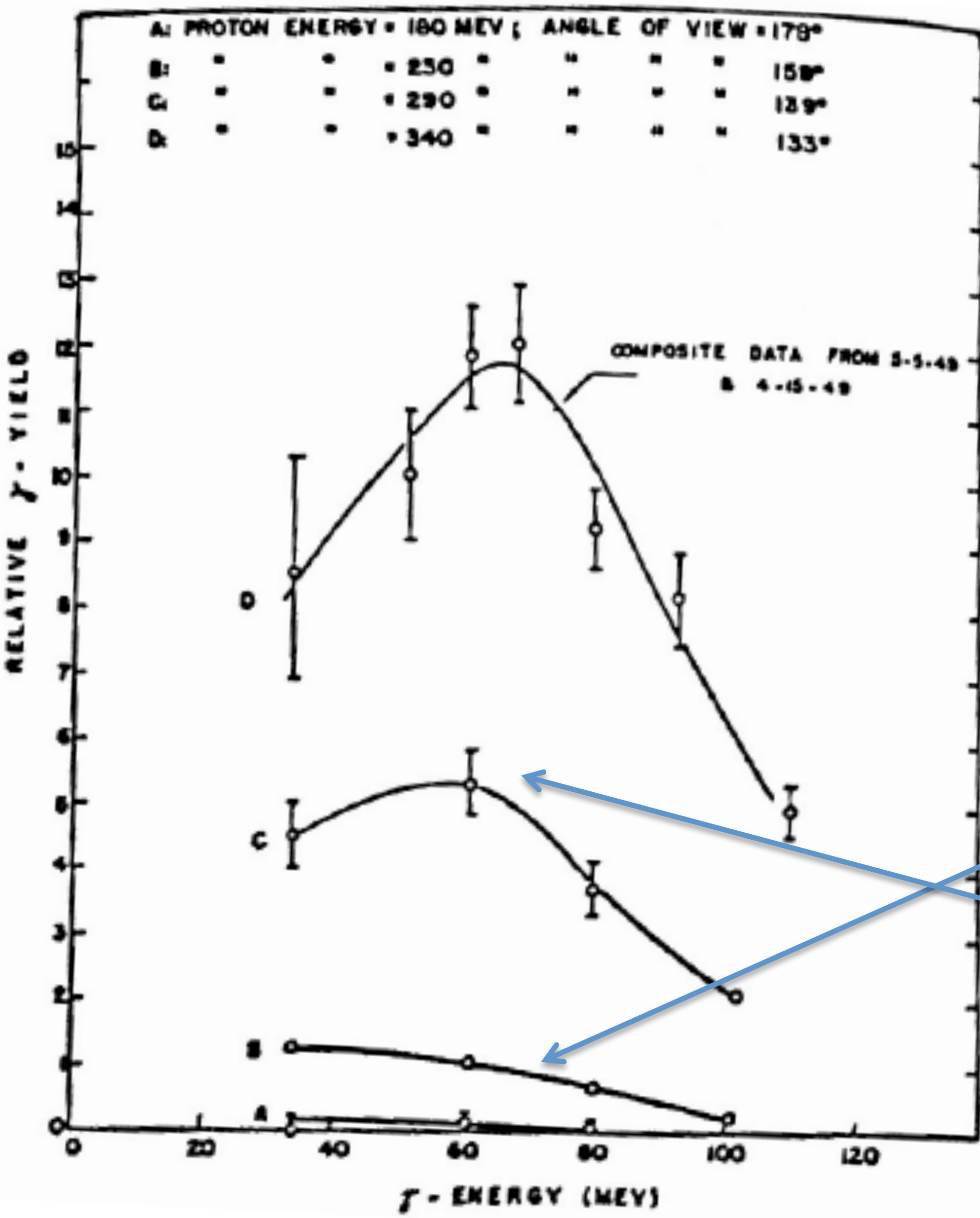
La scoperta del π^0

- Si sapeva già che i raggi cosmici avevano una componente ”soft", consistente principalmente in radiazione elettromagnetica.
- Lewis, Oppenheimer e Wouthuysen avevano suggerito che questa componente potesse essere dovuta a mesoni neutri che decadevano in coppie di fotoni.
- Tali mesoni neutri, i partner del pione carico, erano stati proposti da Nicholas Kemmer nel 1938 in un paper sulla invarianza di isospin, la simmetria che lega il protone al neutrone.
