Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
1° Appello invernale - Prova scritta del corso di Fisica Generale B(L-B)
(19 gennaio 2015)
Prof. Maurizio Piccinini

---

1. (5) Due cariche elettriche q_1 e q_2 sono fissate a distanza d l'una dall'altra. Si vuole collocare una terza carica q_3 allineata con le due e fuori dal segmento che le separa, in modo tale che questa, lasciata libera di muoversi, rimanga in equilibrio (vedi schema). Che segno debbono avere le tre cariche? Esprimere la distanza x in funzione di d se $|q_1| = n|q_2|$.

q_1 _____ d ______ q_2----x----q_3

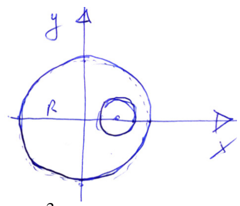
$$\frac{q_1 q_3}{(d+x)^2} + \frac{q_2 q_3}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{(d+x)^2}{x^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d+x}{x} = \sqrt{n} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{x} = \sqrt{n} - 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{d}{\sqrt{n}-1}$$

2. (4) Una carica che si muove in un campo magnetico qualsiasi:
   a. È soggetta a una forza che non fa lavoro e non cambia la sua velocità.
   b. Si muove di moto circolare uniforme con energia cinetica costante.
   c. È soggetta a una forza che non fa lavoro e la sua energia cinetica è costante. *V*
   d. La forza è conservativa e il lavoro non dipende dal percorso della carica.
   Motivare la risposta.

3. (4) La corrente elettrica che attraversa un elemento di un circuito elettronico, fatto con 30 *mg* di silicio, rilascia energia al tasso di 5 *mW*. Se il progetto non prevede un sistema di raffreddamento, quanto velocemente salirà la temperatura? Il calore specifico del silicio è 705 *J*/(*kg K*).

$$\left.\begin{array}{l} c = \dfrac{1}{m}\dfrac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \dfrac{1}{m}\dfrac{\Delta Q}{c} \\ \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = P \end{array}\right\} \dfrac{\Delta T}{\Delta t} = \dfrac{1}{m}\dfrac{P}{c} = \dfrac{5\times 10^{-3}}{30\times 10^{-6}\times 705} = 0,24\ K/s = 14,4\ K/min$$

4. (6) Una sfera di raggio R è uniformemente carica con densità di carica ρ. La sfera presenta una cavità sferica di raggio $R/4$ il cui centro si trova a distanza $R/2$ dal centro della sfera (vedi figura). Calcolare:



   a. Il campo elettrico in un punto qualunque esterno alla sfera e sul piano xy definito in figura.

$$\vec{E}_s(x,y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_s}{r^2}\hat{r} \qquad \hat{r} = \frac{x}{r}\hat{i} + \frac{y}{r}\hat{j} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2} \qquad q_s = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

$$\vec{E}_c(x,y) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_c}{r'^2}\hat{r}' \qquad \hat{r}' = \frac{x-R/2}{r'}\hat{i} + \frac{y}{r'}\hat{j} \qquad r' = \sqrt{(x-R/2)^2+y^2} \qquad q_c = \frac{4}{3}\pi\frac{R^3}{4^3}\rho$$

$$\vec{E}(x,y) = \vec{E}_s + \vec{E}_c = \frac{1}{3\varepsilon_0}R^3\rho\left[\left(\frac{x}{r^3} - \frac{x-R/2}{4^3 r'^3}\right)\hat{i} + \left(\frac{y}{r^3} - \frac{y}{4^3 r'^3}\right)\hat{j}\right]$$

   b. Il potenziale elettrostatico nello stesso dominio.

$$\left.\begin{array}{l} V_s(x,y) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_s}{r} \\ V_c(x,y) = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_c}{r'} \end{array}\right\} V(x,y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_s}{r} - \frac{q_c}{r'}\right) = \frac{1}{3\varepsilon_0}R^3\rho\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{4^3 r'}\right)$$

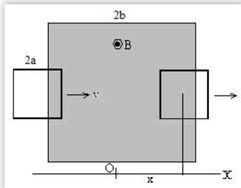
Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1 atm = 101325\ Pa$

$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ (Tm)/A$.

