Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

Vettori

1) Dati i vettori $\vec{A}=-\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{B}=2\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k}$ e $\vec{C}=2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ trovare:

a. l'angolo compreso fra $\vec{A}$ e $\vec{B}-\vec{C}$;
b. il risultato dell'operazione $\vec{C}\left(\vec{B}\cdot\vec{A}\right)$;
c. il versore $\hat{n}$ perpendicolare al piano in cui giacciono i vettori $\vec{B}$ e $\vec{C}$.

[a. 142.4°; b. (-18, 9, -18); c. $\frac{1}{\sqrt{101}}(-7,-6,4)$]

2) Dati i vettori $\vec{A}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{B}=\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ e $\vec{C}=2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ trovare

a. La proiezione di $\vec{A}$ su $\vec{B}+2\vec{C}$;
b. il risultato dell'operazione: $\vec{C}\left(\vec{B}\cdot\vec{A}\right)$;
c. il versore $\hat{n}$ perpendicolare al piano in cui giacciono i vettori $\vec{B}$ e $\vec{C}$.

[a. $\frac{7}{\sqrt{10}}$; b. (14, -7, 14); c. $\frac{1}{\sqrt{26}}(-1,4,3)$]

3) Siano dati i tre vettori $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=-\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}$ e $\vec{c}=2\vec{j}+3\vec{k}$, determinare:

a. l'angolo compreso tra i vettori $\vec{b}$ e $\vec{a}-\vec{c}$;
b. la grandezza $\vec{c}(\vec{b}\cdot\vec{a})$;
c. il vettore perpendicolare al piano in cui giacciono $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

[a. 135°; b. $\sqrt{2}(0,2,3)$; c. $(3\sqrt{2},-2\sqrt{2},3\sqrt{2})$]

4) Due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ hanno modulo *a*=7 e *b*=2 e l'angolo compreso fra essi è $\theta=45°$ determinare il modulo sia della somma $\vec{a}+\vec{b}$ che della differenza $\vec{a}-\vec{b}$. Si rappresentino graficamente $\vec{a}$ e $\vec{b}$ nel piano xy scegliendo due assi cartesiani ortogonali: l'asse x con la stessa direzione e lo stesso verso di e l'asse y in modo da formare con $\vec{b}$ un angolo acuto. Calcolare le componenti cartesiane di $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$.

5) Due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ hanno modulo *a*=5 e *b*=3 e l'angolo compreso fra essi è $\theta=30°$ determinare il modulo della somma $\vec{a}+\vec{b}$ e della differenza $\vec{a}-\vec{b}$. Si rappresentino graficamente $\vec{a}$ e $\vec{b}$ nel piano xy scegliendo due assi cartesiani ortogonali: l'asse x diretto come $\vec{a}$ e l'asse y in modo da formare con $\vec{b}$ un angolo acuto. Calcolare le componenti cartesiane di $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$.

6) Rispetto ad un sistema di assi cartesiani Oxy, il vettore $\vec{v}$ ha componenti $\vec{v}=\left(v_x;v_y\right)$. Date due rette *h* e *k* passanti per il punto O del piano, fra loro non ortogonali ed aventi, nel riferimento Oxy, coseni direttori $h=\left(\alpha_1;\beta_1\right)$ e $k=\left(\alpha_2;\beta_2\right)$, trovare le componenti di $\vec{v}$ lungo *h* e *k*.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

Cinematica del punto

1) Una particella di massa m=1.5 Kg si muove lungo una circonferenza di raggio R=100cm con una velocità il cui modulo varia nel tempo secondo l'espressione $|\vec{v}(t)| = v = 1/(at+b)$, dove a=2 m^{-1} e b=0.04 $cm^{-1}s$. Si determini:

a. L'accelerazione centripeta (a_N) e quella tangenziale (a_T) del corpo in funzione del tempo;

b. il modulo della forza totale F agente sul corpo al tempo t=2s

[a. $a_N = \frac{1}{(2t+4)^2} m/s^2 ; a_T = -\frac{2}{(2t+4)^2} m/s^2$; b. F = 0.05 N]

2) Una particella di massa m = 2Kg si muove lungo una circonferenza di raggio R=200cm con una velocità il cui modulo varia nel tempo secondo l'espressione $|\vec{v}(t)| = v = at^2 - bt + c$, dove a=2 ms^{-3}, b=500 cms^{-2} e c=2 ms^{-1} . Si determini:

a. L'accelerazione centripeta (a_N) e quella tangenziale (a_T) del corpo in funzione del tempo;

b. il modulo della forza totale F agente sul corpo al tempo t=1.5s.

