Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria - Cesena
2° Appello estivo - Prova scritta del corso di Fisica Generale B(L-B)
(29 giugno 2015)
Prof. Maurizio Piccinini

---

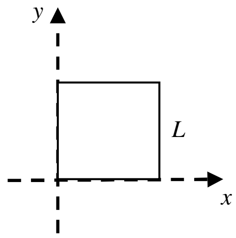
1. (4) A un certo istante un elettrone si trova a distanza d da un filo rettilineo percorso da corrente, con velocità di modulo v diretta: *a*) perpendicolarmente al filo e in avvicinamento allo stesso; *b*) parallelamente al filo nel verso della corrente; *c*) in direzione perpendicolare alle due precedenti. Per ognuno dei tre casi descrivere la direzione della forza che agisce sull'elettrone, e dire se il modulo della sua velocità aumenta, diminuisce o rimane costante.

a) *forza parallela al filo con lo stesso verso della corrente;* *b*) *forza perpendicolare al filo verso l'esterno;* *c*) *forza nulla: v e B sono paralleli. Per il teorema delle forze vive, essendo in ogni caso nullo il lavoro della forza magnetica l'energia cinetica dell'elettrone non cambia, quindi non cambia il modulo della sua velocità.*

2. (5) Si consideri una sfera di raggio R uniformemente carica. Al suo interno vi è una cavità sferica di raggio $R/4$ centrata a metà di un raggio. Dire, motivando la risposta, quanto vale il campo elettrico al centro della cavità:
   a. È uguale a quello che ci sarebbe se la cavità non ci fosse. *V*
   b. È pari a un quarto di quello che ci sarebbe se la cavità non ci fosse.
   c. Il campo elettrico al centro della cavità è nullo.

3. (4) Due processi di espansione di uno stesso gas ideale, uno isotermo e l'altro adiabatico, partono dallo stesso stato p_1V_1 e finiscono alla stessa pressione $p_2 < p_1$. Nella trasformazione adiabatica il gas, rispetto a quella isoterma:
   a. Sarà più caldo e occuperà più volume.
   b. Sarà più freddo e occuperà un volume minore. *V*
   c. Sarà più freddo e occuperà più volume.
   d. Sarà più caldo e occuperà un volume minore.

4. (6) Un dominio spaziale definito da una terna di assi cartesiani ortogonali è interessato dalla densità di corrente $\vec{J} = \left(ax^2 - by\right)\hat{k}$. Calcolare:



   a. La corrente che attraversa il quadrato di lato L rappresentato in figura.

$$i = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S} = \iint \left(ax^2 - by\right)\hat{k} \cdot dxdy\hat{k} = \int_0^L \int_0^L \left(ax^2 - by\right)dxdy =$$

$$= \int_0^L \left(\frac{1}{3}aL^3 - byL\right)dy = \frac{1}{3}aL^4 - \frac{1}{2}bL^3 \qquad i = \left(\frac{1}{3}aL - \frac{1}{2}b\right)L^3$$

   b. Un campo magnetico associato alla densità di corrente in questione.

$B_z = 0$ $\quad 1^a$ *legge Laplace*

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \Rightarrow \begin{cases} \cancel{\dfrac{\partial B_z}{\partial y}} - \dfrac{\partial B_y}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial B_x}{\partial z} - \cancel{\dfrac{\partial B_z}{\partial x}} = 0 \\ \dfrac{\partial B_y}{\partial x} - \dfrac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0\left(ax^2 - by\right) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} B_x = -\mu_0 \dfrac{1}{2}\left(ax^2 y - \dfrac{1}{2}by^2\right) \\ B_y = \mu_0 \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}ax^3 - bxy\right) \\ B_z = 0 \end{cases}$$

Costante universale dei gas: $R = 8.31\ J\,K^{-1}\,mol^{-1} = 1.987\ cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, $\quad 1atm = 101325\ Pa$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$, $\qquad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ (Tm)/A \qquad e = -1{,}602 \times 10^{-19}\ C \qquad m_e = 9{,}11 \times 10^{-31} kg$

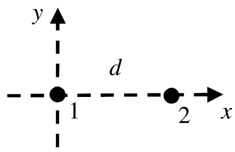
---

c. La circuitazione del campo magnetico sul quadrato del punto *a*.

$$C=\cancel{\int_{0,0}^{L,0} B_x dx}+\int_{L,0}^{L,L} B_y dy+\int_{L,L}^{0,L} B_x dx+\cancel{\int_{0,L}^{0,0} B_y dy}=\frac{\mu_0}{2}\left[\int_{L,0}^{L,L}\left(\frac{1}{3}aL^3-bLy\right)dy-\int_{L,L}^{0,L}\left(ax^2L-\frac{1}{2}bL^2\right)dx\right]=$$

$$=\mu_0\left(\frac{1}{3}aL^4-\frac{1}{2}bL^3\right)=\mu_0 i$$

5. (6) si considerino due conduttori molto lunghi, rettilinei e paralleli, perpendicolari al foglio e distanti d = 60 *mm*. I fili sono percorsi da due correnti nello stesso verso, rispettivamente i_1 = 9 *A* e i_2 = 15 *A* (vedi figura).



a. Disegnare in uno schema il campo magnetico nel punto intermedio tra i due conduttori e calcolarlo.