- Una prima prova dell'esistenza di un mesone neutro con una massa simile a quella del pione caricato fu ottenuta da Bjorklund, Crandall, Moyer e York conil sincrociclotrone di Berkeley

Bjorklund et al.



Studio reazioni
p + C e p + Be

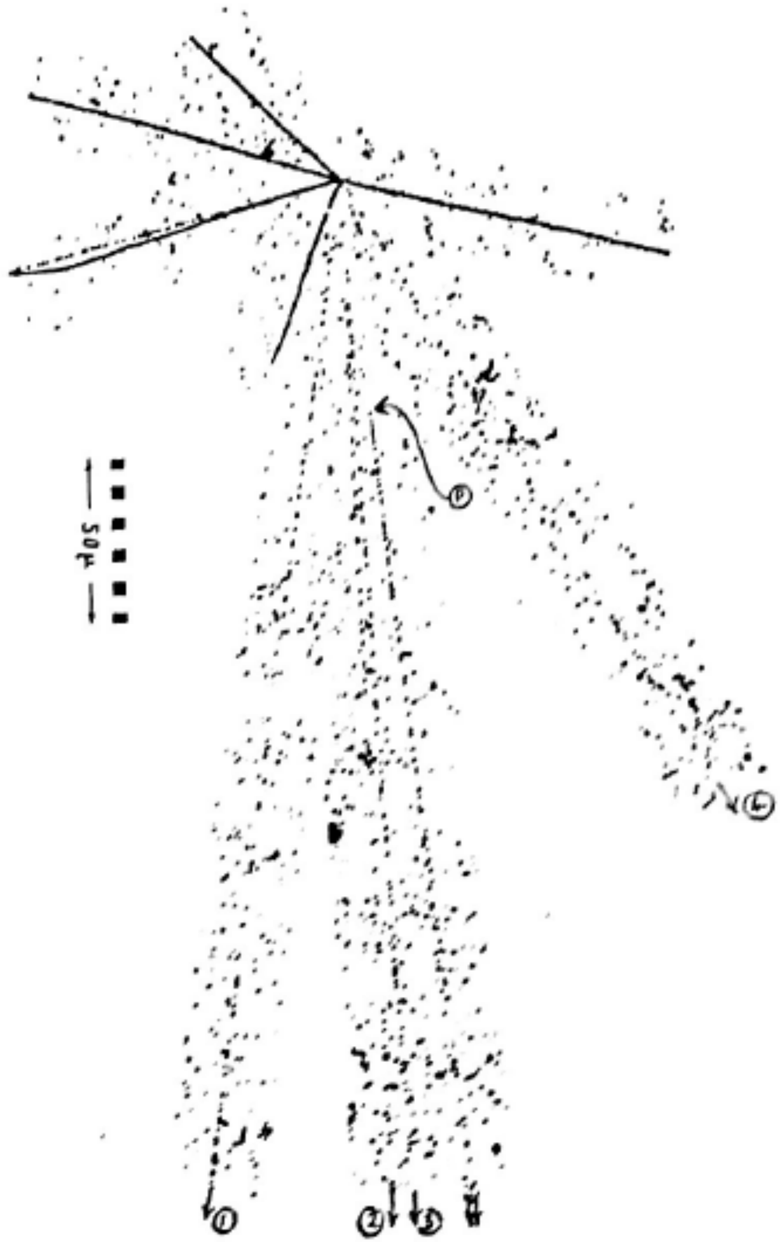
Spettrometro a due bracci, con un sottile strato di tantalio per misurare i fotoni prodotti che convertivano in coppie e+e- il cui momento era misurato dalla curvatura

Risultati:

- p da 175 MeV no effect
- p da 230 MeV molti più fotoni con spettro a campana

→ Pione neutro

Carlson et al.



