Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° Appello invernale - Prova scritta Fisica Generale B(L-B)
(09 gennaio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Si consideri un gas ideale biatomico alla temperatura di 12° C. Il gas viene riscaldato in modo da raddoppiare la sua energia interna. Quale sarà la sua temperatura dopo questo processo? Motivare.
   a. 297 K   b. 24° C   c. 285° C   d. 297° C *V*   e. 321 K

2. Si dispone di un numero illimitato di resistori tutti uguali di resistenza R. Si supponga di collegarne 2 in serie e, separatamente, un numero n sempre in serie. Si supponga poi di collegare in parallelo le due serie così ottenute. Scrivere la formula $R_T = R_T\,(R,n)$ che esprime la resistenza totale in funzione di R e di n. Scrivere i valori di R_T corrispondenti a n = 1, 2, 3 e 4.

$$R_1 = 2R; \quad R_2 = nR; \quad R_T = \left[2n/(2+n)\right]R; \quad R_T = 2/3, 1, 6/5, 4/3...$$

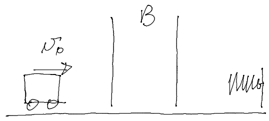
Se al posto dei resistori avessimo tanti condensatori uguali, di capacità $C = R$, a quale combinazione dei condensatori corrisponderebbe la formula ottenuta?

Due condensatori in parallelo, separatamente n condensatori in parallelo, e le due combinazioni collegate in serie.

3. Si calcoli il campo magnetico prodotto da un arco di circonferenza, percorso da una corrente i, di lunghezza s e raggio R, nel centro della circonferenza stessa.

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \wedge \hat{r}}{r^2}; \quad \vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} i \int_0^s \frac{d\vec{l} \wedge \hat{r}}{r^2}; \quad d\vec{l} \wedge \hat{r} = R\,d\vartheta \hat{k}; \quad r = R; \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{iR}{R^2}\int_0^{\vartheta} d\vartheta = \frac{\mu}{4\pi}\frac{i\vartheta}{R} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{is}{R^2}$$

4. Un carrello di massa m = 100 g viene lanciato con velocità v_1 = 2 m/s verso una zona in cui é presente un campo magnetico B = 0.5 T. All'interno del carrello è presente una spira quadrata di lato L = 10 cm e resistenza R = 1 Ω giacente su un piano perpendicolare a B. Dopo aver attraversato la zona in cui è presente il campo magnetico, il carrello rimbalza su una molla e torna indietro.



   a. Esprimere la corrente indotta nella spira. Specificare quando viene indotta tale corrente.

$$i_e = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(B)}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(B)}{dt} = -\frac{Lv_e B}{R}$$

$$i_u = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(B)}{dt} = \frac{Lv_u B}{R}$$

   b. Determinare la velocità del carrello quando è totalmente immerso nel campo B, sia all'andata sia al ritorno, quando si trova totalmente fuori dal campo prima di rimbalzare sulla molla e quando si trova totalmente fuori dal campo dopo averlo riattraversato.

$$F = iLB = -\frac{v(LB)^2}{R} = ma \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dt} + \frac{(LB)^2}{mR}v = 0 \quad \Rightarrow \quad v = v_0 e^{-t/\tau}; \quad \tau = \frac{mR}{(LB)^2} = \frac{0.1}{25\times10^{-4}} = 40s$$

$$v_{attr}(t) = v_{in}e^{-t/\tau}; \quad L = \int_0^{t_L} v_{in}e^{-t/\tau}dt = \tau v_{in}\left(1 - e^{-t_L/\tau}\right) = \tau\left(v_{in} - v_{attr}(t_L)\right) \quad \Rightarrow \quad v_{attr}(t_L) = v_{fin} = v_{in} - \frac{L}{\tau}$$

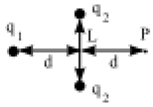
Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
2° Appello invernale - Prova scritta Fisica Generale B(L-B)
(09 gennaio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

$$\frac{L}{\tau} = 0.0025\, m/s \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v_{Ba} = v_1 - \dfrac{L}{\tau} = 1.9975\, m/s \\ v_{\cancel{B}a} = v_1 - 2\dfrac{L}{\tau} = 1.9950\, m/s \\ v_{Br} = v_1 - 3\dfrac{L}{\tau} = 1.9900\, m/s \\ v_{\cancel{B}r} = v_1 - 4\dfrac{L}{\tau} = 1.9875\, m/s \end{cases}$$

5. Una carica $q_1 > 0$ e due cariche $q_2 < 0$ sono disposte come in figura.



   a. Determinare il rapporto q_1/q_2 se si vuole che il campo elettrico si annulli nel punto P rappresentato in figura, sapendo che $d = L$, dove L é la distanza fra le due cariche q_2.