[a. $a_N = \frac{1}{2}(2t^2 - 5t + 2)^2 m/s^2 ; a_T = (4t-5) m/s^2$; b. F = 2.24 N]

3) Un proiettile di massa M viene sparato da fermo da un cannone con un angolo α=45° rispetto al piano orizzontale. Determinare:

a. il modulo v_0 della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio che dista orizzontalmente dal cannone di D=100m e si trova ad una altezza D/4 rispetto al cannone.

b. l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio;

c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto di massimo.

[a. v = 36.2 m/s; b. -26.6°, c. 66.6 m]

4) Un proiettile di massa M viene sparato da fermo da un cannone con un angolo α=45° rispetto al piano orizzontale. Determinare:

a. il modulo v_0 della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio che dista orizzontalmente dal cannone di D=200m e si trova ad una altezza D/5 rispetto al cannone.

b. l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio;

c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto di massimo.

[a. v = 49.5 m/s; b. -31°, c. 124.9 m]

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

5) La dipendenza dal tempo del vettore posizione di un punto materiale è espressa come $\vec{r} = A\sin^2(\omega t)\hat{i} + Bt\hat{j}$ dove $A = 2m$, $B = 2m/s$ e $\omega = 1,57 rad/s$. Si determini:

a. l'equazione della traiettoria e la si disegni;
b. i vettori velocità ed accelerazione del punto materiale al tempo $t_1 = 1s$;
c. il raggio di curvatura della traiettoria allo stesso istante.

6) Un proiettile viene lanciato da una torre di altezza $h = 25m$ con una velocità $v_0 = 98m/s$ che forma un angolo $\varphi = 60°$ rispetto all'orizzontale. Supponendo che il proiettile sia soggetto alla sola accelerazione di gravità $g = 9,8m/s^2$ determinare:

a. l'istante di tempo t_m in cui il proiettile raggiunge il punto più alto della traiettoria;
b. l'istante di tempo t_b in cui il proiettile tocca terra;
c. il raggio di curvatura della traiettoria quando il proiettile viene lanciato;
d. la posizione x_b del punto di impatto del proiettile;
e. l'angolo con cui il proiettile tocca terra.

7) La dipendenza dal tempo del vettore posizione di un punto materiale è espressa come $\vec{r} = At^2\hat{i} + B\cos^2(\omega t)\hat{j}$ dove $A = 2m/s^2$, $B = 2m$ e $\omega = 1,57 rad/s$. Si determini:

a. l'equazione della traiettoria e la si disegni;
b. i vettori velocità ed accelerazione del punto materiale al tempo $t_1 = 2s$;
c. il raggio di curvatura della traiettoria allo stesso istante.

8) Un proiettile viene lanciato da una torre di altezza $h = 18,75m$ con una velocità $v_0 = 49m/s$ che forma un angolo $\varphi = 30°$ rispetto all'orizzontale. Supponendo che il proiettile sia soggetto alla sola accelerazione di gravità $g = 9,8m/s^2$ determinare:

a. l'istante di tempo t_m in cui il proiettile raggiunge il punto più alto della traiettoria;
b. l'istante di tempo t_b in cui il proiettile tocca terra;
c. il raggio di curvatura della traiettoria quando il proiettile viene lanciato;
d. la posizione x_b del punto di impatto del proiettile;
e. l'angolo con cui il proiettile tocca terra.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

9) In prossimità della superficie terrestre un punto materiale viene lanciato con velocità $\vec{v}_0 = v_0 \cos\alpha \vec{i} + v_0 sen\alpha \vec{j}$ con α=30°, da una altezza h=0m. Trascurando gli effetti non inerziali, determinare:

a. la gittata del proiettile;
b. le componenti della velocità nel punto di impatto del proiettile;
c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto di impatto.

10) In prossimità della superficie terrestre un punto materiale viene lanciato con velocità $\vec{v}_0 = v_0 \cos\alpha \vec{i} + 2v_0 sen\alpha \vec{j}$ con α=60°, da una altezza h=0m. Trascurando gli effetti non inerziali, determinare:

a. la gittata del proiettile;
b. le componenti della velocità nel punto di impatto del proiettile;
c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto di impatto.

11) In prossimità della superficie terrestre un punto materiale viene lanciato con velocità $\vec{v}_0 = 2v_0 \cos\alpha \vec{i} + v_0 sen\alpha \vec{j}$ con α=45°, da una altezza h=0m. Trascurando gli effetti non inerziali, determinare:

a. la gittata del proiettile;
b. le componenti della velocità nel punto di impatto del proiettile;
c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto di impatto.