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{\pi d}(i_1-i_2)\,\hat{j}=-6\frac{4\times10^{-7}}{0,06}\,\hat{j}=-4\times10^{-5}\,\hat{j}\,T$$

b. Calcolare la distanza dal filo percorso da i_1, lungo la congiungente i fili, alla quale il campo magnetico si annulla.

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_1}{x}-\frac{i_2}{d-x}\right)\hat{j}=\vec{0}\quad\Rightarrow\quad x=\frac{i_1}{i_2+i_1}d=\frac{9}{24}60=22,5\,mm$$

c. Esprimere il campo magnetico in un punto generico dello spazio in coordinate cartesiane.

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_1}{r_1}\hat{t}_1+\frac{i_2}{r_2}\hat{t}_2\right)=\frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{i_1}{r_1}\left(-\sin\alpha_1\hat{i}+\cos\alpha_1\hat{j}\right)+\frac{i_2}{r_2}\left(-\sin\alpha_2\hat{i}+\cos\alpha_2\hat{j}\right)\right]$$

$$\begin{cases}\sin\alpha_1=\dfrac{y}{r_1}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\\[2ex]\cos\alpha_1=\dfrac{x}{r_1}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\end{cases}\qquad\begin{cases}\sin\alpha_2=\dfrac{y}{r_2}=\dfrac{y}{\sqrt{(d-x)^2+y^2}}\\[2ex]\cos\alpha_2=\dfrac{d-x}{r_2}=\dfrac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+y^2}}\end{cases}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{i_1}{x^2+y^2}\left(-y\hat{i}+x\hat{j}\right)+\frac{i_2}{(d-x)^2+y^2}\left(-y\hat{i}+(d-x)\,\hat{j}\right)\right]\begin{cases}B_x=-\dfrac{\mu_0}{2\pi}\left[\dfrac{yi_1}{x^2+y^2}+\dfrac{yi_2}{(d-x)^2+y^2}\right]\\[2ex]B_y=\dfrac{\mu_0}{2\pi}\left[\dfrac{xi_1}{x^2+y^2}+\dfrac{(d-x)i_2}{(d-x)^2+y^2}\right]\end{cases}$$

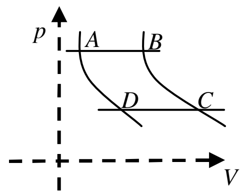
6. (5) Si consideri un gas che soddisfi le equazioni $U=bVT^4$ e $p=(1/3)bT^4$, dove b è una costante positiva e gli altri simboli rappresentano le consuete grandezze della termodinamica.

a. Rappresentare un ciclo di Carnot per questo sistema nel piano $p-V$ e nel piano $T-S$, dopo aver ricavato le equazioni delle isoterme e delle adiabatiche.

Costante universale dei gas: R = 8.31 $J\,K^{-1}\,mol^{-1}$ = 1.987 $cal\,K^{-1}\,mol^{-1}$, 1atm = 101325 Pa

ε_0 = 8,85 x 10^{-12} $C^2/(Nm^2)$, $\mu_0 = 4\pi$ x 10^{-7} $(Tm)/A$ $e = -1{,}602\times10^{-19}\,C$ $m_e = 9{,}11\times10^{-31}kg$

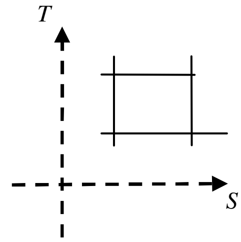
$$p=\frac{1}{3}bT^4 \quad \Rightarrow \quad l'isoterma\ \grave{e}\ anche\ isobara\ p=cost$$



Adiabatica:

$$dU=-\delta L \quad \Rightarrow \quad bT^4dV+4bVT^3dT+\frac{1}{3}bT^4dV=0 \quad \Rightarrow \quad TdV+3VdT=0$$

$$\frac{1}{3}\frac{dV}{V}+\frac{dT}{T}=0 \quad \Rightarrow \quad TV^{1/3}=cost; \quad pV^{4/3}=cost$$



b. Calcolare esplicitamente il rendimento di tale ciclo di Carnot.

$$L=-\Delta U_{BC}-\Delta U_{DA}+p_c\left(V_B-V_A\right)+p_f\left(V_D-V_C\right)$$

$$L=b\left(V_BT_c^4-V_CT_f^4\right)+b\left(V_DT_f^4-V_AT_c^4\right)+\frac{1}{3}bT_c^4\left(V_B-V_A\right)+\frac{1}{3}bT_f^4\left(V_D-V_C\right)$$

$$L=\frac{4}{3}b\left(V_BT_c^4-V_CT_f^4+V_DT_f^4-V_AT_c^4\right)$$

$$Q_{ass}=Q_{AB}=\Delta U_{AB}+L_{AB}=bT_c^4\left(V_B-V_A\right)+\frac{1}{3}bT_c^4\left(V_B-V_A\right)=\frac{4}{3}bT_c^4\left(V_B-V_A\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}\eta=\dfrac{L}{Q_{ass}}=\dfrac{V_BT_c^4-V_CT_f^4+V_DT_f^4-V_AT_c^4}{T_c^4\left(V_B-V_A\right)}\\ T^3V=cost\end{array}\right\}\eta=\frac{V_BT_c^3\left(T_c-T_f\right)+V_AT_c^3\left(T_f-T_c\right)}{T_c^4\left(V_B-V_A\right)}=\frac{\left(V_B-V_A\right)\left(T_c-T_f\right)}{T_c\left(V_B-V_A\right)}$$

$$\eta=1-\frac{T_f}{T_c}$$