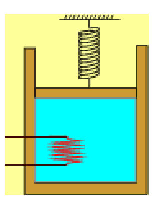
$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_1(x) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(d+x)^2}\hat{\imath} \\ \vec{E}_2(x) &= -\frac{2q_2}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2 + L^2/4\right)^{3/2}}x\hat{\imath} \end{aligned}\right\} \vec{E}_1(L) + \vec{E}_2(L) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 L^2}\left(\frac{q_1}{8} - \frac{q_2}{(5/4)^{3/2}}\right)\hat{\imath} = 0$$

$$q_1 = \frac{8q_2}{(5/4)^{3/2}} = 5.72 q_2$$

   b. Assumendo il valore di q_1 così calcolato, si esprima il valore di E in un punto x sull'asse di simmetria, molto lontano dalle cariche.

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_1(x) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(d+x)^2}\hat{\imath} \\ \vec{E}_2(x) &= -\frac{2q_2}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2 + L^2/4\right)^{3/2}}x\hat{\imath} \\ q_1 &= \frac{8q_2}{(5/4)^{3/2}} = 5.72 q_2 \end{aligned}\right\} E(x) \underset{x\to\infty}{\overset{\lim}{\rightarrow}} \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{x^2}\left[\frac{4}{(5/4)^{3/2}} - 1\right] = 3.72\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{x^2}$$

6. Un cilindro adiabatico di volume $V_o = 20\ dm^3$ contiene un gas ideale monoatomico a $p_o = 1\ Atm$ e $T_o = 300\ K$. Il pistone che lo chiude, di superficie $A = 4\ dm^2$, adiabatico, di massa e attrito trascurabili, è appeso all'estremo inferiore di una molla, fissata al soffitto, con constante elastica $E = 100\ N\ cm^{-1}$, inizialmente non deformata. Il cilindro contiene una resistenza elettrica alimentata dall'esterno. Il gas viene riscaldato con la resistenza, fino a raggiungere un nuovo stato di equilibrio alla pressione $p_f = 0.3\ MPa$.



Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1 atm = 101325\ Pa$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}$$

a. Di quanto si accorcia la molla nel nuovo stato di equilibrio?

$$p_f = p_0 + El_f/A \quad \Rightarrow \quad l_f = \left(p_f - p_0\right)\frac{A}{E} = 198675\frac{4\times 10^{-2}}{10^4} = 0.795m$$

b. Quanto calore deve dissipare la resistenza per portare la pressione del gas al valore p_f?

$$\left.\begin{array}{l} p_0V_0 = nRT_0 \\ p_fV_f = \left(p_0 + El_f/A\right)\left(V_0 + Al_f\right) = nRT_f \\ c_V = (3/2)R \end{array}\right\} \quad nc_V\Delta T = (3/2)l_f\left[p_0A + (E/A)V_0 + El_f\right]$$

$$\delta Q = dU + pdV = nc_V dT + pdV$$

$$Q = nc_V\Delta T + \int_{V_0}^{V_f} pdV = nc_V\Delta T + \int_0^{l_f}\left(Ap_0 + El\right)dl = nc_V\Delta T + Ap_0l_f + \frac{1}{2}El_f^2$$

$$Q = \frac{3}{2}l_f\left[p_0A + (E/A)V_0 + El_f\right] + Ap_0l_f + \frac{1}{2}El_f^2 = \frac{1}{2}l_f\left[5Ap_0 + 4El_f + 3(E/A)V_0\right]$$

$$Q = 0.5\times 0.7947\left[20\times 1013.25 + 4\times 7947 + 15\times 1000\right] = 26.64\times 10^3 J = 6.36\times 10^3 cal$$

c. Di quanto varia l'entropia del gas?

$$\left.\begin{array}{l} \Delta S = nc_V \ln\dfrac{p_fV_f^\gamma}{p_0V_0^\gamma} \\ V_f = V_0 + Al_f = 51.79dm^3 \\ \gamma = \dfrac{c_p}{c_V} = \dfrac{5}{3} \end{array}\right\} \quad \Delta S = \frac{3}{2}\frac{p_0V_0}{T_0}\ln\frac{p_fV_f^\gamma}{p_0V_0^\gamma} = 27,07\,J/K$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$$\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$