12) In prossimità della superficie terrestre un punto materiale viene lanciato con velocità $\vec{v}_0 = 3v_0 \cos\alpha \vec{i} + 2v_0 sen\alpha \vec{j}$ con α=30°, da una altezza h=0m. Trascurando gli effetti non inerziali, determinare:

a. la gittata del proiettile;
b. le componenti della velocità nel punto di impatto del proiettile;
c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto di impatto.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

13) Il moto di un punto P è descritto dall'equazione $\overrightarrow{OP}(t) = (A\cos\alpha t)\vec{i} + (A\sin\alpha t)\vec{j} + (\beta + \gamma t)\vec{k}$, dove $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ sono i versori di una terna xyz.

a. Determinare le dimensioni fisiche di A, α, β, γ.

b. Trovare il versore tangente alla traiettoria quando A=2*m*, $\alpha = 2s^{-1}$, $\beta = 3m$, $\gamma = 2m/s$.

c. Determinare il raggio di curvatura.

d. Studiare la forma della traiettoria.

14) In prossimità della superficie terrestre un punto materiale di massa *m* viene lanciato con una velocità di modulo $\overrightarrow{v_0}$ diretta orizzontalmente. Determinare il raggio di curvatura ρ della traiettoria al momento del lancio.

15) In prossimità della superficie terrestre un punto materiale di massa *m* viene lanciato con una velocità di modulo $\vec{v} = v_0\vec{i} + v_0\vec{j}$ dove y è lasse verticale e x quello orizzontale. Determinare il raggio di curvatura ρ della traiettoria al momento del lancio.

16) Una particella si muove nel piano orizzontale *xy* con accelerazione $\vec{a} = K\vec{r}$ dove *K* è una costante positiva. Supponendo che all'istante *t*=0 essa si trovi nella posizione $\vec{r} = r_0\hat{i}$ e possieda velocità $\overrightarrow{v_0} = v_0\hat{j}$ determinare:

a. le equazioni orarie del moto;

b. le dimensioni della costante *K*.

17) Una particella si muove nel piano orizzontale *xy* con accelerazione $\vec{a} = 2K\vec{r}$ dove *K* è una costante positiva. Supponendo che all'istante *t*=0 essa si trovi nella posizione $\vec{r} = 2r_0\hat{j}$ e possieda velocità $\overrightarrow{v_0} = -v_0\hat{i}$ determinare:

a. le equazioni orarie del moto;

b. le dimensioni della costante *K*.

18) Un punto materiale P di massa M è fissato all'estremo di una molla di costante elastica K e lunghezza a riposo nulla. Inizialmente la molla è allungata di una quantità $\vec{r}_0 = x_0\vec{i}$, mentre il punto P possiede una velocità iniziale $\vec{v}_0 = v_0\vec{j}$. Determinare:

a. la velocità areolare del punto P in un istante generico durante il moto;
b. il raggio di curvatura della traiettoria nell'istante iniziale;
c. le equazioni orarie del moto.

I principi della dinamica

1) Sia dato un punto materiale P la cui posizione, rispetto ad un certo sistema di riferimento, è data dalla relazione $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$. Sul punto agiscono contemporaneamente le seguenti forze: $\overrightarrow{F_1} = Ax^2\hat{i} + Bx\hat{j} + Cz^3\hat{k}$; $\overrightarrow{F_2} = A\left(y^2 - x^2\right)\hat{i} + By\hat{j} + Dxyz^2\hat{k}$ e $\overrightarrow{F_3} = -Ay^2\hat{i} - B(x+y)\hat{j} + z^2(Cz - Dxy)\hat{k}$ dove *x*, *y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C e D sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C e D;
b. la forza $\overrightarrow{F_4}$ che deve essere applicata al punto P affinché stia in equilibrio;
c. il momento della forza $\overrightarrow{F_4}$ rispetto all'origine del sistema di assi.

2) Sia dato un punto materiale P la cui posizione, rispetto ad un certo sistema di riferimento, è data dalla relazione $\vec{r} = \hat{i} - \hat{k}$. Sul punto agiscono contemporaneamente le seguenti forze:
$\overrightarrow{F_1} = Axyz\hat{i} + Bx^2\hat{j} + Cyz\hat{k}$
$\overrightarrow{F_2} = -Ax^2y\hat{i} - Bx^2\hat{j} + Dy\hat{k}$ e
$\overrightarrow{F_3} = A\left(x^2y - xyz\right)\hat{i} - Az^3\hat{j} + y(Cz - D)\hat{k}$
dove *x*, *y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C e D sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C e D;
b. la forza $\overrightarrow{F_4}$ che deve essere applicata al punto P affinché stia in equilibrio;
c. il momento della forza $\overrightarrow{F_4}$ rispetto all'origine del sistema di assi.

