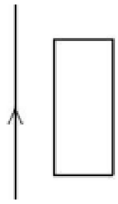
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale B(L-B)
(09 giugno 2014)
Prof. Maurizio Piccinini

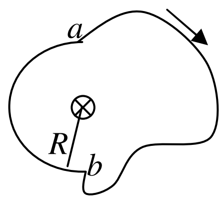
---

1. Un lungo filo rettilineo percorso da una corrente costante si trova nel piano di una spira conduttrice rettangolare come in figura (la freccia indica il verso della corrente). Il filo si sposta verso la spira con velocità costante. Dire se la corrente nella spira:
   a. È nulla. b. Circola in verso orario. c. Circola in verso antiorario.
   d. Orario a destra e antiorario a sinistra. e. Orario a sinistra e antiorario a destra.



Il campo B entra nella pagina, il flusso aumenta, quindi la corrente è antioraria (c).

2. Si consideri un filo rettilineo sul quale circola una corrente i entrante nella pagina, circondato da un percorso come quello disegnato in figura, composto da un semicerchio di raggio R (il filo è al centro) e da una parte irregolare. Esprimere la circuitazione del campo magnetico B prodotto dal filo, lungo il percorso irregolare da a a b nel verso indicato dalla freccia.



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \left(\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l}\right)_{irr} + \left(\int_b^a \vec{B}\cdot d\vec{l}\right)_{sc} = C_{irr} + \pi RB = \mu_0 i$$

$$C_{irr} = \mu_0 i - \pi RB = \mu_0 i - \cancel{\pi R}\,\frac{\mu_0 i}{2\cancel{\pi R}} = \frac{1}{2}\mu_0 i$$

3. Due macchine di Carnot (macchina A e macchina B) lavorano tra due temperature T_1 (più alta) e T_2 (più bassa). Per le temperature basse vale la relazione $T_{2B} = 5T_{2A}$, mentre la differenza di temperatura ΔT fra i due termostati è la stessa per entrambe ($\Delta T = T_{1A} - T_{2A} = T_{1B} - T_{2B}$).
   Dire se i rendimenti delle due macchine:
   a. Sono uguali. *b.* $\eta_A > \eta_B$ *c.* $\eta_A < \eta_B$. Motivare la risposta.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_2 + \Delta T} \quad \Rightarrow \quad \frac{\eta_A}{\eta_B} = \frac{\Delta T}{T_{2A} + \Delta T}\frac{T_{2B} + \Delta T}{\Delta T} = \frac{T_{2B} + \Delta T}{T_{2A} + \Delta T} = \frac{5T_{2A} + \Delta T}{T_{2A} + \Delta T} > 1 \quad \Rightarrow \quad \eta_A > \eta_B$$

4. Si consideri un cilindro molto lungo, di raggio R, carico all'interno con una densità di carica data dall'espressione $\rho = \rho_0\left[1 - (r/R)\right]$, dove ρ_0 è una costante positiva ed r è la distanza dall'asse del cilindro.
   a. A quale distanza dall'asse il campo elettrico raggiunge il valore massimo?

$$Simmetria\ cilindrica: \vec{E} = E\hat{r} \quad Legge\ di\ Gauss\ su\ un\ cilindro\ di\ raggio\ r: \oint\!\!\oint_r \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\oint\!\!\oint\!\!\oint_r \rho dV$$

$$2\pi rhE = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho_0\left(1 - \frac{r'}{R}\right)2\pi r' h dr' = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_0\left(2\pi h\int_0^r r' dr' - 2\pi\frac{h}{R}\int_0^r r'^2\, dr'\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_0 \pi h r^2\left(1 - \frac{2}{3}\frac{r}{R}\right)$$

$$E = \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0 R}\left(3Rr - 2r^2\right)$$

$$\frac{dE}{dr} = \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0 R}\left(3R - 4r\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{3}{4}R$$

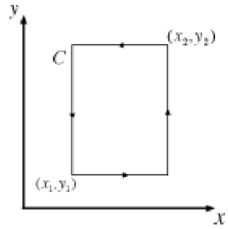
Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ (Tm)/A$.

b. Quanto vale questo campo elettrico massimo?

