Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
3° Appello invernale - Prova scritta Fisica Generale B(L-B)
(20 febbraio 2012)
Prof. Maurizio Piccinini

---

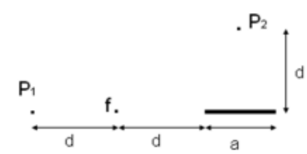
1. Un condensatore è caricato in modo che l'energia in esso immagazzinata vale E. Un secondo condensatore, identico e inizialmente scarico, viene connesso in parallelo al primo in modo che la carica si suddivida fra di loro. Scegliere tra le seguenti ipotesi il valore dell'energia totale immagazzinata nei due condensatori alla fine. Motivare la risposta.
   a. $2E$ b. E c. $E/2$ *V* d. $E/4$ e. $E/8$

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \\ Q_f &= \frac{Q}{2} \end{aligned}\right\} \quad E_f = 2\frac{1}{2}\frac{Q_f^2}{C} = \frac{1}{4}\frac{Q^2}{C} = \frac{E}{2}$$

2. Si consideri un anello uniformemente carico con carica positiva. Si dica quale delle seguenti affermazioni appare ragionevole, motivando la risposta.
   a. Il campo elettrico è nullo in ogni punto del piano interno all'anello, altrimenti sarebbe violata la legge di Gauss per l'elettrostatica. *V*
   b. Il campo elettrico è diverso da zero solo sull'asse di simmetria dell'anello, e le linee di campo escono dal centro dell'anello perpendicolari al piano dello stesso. *F*
   c. Il campo elettrico è nullo al centro dell'anello ed è diverso da zero negli altri punti del piano interno all'anello, con linee di campo radiali dirette verso il centro. *F*
   d. Il campo elettrico è nullo al centro dell'anello ed è diverso da zero negli altri punti del piano interno all'anello, con linee di campo radiali dirette dal centro verso l'anello. *F*
   e. Nessuna delle affermazioni precedenti è vera. *F*

3. La pressione di un gas perfetto può essere influenzata da grandezze fisiche quali la sua massa, la sua densità, il suo volume e la sua temperatura. La pressione é inversamente proporzionale al volume se (motivare):
   a. Solamente la massa si mantiene costante.
   b. Solamente la densità rimane costante.
   c. Sia la massa sia la densità sono costanti.
   d. Solamente la temperatura si mantiene costante.
   e. Sia la massa sia la temperatura sono costanti. *V*

4. Su un nastro conduttore piano infinitamente lungo, di larghezza a = 1 *cm*, scorre una corrente complessiva I_n = 1,0 *A* con densità costante. Il nastro è parallelo a un filo conduttore infinito coplanare al nastro, posto a distanza d = 2 *cm*. Si calcoli:



   a. La corrente I_f che deve scorrere nel filo affinché in un punto P_1, a distanza d dal filo, in direzione opposta rispetto al nastro, il campo magnetico sia nullo.

$$dB_n(P_1,x) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_n}{a(2d+x)}dx \quad \Rightarrow \quad B_n(P_1) = \frac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\int_0^a \frac{dx}{(2d+x)} = \frac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\int_{2d}^{2d+a}\frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\ln\frac{2d+a}{2d}$$

$$B_f(P_1) = \frac{\mu_0 I_f}{2\pi d} \quad \Rightarrow \quad B(P_1) = B_n(P_1) + B_f(P_1) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_n}{a}\ln\frac{2d+a}{2d} + \frac{I_f}{d}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad I_f = -I_n\frac{d}{a}\ln\frac{2d+a}{2d}$$

$$I_f = -2{,}0\ln\frac{5}{4} = -0{,}45A$$

Costante universale dei gas: R = 8.31 $J\,K^{-1}\,mol^{-1}$ = 1.987 $cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, 1*atm* = 101325 *Pa*

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

b. La forza per unità di lunghezza tra il filo e il nastro, indicandone anche il verso, nel caso della corrente determinata.

$$\left.\begin{array}{l} B_n(f)=\dfrac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\ln\dfrac{d+a}{d} \\ d\vec{F}=I_f\,d\vec{l}\wedge\vec{B}_n(f)\end{array}\right\}\frac{dF}{dl}=I_f B_n(f)=\frac{\mu_0}{2\pi}I_n^2\frac{d}{a^2}\ln\frac{2d+a}{2d}\ln\frac{d+a}{d}=2\times10^{-7}\times200\times\ln\frac{5}{4}\times\ln\frac{3}{2}$$

$$\frac{dF}{dl}=3,62\times10^{-6}\ N/m \quad repulsiva$$

c. Il campo magnetico prodotto dal nastro nel punto P_2, a una distanza d dal nastro, tale che la perpendicolare al nastro passante per P_2 passi per il centro del nastro (vedi figura).