3) Un punto materiale di massa M è soggetto all'azione delle seguenti tre forze:
$\vec{F}_1 = Axy\vec{i} + Bx^2\vec{j} + Cx^3\vec{k}$
$\vec{F}_2 = (Bx^2 - Axy)\vec{i} - B(x^2 + y^2)\vec{j} - (Cx^3 - Dz)\vec{k}$
$\vec{F}_3 = Bz^2\vec{i} - 2Dz\vec{k}$
dove *x*, *y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C, D sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D;
b. l'accelerazione cui è soggetto il punto materiale.
c. se nel punto P(0;0;1) il punto materiale possiede una velocità $\vec{v}_0(0;0;1) = v_0\vec{j}$, determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto P.

4) Un punto materiale di massa M è soggetto all'azione delle seguenti tre forze:
$\vec{F}_1 = Ax^3\vec{i} + By^2\vec{j} + Cz\vec{k}$
$\vec{F}_2 = B(x^2\vec{i} - y^2\vec{j} + z^2\vec{k})$
$\vec{F}_3 = Cx\vec{i} + Cy\vec{j} - \left(Cz + Bz^2\right)\vec{k}$
dove *x*, *y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C, D sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D;
b. l'accelerazione cui è soggetto il punto materiale;
c. se nel punto P(0;1;1) il punto materiale possiede una velocità $\vec{v}_0(0;1;1) = v_0\vec{j}$ determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto P.

5) Un punto materiale di massa M è soggetto all'azione delle seguenti tre forze:
$\vec{F}_1 = Ax\vec{i} + By^2\vec{j} + Cz^3\vec{k}$
$\vec{F}_2 = -Dx\vec{i} + B(x^2 - y^2)\vec{j} + Dz\vec{k}$
$\vec{F}_3 = Bx^2\vec{j}$
dove *x*, *y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C, D sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D;
b. l'accelerazione cui è soggetto il punto materiale;
c. se nel punto P(0;0;-1) il punto possiede una velocità $\vec{v}_0(0;0;-1) = v_0\vec{j}$ determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto P.

6) Un punto materiale di massa M è soggetto all'azione delle seguenti tre forze:
$\vec{F}_1 = A\vec{i} + By\vec{j} + Cy\vec{k}$
$\vec{F}_2 = Bx\vec{i} + (By - A)\vec{j} + Dz^2\vec{k}$
$\vec{F}_3 = Cx\vec{i} - 2By\vec{j} - Cy\vec{k}$
dove *x, y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C, D sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D;
b. l'accelerazione cui è soggetto il punto materiale;
c. se nel punto P(0;0;0) il punto possiede una velocità $\vec{v}_0(0;0;0) = v_0\vec{j}$ determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto P.

7) Sia dato un punto materiale di massa M soggetto all'azione delle seguenti tre forze:
$\vec{F}_1 = Ay^3\vec{i} + Bx^2\vec{j} - Cz\vec{k}$
$\vec{F}_2 = -Ay^3\vec{i} + Bx^2\vec{j} + Cz\vec{k}$
$\vec{F}_3 = \left(Dy^2 - 2Bx^2\right)\vec{j} + Ez^2\vec{k}$
dove *x, y* e *z* rappresentano le coordinate cartesiane e A, B, C, D, E sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D, E;
b. l'accelerazione del sistema;
c. se il valore della velocità del punto P(0;0;1) è dato da $\vec{v}_0(0;0;1) = v_0\vec{j}$ determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto P.

8) Date due forze $\vec{F}_1 = \left(-\vec{i} + \vec{j}\right)N$ e $\vec{F}_2 = \left(4\vec{i} + 3\vec{j}\right)N$ determinare la forza $\vec{F}_3$ che le equilibra. Calcolare il coseno dell'angolo compreso fra le forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$.

9) Un punto materiale di massa *m* si muove di moto rettilineo secondo l'equazione oraria $x(t) = kt^{\frac{2}{3}}$. Determinare il modulo della forza agente sul punto.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

10) Sia dato un punto materiale di massa m che si trova su di un piano in posizione (0; y_0) con velocità iniziale $\vec{v_0} = v_0\vec{i}$. Il punto è soggetto ad una forza data dall'espressione $\vec{F}(x;y) = -Ax^2\vec{j}$, dove A è una costante positiva. Determinare:

a. le dimensioni della costante A;
b. l'espressione del tempo in cui il punto interseca l'asse x.