Osservazione dei fotoni convertiti in coppie e+e- su emulsioni fotografiche

Risultati:
prima stima vita media π^0
$\tau_{\pi 0}$=1.5x10^{-14}s
con metodo parametro di impatto

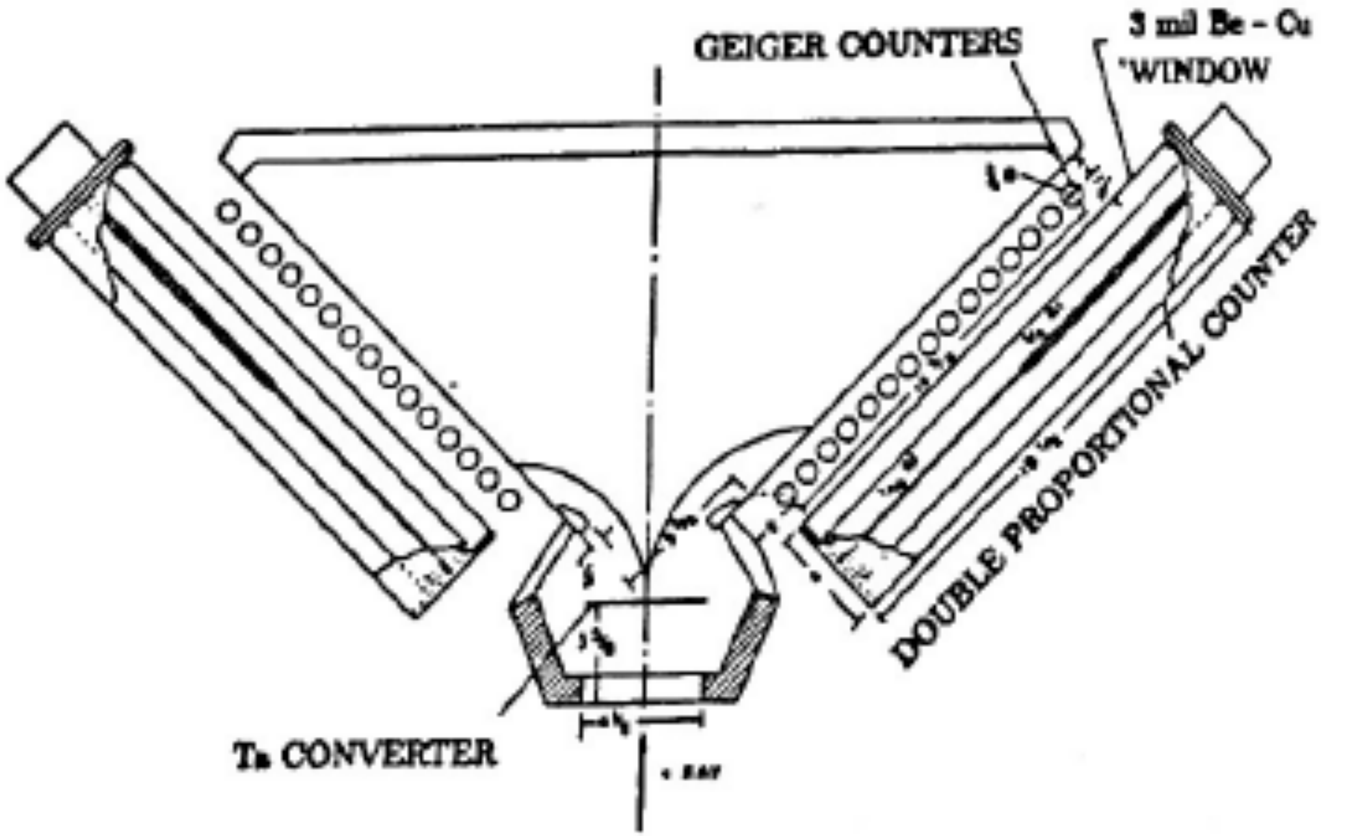
Panofsky et al - 1

Panofsky, Steinberger e Steller fornirono conferma diretta del decadimento a due fotoni usando il sincrotrone elettronico a Berkeley.
Il fascio di elettroni utilizzato per generare raggi gamma con fino a 330 MeV.
Due rilevatori di fotoni vicino a un bersaglio di berillio.