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0 R}\left(3Rr - 2r^2\right) \\ r &= \frac{3}{4}R \end{aligned}\right\} E = \frac{3\rho_0 R}{16\varepsilon_0}$$

5. Un campo elettrico ha la forma $\vec{E} = Ay\hat{i}$ con A costante, definito rispetto alla terna di assi cartesiani ortogonali in figura (asse z perpendicolare al foglio). Lo stesso spazio è interessato da un campo magnetico $\vec{B} = B(t)\hat{k}$ spazialmente uniforme e variabile nel tempo.



a. Calcolare la circuitazione di $\vec{E}$ lungo la curva C rappresentata in figura.

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = Ay_1(x_2 - x_1) + Ay_2(x_1 - x_2) = A(x_2 - x_1)(y_1 - y_2)$$

b. Calcolare $B(t)$, assumendo che i due campi, elettrico e magnetico, siano interdipendenti.

$$\left.\begin{aligned} &\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = A(x_2 - x_1)(y_1 - y_2) = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} \\ &\phi(\vec{B}) = B(t)(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad A(x_2 - x_1)(y_1 - y_2) = -\frac{dB(t)}{dt}(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

$$\frac{dB(t)}{dt} = A \quad \Rightarrow \quad B(t) = At + K$$

c. Verificare tale interdipendenza, con un metodo diverso da quello del punto precedente.

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{d\vec{B}(t)}{dt}\begin{cases} \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\dfrac{\partial E_x}{\partial y}\hat{k} = -A\hat{k} \\ \dfrac{d\vec{B}(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}(At + K)\hat{k} = A\hat{k} \end{cases} \qquad c.v.d.$$

d. Da quanto esposto è possibile stabilire che il campo elettrico dato è dovuto solo alla variazione del campo magnetico? Motivare la risposta.

Non può essere dovuto alla presenza di cariche elettriche poichè $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho = 0$

6. Un recipiente adiabatico è diviso da un setto diatermico in due parti A e B aventi volumi $V_A = 22.4\ l$ e $V_B = 44.8\ l$. Sapendo che le due parti contengono un gas perfetto biatomico negli stati $p_A = 6\ atm$, $T_A = 273\ K$ e $p_B = 3\ atm$, $T_B = 546\ K$, calcolare:

a. La temperatura T_f del gas all'equilibrio.

$$\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = n_A c_V(T_f - T_A) + n_B c_V(T_f - T_B) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_f = \frac{n_A T_A + n_B T_B}{n_A + n_B}$$

$$n = \frac{pV}{RT}\begin{cases} n_A = 6\,mol \\ n_B = 3\,mol \end{cases} \quad \Rightarrow \quad T_f = \frac{6\times 273 + 3\times 546}{9} = \frac{4}{3}273 = 364K$$

b. Le pressioni finali dei due gas.

$$p = \frac{nRT_f}{V}\begin{cases} p_A = \dfrac{6\times 8,31\times 364}{22,4\times 10^{-3}} = 810.225\,pa = 8atm \\ p_B = \dfrac{3\times 8,31\times 364}{44,8\times 10^{-3}} = 202.556\,pa = 2atm \end{cases}$$

c. La variazione di entropia totale di tutto il gas.

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$$

$$\Delta S_{AB} = \int_{AB}^{f} \frac{\delta Q}{T}; \quad pdV = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{AB} = \int_{AB}^{f} \frac{dU}{T}$$

$$\Delta S_A = \int_A^f \frac{dU}{T} = n_A c_V \int_A^f \frac{dT}{T} = n_A c_V \ln\frac{T_f}{T_A} = 6\times\frac{5}{2}\times 8,31\times 0,29 = 35,86\,J/K = 8,6\,cal/K$$

$$\Delta S_B = n_B c_V \int_B^f \frac{dT}{T} = n_B c_V \ln\frac{T_f}{T_B} = 3\times\frac{5}{2}\times 8,31\times(-0,41) = -25,27\,J/K = -6,1\,cal/K$$

$$\Delta S = 35,86 - 25,27 = 10,59\,J/K = 2,5\,cal/K$$