11) Sia dato un punto materiale di massa m soggetto all'azione delle seguenti forze:
$\vec{F_1} = Ay^2\vec{i} + Bx\vec{j} + Cz^3\vec{k}$
$\vec{F_2} = -Ay^2\vec{j} + Dz\vec{k}$
$\vec{F_3} = -Ex\vec{i} + \left(Ay^2 - Bx\right)\vec{j} + Cz^3\vec{k}$
espresse in coordinate cartesiane, dove A, B, C, D sono costanti note. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D;
b. l'accelerazione del sistema ed il valore di questa nel punto P(1;1;0).
c. Se il valore della velocità nel punto P è dato da $\vec{v}(\mathrm{P}) = v_0\vec{j}$ determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto.

12) Un punto materiale di massa M si muove su un piano secondo le leggi orarie: $\begin{cases} x = A\cos\alpha t \\ y = A\sin\alpha t \end{cases}$
dove A, B e α sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche di A e α;
b. l'equazione della traiettoria;
c. il modulo della velocità del corpo;
d. l'espressione del vettore forza cui è soggetto il corpo in funzione di x e y.

13) Un corpo puntiforme di massa m si muove con velocità iniziale di modulo $\left|\vec{v}_0\right|$ su di un piano orizzontale scabro. Indicato con μ_d il coefficiente di attrito dinamico ricavare:

a. le equazioni orarie del moto;
b. il modulo della somma della reazione vincolare $\vec{R}$ e della forza di attrito dinamico;

c. l'espressione dello spazio che il corpo percorre prima di fermarsi.

14) Un punto materiale di massa M si muove su un piano secondo le leggi orarie: $\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = B\sin\omega t \end{cases}$ dove *A*, *B* e ω sono costanti positive. Determinare:

a. le dimensioni fisiche di *A*, *B* e ω;

b. l'equazione della traiettoria;

c. il modulo della velocità del corpo all'istante $t = \frac{\pi}{\omega}$;

d. l'espressione del vettore forza cui è soggetto il corpo in funzione di *x* e *y*.

15) Sia dato un punto materiale di massa m soggetto all'azione delle seguenti forze:
$\vec{F_1} = -Ax\vec{i} + By^2\vec{j} - Ex^2\vec{k}$
$\vec{F_2} = By^2\vec{j} + Cz\vec{k}$
$\vec{F_3} = Ax\vec{i} - Dy\vec{j} - Cz\vec{k}$
espresse in coordinate cartesiane, dove A, B, C, D, E sono costanti note. Determinare:

a. le dimensioni fisiche delle costanti A, B, C, D, E;

b. l'accelerazione del sistema ed il valore di questa nel punto P(0;1;0).

c. Se il valore della velocità nel punto P è dato da $\vec{v}(\mathrm{P}) = v_0\vec{j}$ determinare il raggio di curvatura della traiettoria nel punto.

16) Un corpo puntiforme di massa *m* risale, con velocità iniziale di modulo $\left|\vec{v}_0\right|$, un piano scabro inclinato di un angolo α. Indicato con μ_d il coefficiente di attrito dinamico ricavare:

a. le equazioni orarie del moto;

b. il modulo della somma della reazione vincolare $\vec{R}$ e della forza di attrito dinamico;

c. l'espressione dello spazio che il corpo percorre prima di fermarsi.

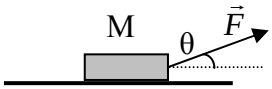
17) Date due forze $\vec{F}_1 = \left(2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}\right)N$ e $\vec{F}_2 = \left(-2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}\right)N$ determinare la forza $\vec{F}_3$ che le equilibra. Calcolare il coseno dell'angolo compreso fra le forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$.

18) Un punto materiale di massa *m* si muove con velocità di modulo costante *v* su di una circonferenza di raggio *r*. Determianre il modulo della forza agente sul punto.

Applicazione dei principi della dinamica

1) Una cassa di massa M=15 Kg è ferma su di una superficie orizzontale scabra, il coefficiente di attrito statico tra cassa e suolo è $\mu_S = \sqrt{3}$. Supponendo che sulla cassa agisca una forza costante F la cui direzione forma un angolo θ=30° con il piano orizzontale, determinare:

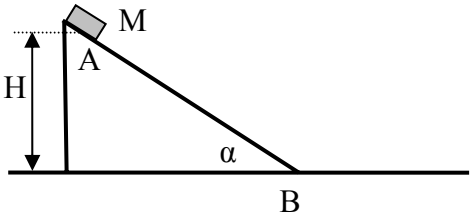
a. il valore di F per cui la cassa comincia a muoversi.
b. Il valore dell'angolo θ che minimizza la forza necessaria a spostare la cassa.