Richiesta fotoni in entrambi i rilevatori.
Il n. di coincidenze studiato in funzione dell'angolo tra i fotoni la direzione del fascio incidente.

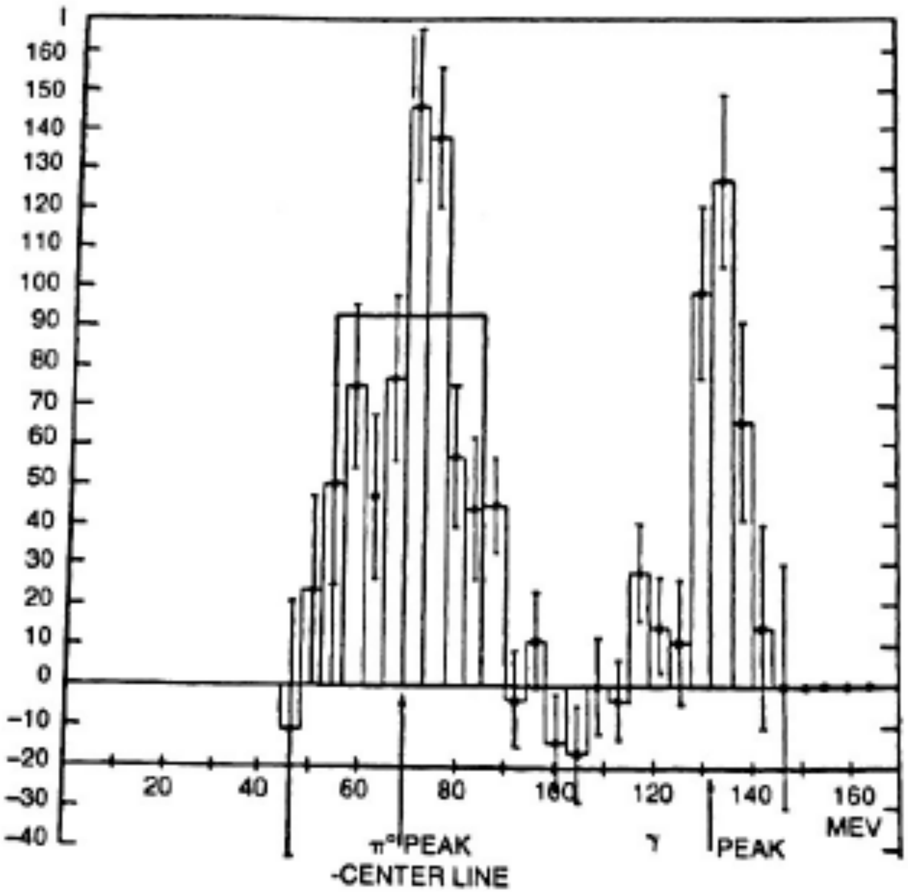
→ Dati coerenti con il decadimento di un mesone neutro in due fotoni con una sezione d'urto di produzione per il mesone neutro simile a quella nota per i mesoni carichi.
→ Spin π^0 = 0 (per il teorema di Yang)

Panofsky et al - 2

1951 - Panofsky, Aamodtr e Hadley studiano collisioni di π^- su idrogeno e deuterio.



