightarrow \frac{dU}{dL} = \frac{\pi\rho^2}{16\varepsilon_0}R^4 = 1.74\cdot 10^{-12}\ J/m$$

Costante universale dei gas: R = 8.31 $J\,K^{-1}\,mol^{-1}$ = 1.987 $cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, 1atm = 101325 Pa

$$\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

---

5. Una spira rettangolare, di lati $a = 5\ cm$ e $b = 10\ cm$, è posta a distanza $r_0 = 10\ cm$ da un filo infinitamente lungo come in figura. Una corrente variabile $I = I_0 t$ ($I_0 = 100\ A/s$) inizia a fluire nel filo all'istante $t = 0$. La spira, contenente una resistenza $R = 100\ \Omega$, è chiusa su un condensatore di capacità $C = 1\mu F$. Si determini in funzione del tempo e si diano i valori al tempo RC/2:



   a. la corrente che passa nella resistenza,

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \qquad \phi(B) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\int_{r_0}^{r_0+a}\frac{b}{r}dr = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} b \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi(B)}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} b \ln\left(\frac{r_0+a}{r_0}\right) = -2\cdot 10^{-7}\cdot 100\cdot 0.1\cdot 0.4055 = -8.11\cdot 10^{-7} V$$

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - RI_s = 0 \quad \begin{cases} q = \varepsilon C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \\ I_s = \dfrac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \Rightarrow \quad I_s(RC/2) = -\dfrac{8.11\cdot 10^{-7}}{100} e^{-\frac{1}{2}} = -4.92\cdot 10^{-9} A \end{cases}$$

   b. la forza complessiva agente sulla spira.

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{r_0} &= I_s b \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\frac{1}{r_0}\hat{i} \\ \vec{F}_{r_0+a} &= -I_s b \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\frac{1}{r_0+a}\hat{i} \end{aligned}\right\} \vec{F}(t) = \vec{F}_{r_0} + \vec{F}_{r_0+a} = I_s b \frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0+a}\right) t\,\hat{i} \quad \textit{repulsiva}$$

$$F(RC/2) = 4.92\cdot 10^{-9}\cdot 0.1\cdot\frac{4\pi}{2\pi}\cdot 10^{-7}\cdot 100\cdot\frac{100}{2}\cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.15}\right) = 1.64\cdot 10^{-18} N$$

Si trascurino le dimensioni del condensatore e della resistenza.

6. In un laboratorio isolato termicamente, una massa $m_1 = 350\ g$ di acqua a $5°C$ viene versata in un recipiente contenente la massa $m_2 = 500\ g$ di acqua a $70°C$ (calore specifico acqua: $c_a = 1\ cal/g^oC$). Calcolare:

   a. La temperatura dell'acqua all'equilibrio.

$$Q_1 = Q_2 \quad \Rightarrow \quad m_1 c_a \Delta t_1 = m_2 c_a \Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad m_1(t - t_{1i}) = m_2(t_{2i} - t) \quad \Rightarrow \quad t = \frac{m_1 t_{1i} + m_2 t_{2i}}{m_1 + m_2}$$

$$t = 43.24^o C \quad \Rightarrow \quad T = 316.4 K$$

   b. La variazione di entropia dell'universo.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S_k = \int_i^f \frac{\delta Q_k}{T} = m_k c_a \int_i^f \frac{dT_k}{T} \begin{cases} \Delta S_1 = m_1 c_a \ln\dfrac{T}{T_{1i}} = 350\cdot 1\cdot\ln\dfrac{316.4}{278.15} = 45.10\, cal/K \\ \Delta S_2 = m_2 c_a \ln\dfrac{T}{T_{2i}} = 500\cdot 1\cdot\ln\dfrac{316.4}{343.15} = -40.58\, cal/K \end{cases}$$

$$\Delta S = 4.52\, cal/K = 4.52\frac{8.31}{1.987} = 18.90\, J/K$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$