[a. F=147N; b. 60°]

2) Un mattone di massa M è appoggiato su di un piano scabro, raccordato nel punto B con un pavimento orizzontale scabro ed inclinato di un angolo α=30° rispetto ad esso (vedi figura). Il coefficiente di attrito dinamico è ovunque pari a $\mu_D = 1/(2 \cdot \sqrt{3})$. Supponendo che il mattone si trovi inizialmente in quiete ad una altezza H=9.8 m sul piano orizzontale (punto A), determinare:

a. la velocità massima V_M raggiunta dal mattone;
b. lo spazio totale percorso dal mattone prima di fermarsi;
c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto A

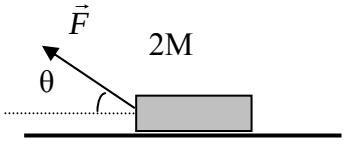


[a. 9.8 m/s; b. 36.6m; c. infinito]

3) Una cassa di massa 2M=20 Kg è ferma su di una superficie orizzontale scabra, il coefficiente di attrito statico tra cassa e suolo è $\mu_S = \sqrt{2}$. Supponendo che sulla cassa agisca una forza costante F la cui direzione forma un angolo θ=45° con il piano orizzontale, determinare:

a. il valore di F per cui la cassa comincia a muoversi.
b. Il valore dell'angolo θ che minimizza la forza necessaria a spostare la cassa.

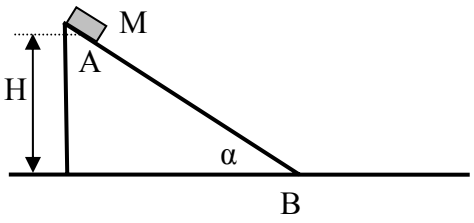
[a. F=162.5 N; b. 54.7°]



Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

4) Un mattone di massa M è appoggiato su di un piano scabro, raccordato nel punto B con un pavimento orizzontale scabro ed inclinato di un angolo α=60° rispetto ad esso (vedi figura). Il coefficiente di attrito dinamico è ovunque pari a $\mu_D = \sqrt{3}/2$.



Supponendo che il mattone si trovi inizialmente in quiete ad una altezza H=9.8 m sul piano orizzontale (punto A), determinare:

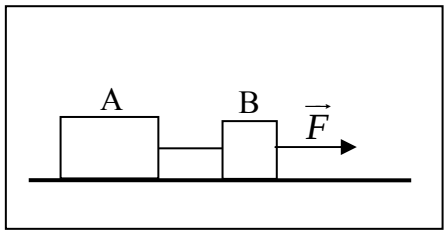
a. la velocità massima V_M raggiunta dal mattone;
b. lo spazio totale percorso dal mattone prima di fermarsi;
c. il raggio di curvatura della traiettoria nel punto A

[a. 9.8 m/s; b. 17 m; c. infinito]

5) Siano dati due pendoli matematici di lunghezza L cui sono appese rispettivamente una massa m_1=M ed una m_2=2M. Determinare i periodi T_1 e T_2 dei due pendoli ed il rapporto $R = R_1/R_2$ tra le tensioni massime dei due fili (si assuma che le condizioni iniziali dei due pendoli siano le stesse).

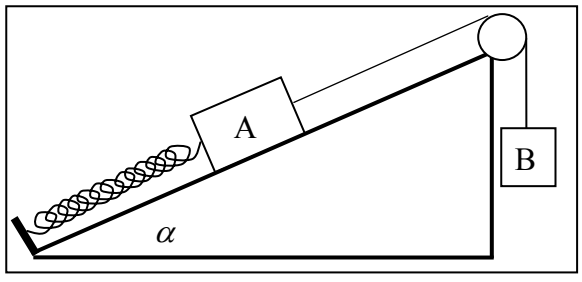
[$T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; R=1/2]

6) Due casse A e B di massa rispettivamente m_A=10Kg e m_B=5Kg, collegate da una fune inestensibile e di massa trascurabile, sono appoggiate su un piano orizzontale. La cassa B viene trainata con una forza di intensità F=60N parallela al piano (vedi figura). Si calcoli l'accelerazione delle due casse e la tensione della fune nel caso in cui:



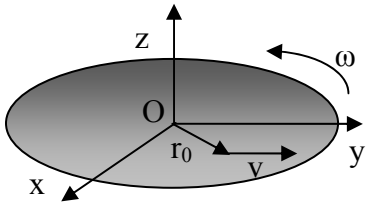
a. il piano sia liscio;
b. il piano sia scabro ed i coefficienti di attrito dinamico fra il piano e le casse siano rispettivamente $\mu_A = 0.1$ e $\mu_B = 0.3$

7) Due blocchi A e B di massa rispettivamente m_A=1Kg e m_B=4Kg, sono collegati da una fune inestensibile e di massa trascurabile. Il blocco A appoggia su un piano inclinato di un angolo α=30° rispetto all'orizzontale (vedi figura). Trascurando gli attriti calcolare l'accelerazione del blocco A. Supponendo che il mobile A sia collegato ad una molla di costante elastica k=49N/m e lunghezza a riposo nulla, fissata all'altra estremità ad un sostegno, e che l'intero sistema sia fermo, si ricavi l'allungamento della molla.