Panofsky et al - 2



$$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$$

$$\pi^- p \rightarrow \gamma n$$

La reazione con i gamma produce fotoni monocromatici co E = 275 MeV

Dallo studio dei fotoni dalla prima reazione fu possibile determinare la differenza in massa tra pione neutro e carico.

$$m_{\pi^-} - m_{\pi^0} = 10.6 \pm 2.0 \ m_e$$

Proprietà del π

- Pioni possono venire prodotti in abbondanza in interazioni forti:

$$p+p\to p+n+\pi^+$$
$$p+p\to p+p+\pi^0$$
$$p+n\to p+n+\pi^0$$
$$p+n\to p+p+\pi^-$$
$$p+n\to n+n+\pi^+$$

- con energia di soglia (es.: $p+p\to p+n+\pi^+$)
$\sqrt{s}\geq m_p+m_n+m_\pi$

- Ma anche:
$p+p\to p+n+\pi^+ +\pi^0$
$p+p\to p+p+\pi^+ +\pi^-$
- con energia di soglia (esercizio):

$$\boxed{T_p\geq 4m_\pi\left(1+\frac{m_\pi}{2m_p}\right)\approx 600\ \text{MeV}}$$

- Il numero di pioni, diversamente dal numero di nucleoni, non viene conservato.
- **Numero barionico del π = 0**

$$s\geq\left(m_p+m_n+m_\pi\right)^2 \;=\left(m_p+m_n\right)^2+2\left(m_p+m_n\right)m_\pi+m_\pi^2\approx 4m_p^2+4m_pm_\pi+m_\pi^2$$
$$s=\left(p_{p1}+p_{p2}\right)^2\;=m_p^2+m_p^2+2m_pE_p\;=4m_p^2+2m_pT_p$$

$$p_{p1}=\begin{pmatrix} E_p=m_p+T_p & \mathbf{p}_p\end{pmatrix}$$
$$p_{p2}=\begin{pmatrix} m_p & \mathbf{0}\end{pmatrix}$$

$$\boxed{T_p\geq 2m_\pi\left(1+\frac{m_\pi}{4m_p}\right)\approx 290\ \text{MeV}}$$

Il decadimento del π

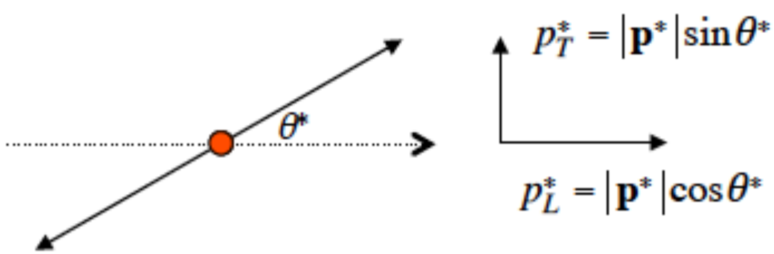
- Nel sistema del centro di massa:

$$\left|\mathbf{p}_\mu^*\right| = \left|\mathbf{p}_\nu^*\right| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}$$

$$E_\nu^* = \left|\mathbf{p}_\nu^*\right| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}$$

$$E_\mu^* = \sqrt{m_\mu^2 + \mathbf{p}_\nu^{*2}} = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi}$$

- Per valutare cosa succede nel sistema del laboratorio, prendiamo l'asse z lungo la direzione di moto del π
- L'angolo di decadimento nel sistema del centro di massa rispetto a tale direzione:



- Se il π si muove con velocità β_π:

$$E_\nu = \left|\mathbf{p}_\nu\right| = \gamma_\pi\left(E_\nu^* + \beta_\pi E_\nu^* \cos\theta_\nu^*\right)$$

$$= \gamma_\pi E_\nu^*\left(1 + \beta_\pi \cos\theta_\nu^*\right)$$

$$= \gamma_\pi\left(1 + \beta_\pi \cos\theta_\nu^*\right)\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}$$

$$= \frac{\gamma_\pi m_\pi}{2}\left(1 + \beta_\pi \cos\theta_\nu^*\right)\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)$$

