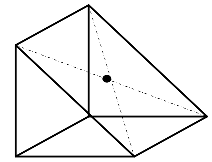
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale B(L-B)
(09 settembre 2010)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. Sia dato un semicubo con i lati perpendicolari di lunghezza $l = 2m$. Una carica elettrica puntiforme $q = 27\ \mu C$ si trova nel centro geometrico della faccia inclinata. Quanto vale il flusso del campo elettrico attraverso una delle facce triangolari?



$$\phi = (1/12)\phi_c = (1/12)\, q/\varepsilon_0 = (1/12)\, 27\times10^{-6}/8.854\times10^{-12} = 2.54\times10^{5} Vm$$

2. Un contenitore adiabatico contiene 150 g di acqua a 20° C. Senza perdite di calore viene introdotto nel contenitore una barretta di 75 g di un metallo a 120° C. Ristabilito l'equilibrio, la temperatura del sistema è di 40° C. Se si assume il calore specifico dell'acqua a queste temperature pari a 1 $cal/(g\ ^oC)$, quanto vale il calore specifico del metallo?

$$|Q_m| = |Q_a| = m_m c_m |\Delta T_m| = m_a c_a |\Delta T_a| \quad \Rightarrow \quad c_m = c_a \frac{m_a |\Delta T_a|}{m_m |\Delta T_m|} = \frac{150(40-20)}{75(120-40)} = 0.5\, cal/\left(g\ ^oC\right)$$

3. Una spira quadrata di lato $l = 1m$ si trova nel piano $z = 0$. La spira è immersa nel campo magnetico $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ *Tesla*. Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso la spira.

$$\phi(B) = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int \left(4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right)\cdot \hat{k} dS = -\int \hat{k}\cdot\hat{k} dS = -1 Tesla\ m^2 = -1 Wb$$

4. Un condensatore di capacità $C_1 = 20\ \mu F$ viene caricato con una differenza di potenziale $\Delta V_1 = 1000V$ e quindi scollegato dal generatore di tensione. In seguito i suoi terminali vengono collegati a quelli di un secondo condensatore di capacità $C_2 = 5\ \mu F$. Calcolare:
   a) La carica del sistema di condensatori.

$$q = CV = C_1\Delta V_1 = 2\times10^{-5}\times1000 = 0.02 Coul$$

   b) La caduta di potenziale e la carica in ogni condensatore dopo il processo.

$$C = C_1 + C_2 = 25\mu F; \qquad \Delta V = q/C = 0.02/25\times10^{-6} = 800V$$

$$q_i = \Delta V C_i \begin{cases} q_1 = 800\times20\times10^{-6} = 16\times10^{-3} C \\ q_2 = 800\times5\times10^{-6} = 4\times10^{-3} C \end{cases}$$

   c) Le energie iniziale e finale. Spiegare a cosa è dovuta la differenza di energia.

$$U = \frac{1}{2} C\Delta V^2 \begin{cases} U_i = \frac{1}{2} C_1 \Delta V_1^2 = \frac{20\times10^{-6}\times10^{6}}{2} = 10J \\ U_f = \frac{1}{2} C\Delta V^2 = \frac{25\times10^{-6}\times64\times10^{4}}{2} = 8J \end{cases}$$

   d) Il sistema di condensatori viene poi scaricato attraverso una resistenza $R = 800\ \Omega$. In quanto tempo perde la metà della sua energia?

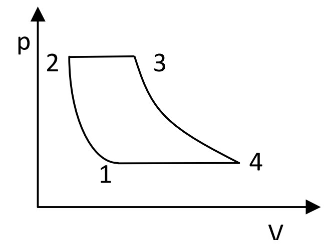
$$\left.\begin{aligned} & q = q_0 e^{-t/RC} \\ & E = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-2t/RC} = 8e^{-10^2 t} \end{aligned}\right\} 8e^{-10^2 t_x} = 4 \quad \Rightarrow \quad -100 t_x = \ln 0.5$$

$$t_x = 6.93 ms$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31$ J K^{-1} mol^{-1} = 1.987cal K^{-1} mol^{-1}
Costante dielettrica del vuoto: $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ C^{2}N^{-1}m^{-2}
Permeabilità magnetica del vuoto: $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H/m

---

5. Si consideri un ciclo termodinamico reversibile così fatto (ciclo di Brayton): (1) compressione adiabatica, (2) espansione isobara, (3) espansione adiabatica e (4) compressione isobara che riporta il sistema nello stato iniziale. Si supponga che la temperatura iniziale del ciclo valga T_1, e che alla fine di ogni trasformazione assuma i valori T_2, T_3 e T_4. Si supponga che il fluido utilizzato sia un gas perfetto.
   a) Rappresentate graficamente il ciclo in un diagramma pV.
   b) Esprimere l'efficienza del ciclo in funzione delle quattro temperature T_i.



$$\left.\begin{aligned} &\eta = 1 - Q_c/Q_a \\ &Q_a = p_2\left(V_3 - V_2\right) + nc_V\left(T_3 - T_2\right) = n\left(R + c_V\right)\left(T_3 - T_2\right) \\ &Q_c = p_1\left(V_4 - V_1\right) + nc_V\left(T_4 - T_1\right) = n\left(R + c_V\right)\left(T_4 - T_1\right) \end{aligned}\right\} \eta = 1 - \left(T_4 - T_1\right)/\left(T_3 - T_2\right)$$

   c) Dimostrare che l'efficienza può anche scriversi $\eta = 1 - r^{(1-\gamma)/\gamma}$, dove $\gamma = c_p/c_V$ e $r = p_{\max}/p_{\min}$ è il rapporto tra pressione massima e minima del ciclo.

$$\left.\begin{aligned} &T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 p_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ &T_3 p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 p_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{aligned}\right\} \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_3\left(p_2/p_4\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_2\left(p_2/p_4\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{p_{\max}}{p_{\min}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

6. Un condensatore a facce piane parallele di area $A = 0{,}50\ m^2$, è connesso in serie con un resistore di resistenza $R = 10\Omega$ e con un generatore di f.e.m. ε. Il generatore è fatto in modo tale da dissipare sul resistore una potenza costante $W = 1000\ Watt$. Trascurando gli effetti di bordo del condensatore calcolare:
   a) La corrente di spostamento tra le armature del condensatore.

$$\left.\begin{aligned} &i_s = i \\ &W = Ri^2 \end{aligned}\right\} i_s = \sqrt{\frac{W}{R}} = 10A$$

   b) Il campo elettrico in funzione del tempo tra le armature del condensatore, se all'istante $t = 0$ il condensatore è scarico.

$$i_s = \int_A \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} A \quad \Rightarrow \quad E = \frac{i_s}{\varepsilon_0 A} t = 2.26 \times 10^{12} t \quad V/m$$

   c) La circuitazione del campo magnetico lungo un cerchio di raggio $r = 10\ cm$, giacente in un piano parallelo alle armature all'interno del condensatore.

$$C_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C = \mu_0 \int_{A_r} \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} \pi r^2 = 4\pi \times 10^{-7} \times 8.854 \times \cancel{10^{-12}} \times 2.26 \times \cancel{10^{12}} \pi \times 10^{-2}$$

$$C_B = 789.96 \times 10^{-9} = 0.79 \mu T \cdot m$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}} = 1.987\mathrm{cal\ K^{-1}\ mol^{-1}}$
Costante dielettrica del vuoto: $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$
Permeabilità magnetica del vuoto: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$