Dinamica nei sistemi di riferimento non inerziali

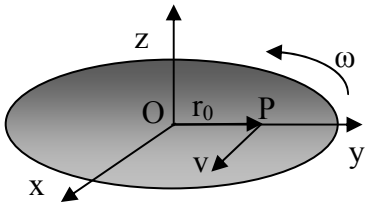
1) Un punto materiale P di massa m si muove su una piattaforma circolare di raggio R che ruota con velocità angolare $\omega = \dot{\omega}_0 t \cdot \hat{k}$ attorno all'asse verticale passante per il suo centro O; rispetto ad un sistema di riferimento solidale con la piattaforma e con origine nel centro O, il punto P si muove con velocità $v = v_0 \hat{j}$ ($\dot{\omega}_0$ e v sono costanti, t è il tempo). Se al tempo $t=t_0$ il punto P si trova nel punto r_0 di coordinate $x_0=y_0=R/2$, scrivere le espressioni:



a. della forza di Coriolis
b. della forza centrifuga e di quella di trascinamento.

[a. $F_{co}(t_0) = -ma_{co}(t_0) = -(m\dot{\omega}_0 t_0 v_0)\hat{i}$; b. $F_{cent}(t_0) = -F_{tr}(t_0) = \frac{R}{2} m\dot{\omega}_0^2 t_0^2 \hat{r}_0$]

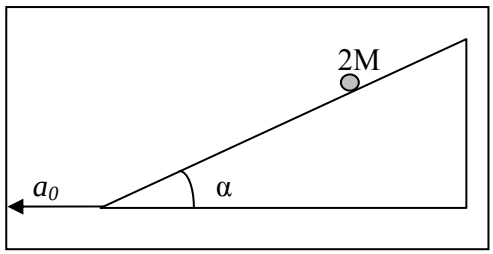
2) Un punto materiale P di massa m si muove su una piattaforma circolare di raggio R che ruota con velocità angolare $\omega = 2\dot{\omega}_0 t \cdot \hat{k}$ attorno all'asse verticale passante per il suo centro O; rispetto ad un sistema di riferimento solidale con la piattaforma e con origine nel centro O, il punto P si muove con velocità $v = v_0 \hat{i}$ ($\dot{\omega}_0$ e v sono costanti, t è il tempo). Se al tempo $t=t_0$ il punto P si trova nel punto r_0 di coordinate $x_0=0$ e $y_0=R/2$, scrivere le espressioni:



a. della forza di Coriolis
b. della forza centrifuga e di quella di trascinamento.

[a. $F_{co}(t_0) = -ma_{co}(t_0) = -(2m\dot{\omega}_0 t_0 v_0)\hat{j}$; b. $F_{cent} = -F_{tr} = 2m\dot{\omega}_0^2 t_0^2 R\hat{i}$]

3) Un punto materiale di massa 2M è appoggiato su di un cuneo privo di attrito che forma un angolo α con il piano orizzontale. Il cuneo si trova in prossimità della superficie terrestre e si muove di moto uniformemente accelerato rispetto ad un riferimento inerziale, accelerazione di modulo pari ad a_0. Inizialmente il punto è fermo rispetto al cuneo, determinare:

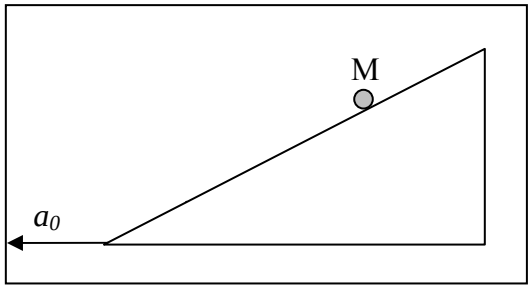


a. l'espressione della forza di trascinamento agente inizialmente sul punto;
b. l'espressione della forza di Coriolis agente inizialmente sul punto;
c. il valore dell'accelerazione a_0 per cui il punto rimane fermo rispetto al cuneo.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

4) Un punto materiale di massa M è appoggiato su di un cuneo privo di attrito che forma un angolo α con il piano orizzontale (vedi figura). Il cuneo si trova in prossimità della superficie terrestre e si muove di moto uniformemente accelerato rispetto ad un riferimento inerziale, accelerazione di modulo pari ad a_0. Inizialmente il punto è fermo rispetto al cuneo, determinare:



a. il valore della reazione vincolare N inizialmente agente sul punto, espressa in funzione di a_0;

b. l'espressione della forza di Coriolis agente inizialmente sul punto; il valore dell'accelerazione a_0 per cui il punto rimane fermo rispetto al cuneo.