- Da cui segue che

$$\frac{1-\beta_\pi}{2}\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) < \frac{E_\nu}{E_\pi} < \frac{1+\beta_\pi}{2}\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)$$

- Per pioni relativistici:

$$0 < \frac{E_\nu}{E_\pi} < 1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} = 0.428$$

Spin del π^0

Confronto delle sezioni d'urto delle reazioni

$$pp \to \pi^+ d \qquad\qquad \pi^+ d \to pp$$

Che sono regolate dalle relazioni

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{p'}{p}|\mathcal{M}|^2$$

dove M è lo stesso

$$\frac{d\sigma(\pi^+ d \to pp)/d\Omega}{d\sigma(pp \to \pi^+ d)/d\Omega} = \frac{(2s_p+1)^2}{(2s_d+1)(2s_\pi+1)}\frac{p_{pp}^2}{p_{\pi d}^2}$$

Il π^0 deve quindi avere spin intero decadendo in due fotoni dalle misure di sezione d'urto risulta spin = 0 → $J^{PC} = 0^{-+}$

Parità (P)

L'operazione di inversione spaziale delle coordinate è prodotta dall'operatore di **parità**:

$$P\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

Deve essere **$P^2=1$**

$$\psi(\vec{r}) \xrightarrow{P} \psi(-\vec{r}) \xrightarrow{P} \psi(\vec{r})$$

Quindi se ci sono autovalori deve essere: **P = ±1**

Esempi:

P = +1 $\quad \psi(x) = \cos x \xrightarrow{P} \cos(-x) = \cos x = \psi(x)$

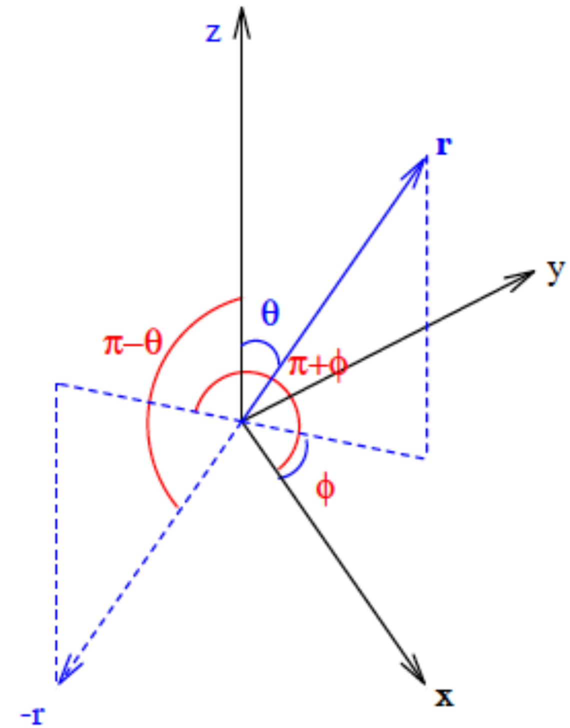
P = -1 $\quad \psi(x) = \sin x \xrightarrow{P} \sin(-x) = -\sin x = -\psi(x)$

$$\psi(x) = \sin x + \cos x \xrightarrow{P} = -\sin x + \cos x \neq \pm\psi(x)$$

Esempio: atomo di idrogeno

$$\psi(r,\theta,\varphi) = \chi(r)\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}}P_m^l(\cos\vartheta)e^{im\varphi}$$

$$\vec{r} \to -\vec{r} \Leftrightarrow \begin{cases} \theta \to \pi - \theta \\ \varphi \to \pi + \varphi \end{cases}$$



$$e^{im\varphi} \to e^{im(\varphi+\pi)} = (-1)^m e^{im\varphi}$$

$$P_l^m(\cos\theta) \to (-1)^{l+m} P_l^m(\cos\theta)$$

$$Y_l^m \to (-1)^l Y_l^m$$

Le armoniche sferiche hanno dunque parità ***P=(-1)^l^*.**

Per esempio, nelle transizioni di dipolo elettrico con la regola di selezione $\Delta l = \pm 1$ la parità dell'atomo cambia. Quindi la parità della radiazione emessa deve essere dispari, in modo che si conservi la parità totale del sistema atomo+fotone.

$$P(\gamma) = -1$$

P è un numero quantico moltiplicativo. Viene conservata nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma non viene conservata nelle interazioni deboli.