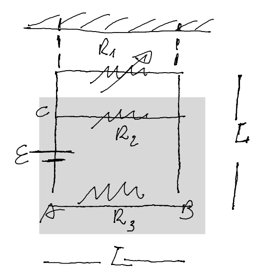
$$dB_n(P_2,x)=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_n}{a\sqrt{d^2+x^2}}dx$$

$$dB_{nx}(P_2,x)=-\frac{\mu_0}{2\pi a}\frac{I_n d}{d^2+x^2}dx \quad\Rightarrow\quad B_{nx}(P_2)=-\frac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\int_{-a/2}^{a/2}\frac{d}{d^2+x^2}dx$$

$$B_{nx}(P_2)=-\frac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\int_{-a/2d}^{a/2d}\frac{1}{1+y^2}dy=-\frac{\mu_0 I_n}{2\pi a}\left[\arctan\left(\frac{a}{2d}\right)-\arctan\left(-\frac{a}{2d}\right)\right]=-\frac{\mu_0 I_n}{\pi a}\arctan\left(\frac{a}{2d}\right)$$

$$B_{nx}(P_2)=4\times10^{-7}\times100\times0,245=9,80\times10^{-6}T$$

5. Si consideri il circuito quadrato di lato L in figura, disposto su un piano verticale e appeso a un supporto tramite funi isolanti, inestensibili e di massa trascurabile. I rami 2 e 3 del circuito sono immersi in un campo magnetico B omogeneo e costante, perpendicolare al piano e uscente dallo stesso (area grigia in figura). I rami del circuito sono caratterizzati dalla densità di massa per unità di lunghezza ρ. La resistenza R_1 può essere variata a piacere, mentre R_2 ed R_3 sono fisse. Calcolare:



a. Il valore da assegnare alla resistenza R_1 per far si che la tensione delle funi sia nulla.

$$\left.\begin{array}{l} i_3LB-i_2LB-mg=0 \\ m=5L\rho\end{array}\right\}(i_3-i_2)B-5\rho g=0 \quad\Rightarrow\quad i_2=i_3-5\frac{\rho g}{B}$$

$$\varepsilon=Ri_3=\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3\right)i_3 \quad\Rightarrow\quad i_3=\varepsilon\frac{R_1+R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

$$\left.\begin{array}{l} R_1i_1=R_2i_2 \\ i_3=i_1+i_2\end{array}\right\}R_1=R_2\frac{i_2}{i_1}=R_2\frac{i_2}{i_3-i_2}=R_2\frac{i_3B-5\rho g}{5\rho g}=R_2\left(\frac{B}{5\rho g}i_3-1\right)$$

$$R_1=R_2\left[\frac{(R_1+R_2)B}{5\rho g(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)}\varepsilon-1\right]$$

b. Il valore minimo che deve avere il campo B affinché ciò avvenga.

$$R_1=R_2\left(\frac{B}{5\rho g}i_3-1\right)\geq0 \quad\Rightarrow\quad B\geq\frac{5\rho g}{i_3}=\frac{5\rho g(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)}{\varepsilon(R_1+R_2)} \quad\Rightarrow\quad B_{\min}=\frac{5\rho gR_3}{\varepsilon}$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $1atm = 101325\ Pa$

$$\varepsilon_0=8,85\cdot10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2} \qquad \mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}$$

6. Un cilindro con pareti rigide e adiabatiche è diviso in due parti da un pistone mobile, senza attrito, adiabatico e di massa trascurabile. Inizialmente il cilindro contiene, a entrambi i lati del pistone, n moli dello stesso gas ideale (si assuma $\gamma = 1,5$) a pressione p_0, volume V_0 e temperatura T_0. Una resistenza elettrica scalda molto lentamente il gas nella parte inferiore, fino a quando la pressione del gas superiore raggiunge il valore $p_1 = 3,375\, p_0$. Calcolare le seguenti grandezze in funzione dei valori iniziali delle coordinate termodinamiche:
   a. Le temperature finali ai due lati.

Gas superiore:

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_0 \sqrt[\gamma]{\frac{p_0}{p_1}} = V_0 \sqrt[1,5]{\frac{1}{3,375}} = 0,44 V_0$$

$$p_1 V_1 = nRT_1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{3,375 \times 0,44\, p_0 V_0}{nR} = 1,49 T_0$$

Gas inferiore:

$$V_2 = 2V_0 - V_1 = 1,56 V_0$$

$$p_2 V_2 = nRT_2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{p_1 V_2}{nR} = \frac{3,375 \times 1,56\, p_0 V_0}{nR} = 5,27 T_0$$

   b. Il lavoro scambiato tra le due parti.

$$\delta L_2 = p_1 dV_2 = -p_1 dV_1 \quad \Rightarrow \quad L_2 = \int_{V_0}^{V_2} p_1 dV = -\int_{V_0}^{V_1} p_1 dV = -k \int_{V_0}^{V_1} V^{-\gamma} dV = -\frac{k}{1-\gamma}\left(V_1^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma}\right)$$

$$L_2 = \frac{1}{\gamma - 1}\left(p_1 V_1 - p_0 V_0\right) = \frac{3,375 \times 0,44 - 1}{0,5}\, p_0 V_0 = 0,97\, p_0 V_0$$

   c. Il calore fornito dalla resistenza.

$$\Delta U_2 = Q_2 - L_2$$

$$\Delta U_2 = nc_V\left(T_2 - T_0\right) = 4,27 nc_V T_0 = 4,27 \frac{c_V}{R}\, p_0 V_0 = \frac{4,27}{\gamma - 1}\, p_0 V_0 = 8,54\, p_0 V_0$$

$$Q_2 = \Delta U_2 + L_2 = \left(8,54 + 0,97\right) p_0 V_0 = 9,51 p_0 V_0$$