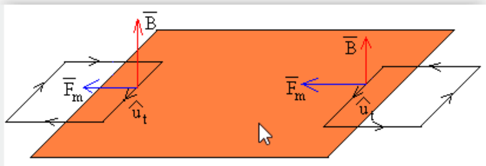
---

c. Il flusso del campo elettrico attraverso un cubo di lato 2R centrato nell'origine.

$$\phi\left(\vec{E}\right)=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{q_s-q_c}{\varepsilon_0}=\frac{4}{3}\pi R^3\frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{4^3}\right)=\frac{21}{16}\pi R^3\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$



5. (6) Una spira quadrata di lato $2a$ e resistenza R se muove con velocità costante v verso destra come in figura, penetrando in una regione larga $2b$ interessata da un campo magnético di modulo B uniforme, perpendicolare al piano e diretto verso l'esterno. Calcolare, in funzione della posizione della spira:
   a. Il flusso che attraversa la spira in funzione della posizione del suo centro.



$$\phi_1\left(\vec{B}\right)=2a\left(x+a+b\right)B \qquad -\left(a+b\right)<x<\left(a-b\right)$$
$$\phi_2\left(\vec{B}\right)=4a^2B \qquad \left(a-b\right)\le x\le\left(b-a\right)$$
$$\phi_3\left(\vec{B}\right)=2a\left(b-x+a\right)B \qquad \left(b-a\right)<x<\left(a+b\right)$$

b. La f.e.m. e il verso della corrente indotta.

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}\begin{cases}\varepsilon_1\left(\vec{B}\right)=-2aBv & i_1=-\dfrac{2aBv}{R} & -\left(a+b\right)<x<\left(a-b\right) & \textit{corrente verso orario rispetto a } \vec{B}\\ \varepsilon_2\left(\vec{B}\right)=\ 0 & i_2=0 & \left(a-b\right)\le x\le\left(b-a\right) & \\ \varepsilon_3\left(\vec{B}\right)=\ 2aBv & i_3=\dfrac{2aBv}{R} & \left(b-a\right)<x<\left(a+b\right) & \textit{corrente verso antiorario rispetto a } \vec{B}\end{cases}$$

c. La forza che deve essere esercitata sulla spira per spostarla con velocità costante.

$$\vec{F}_{ind}=i2a\left(-\hat{j}\right)\wedge\vec{B}=-4a^2B^2\frac{v}{R}\hat{i} \quad \textit{Occorre esercitare una forza meccanica uguale e opposta.}$$

d. Confrontare la potenza meccanica applicata e quella dissipata nella resistenza.

$$W_m=\vec{F}\cdot\vec{v}=4a^2B^2\frac{v^2}{R}=Ri^2=W_e$$

6. (5) Una macchina di Carnot funziona ricevendo il calore Q_1 = 100 *kcal* de una fonte a T_1 = 500 *K* e cede alla fonte fredda Q_2 = 60 *kcal*. Calcolare:
   a. Il rendimento termico della macchina.
   b. La variazione di entropia del fluido dopo un ciclo di funzionamento della macchina.

$$\eta=\frac{L}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=40\% \qquad \Delta S_{fl}=0$$

c. La variazione di entropia dei due serbatoi T_1 e T_2 .
d. La variazione di entropia del sistema.

$$T_2=\left(1-\eta\right)T_1=300K \quad \Delta S_1=-\frac{Q_1}{T_1}=-200\,cal/K \quad \Delta S_2=\frac{Q_2}{T_2}=200\,cal/K \quad \Delta S_U=0$$

e. Il lavoro netto che si ottiene da un ciclo

$$L=\eta Q_2=0,4\times100=40\ kcal=167,29\ kJ$$

Costante universale dei gas: R = 8.31 $J\,K^{-1}\,mol^{-1}$ = 1.987 $cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, 1atm = 101325 Pa

ε_0 = 8,85 x 10^{-12} $C^2/(Nm^2)$, $\mu_0 = 4\pi$ x 10^{-7} $(Tm)/A$.