La legge di conservazione della parità richiede l'assegnazione di una parità intrinseca alle particelle.
Per convenzione a protone e neutrone si assegna parità $P_p=P_n=+1$.

Parità del $\pi^{\pm}$

Il π è un mesone di spin 0. Consideriamo la reazione

$$\pi^- + d \to n + n$$

(il d è uno stato legato *pn*).

Nello stato iniziale *l=0*; essendo $s_\pi=0$, $s_d=1$ si deve avere momento angolare totale J=1 (**J=L+S**). Quindi *anche nello stato finale* deve essere J=1. La simmetria della funzione d'onda nello stato finale (per lo scambio dei due neutroni) è data da:

$$K = \underbrace{(-1)^{S+1}}_{spin}\underbrace{(-1)^{L}}_{orbitale} = (-1)^{L+S+1}$$

Trattandosi di due fermioni identici deve essere K=-1, che implica L+S pari.

Dovendo essere J=1 ci sono le seguenti possibilità:

L=0 S=1 no L=1 S=0 no L=2 S=1 no

L=1 S=1 OK

Quindi la parità spaziale dello stato finale è $P=(-1)^L=-1$. Essendo la parità del deuterio $P_d=+1$ otteniamo per la parità intrinseca del π $P_\pi = -1$.

Il π è dunque un mesone pseudoscalare.

Parità del π^0

$\pi^0 \rightarrow \gamma\,\gamma$ B.R. = (99.798 ± 0.032) %

Siano **k** e **-k** gli impulsi spaziali dei γ; $\mathbf{e}_1$ ed $\mathbf{e}_2$ i rispettivi vettori di polarizzazione. Le due funzioni d'onda più semplici per lo stato finale di due fotoni con (simmetria di scambio pari) sono:

$$\psi_1(2\gamma) = A(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) \propto \cos\phi$$

$$\psi_2(2\gamma) = B(\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) \cdot \vec{k} \propto \sin\phi$$

ψ_1 è pari sotto inversione spaziale, ψ_2 è dispari. Quindi:

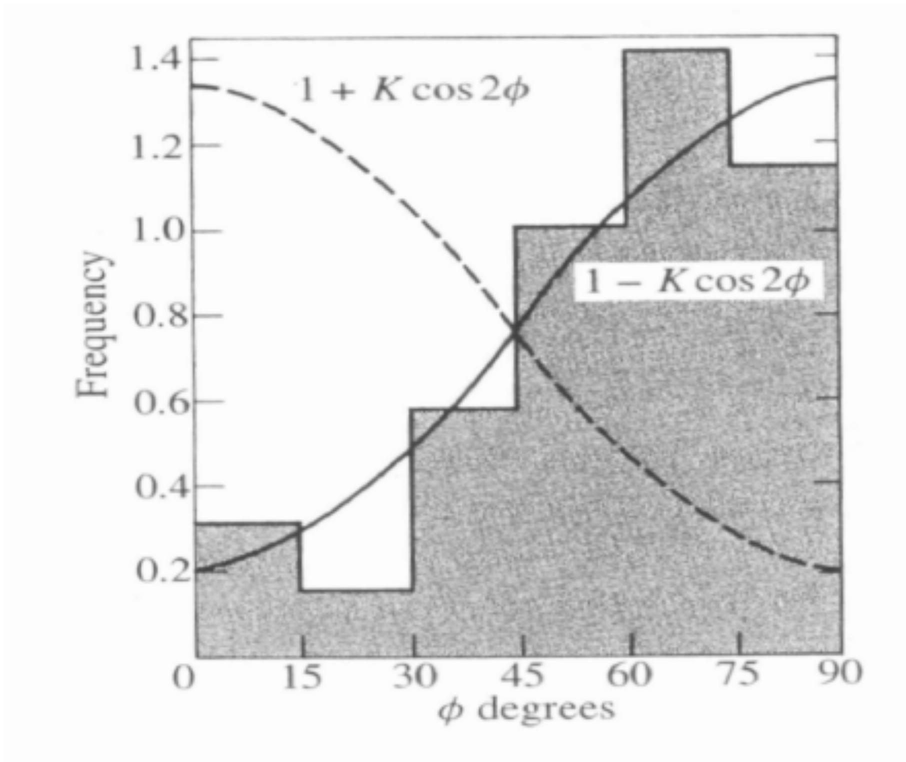
$$P_{\pi^0} = +1 \quad |\psi|^2 \propto \cos^2\phi \qquad\qquad P_{\pi^0} = -1 \quad |\psi|^2 \propto \sin^2\phi$$