5) Un punto materiale di massa 2M si muove su di un piano orizzontale liscio solidale ad un sistema di riferimento non inerziale che non trasla, ma che ruota con velocità angolare ω costante (attorno ad un asse perpendicolare che passa dall'origine del sistema di riferimento). Supponendo che il punto parta dall'origine del sistema di assi con velocità $\vec{v}_0 = v_0 \vec{j}$ ed arrivi in un punto generico P di posizione $\vec{r}_P = x_P \vec{i} + y_P \vec{j} + z_P \vec{k}$, determinare:

a. il lavoro totale compiuto dalla forza di Coriolis agente sul punto;

b. il lavoro totale compiuto dalla forza Centrifuga agente sul punto;

c. il valore del modulo V_P della velocità nel punto P.

6) Un punto materiale di massa 4M si muove su di un piano orizzontale liscio solidale ad un sistema di riferimento non inerziale che non trasla, ma che ruota con velocità angolare 2ω costante (attorno ad un asse perpendicolare che passa dall'origine del sistema di riferimento). Supponendo che il punto parta dall'origine del sistema di assi con velocità $\vec{v}_0 = 2v_0 \vec{j}$ ed arrivi in un punto generico P di posizione $\vec{r}_p = x_p \vec{i} + y_p \vec{j}$, determinare:

a. il lavoro totale compiuto dalla forza di Coriolis agente sul punto;

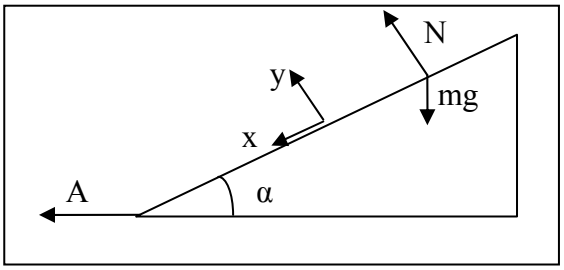
b. il lavoro totale compiuto dalla forza Centrifuga agente sul punto;

c. il valore del modulo V_P della velocità nel punto P

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

7) Un punto materiale P di massa m poggia su un piano inclinato privo di attrito che forma un angolo α con il piano orizzontale. Il piano inclinato si muove di moto uniformemente accelerato, (vedi figura) rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, con accelerazione in modulo pari ad A. Inizialmente il punto P è fermo.



a. Calcolare l'espressione della forza di trascinamento cui è soggetto il punto materiale.
b. Calcolare l'espressione della forza centrifuga e di quella di Coriolis.
c. Calcolare il valore della reazione vincolare N in funzione di A.
d. Calcolare il valore dell'accelerazione A per cui il punto P rimane fermo rispetto al piano inclinato.

8) Un punto materiale P di massa m è appoggiato su una piattaforma orizzontale priva di attrito, ruotante con velocità angolare ω attorno ad un asse verticale. Sotto l'effetto della forza centrifuga il punto P si sposta dal centro verso la periferia del disco.

a. Calcolare il lavoro della forza centrifuga quando P passa dalla distanza r1 alla distanza r2 dall'asse di rotazione.
b. Trovare l'energia potenziale della forza centrifuga.
c. Mostrare che il lavoro della forza centrifuga è uguale alla variazione dell'energia cinetica di P nel sistema di riferimento inerziale, rispetto al quale la piattaforma è ruota.
d. Scrivere le componenti intrinseche dell'accelerazione e discuterne il significato.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

Domande aperte:

1) Enunciare e commentare il primo principio della dinamica.

2) Enunciare e commentare il principio di relatività Galileiana.

3) Enunciare e discutere il terzo principio della Meccanica.

4) Enunciare e discutere il secondo principio della Meccanica.

5) Descrivere e discutere le componenti intrinseche dell'accelerazione.

6) Si definiscano sinteticamente i concetti di velocità e di accelerazione di trascinamento nel problema del cambiamento del sistema di riferimento e se ne specifichi l'espressione generale.

7) Si discutano brevemente e si definiscano i sistemi di riferimento nei quali vale il primo principio della dinamica.