dove ϕ è l'angolo fra i piani di polarizzazione dei γ. L'esperimento è stato fatto usando il decadimento:

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$$

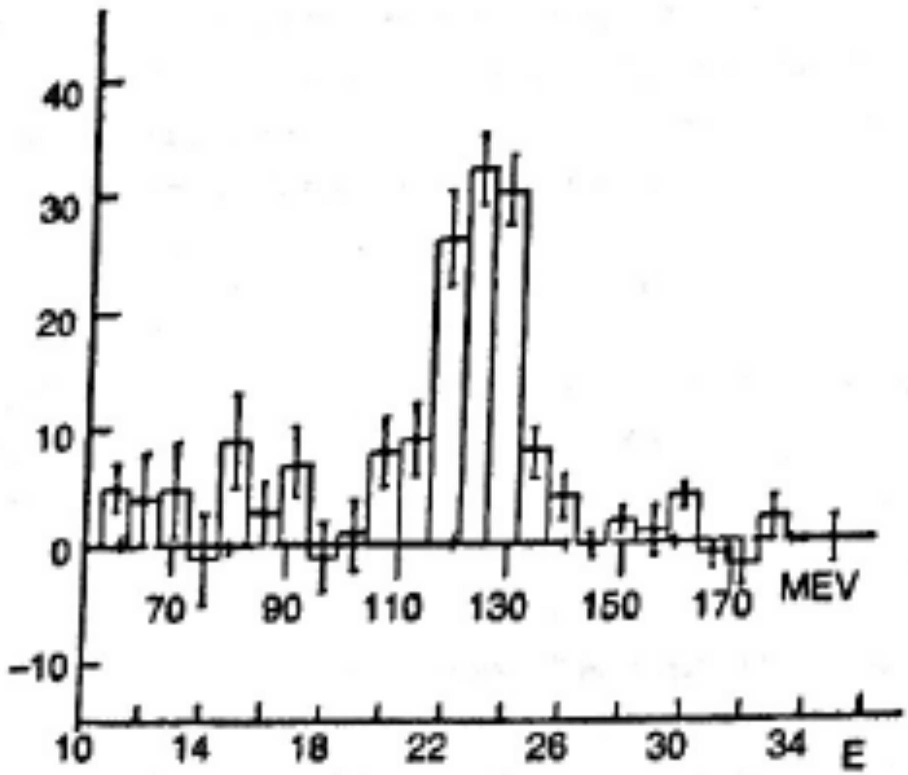
(doppio Dalitz; B.R. = $(3.14 \pm 0.30)\times 10^{-5}$) in cui ciascuna coppia di Dalitz si trova prevalentemente nel piano di polarizzazione del fotone che "converte" internamente. Si trova $P_{\pi 0}=-1$.

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$$



Parità del π^0

Studiato anche da Panofsky et al. nelle reazioni



$$\pi^- d \to nn$$

$$\pi^- d \to nn\gamma$$

$$\pi^- d \to nn\pi^0$$

Come si vede il π^0 nella terza reazione non viene prodotto