Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

Lavoro ed Energia

1) In una certa regione di spazio sono presenti i due forze $\vec{F}_1 = K_1x^2\vec{i} + K_1xy\vec{j} + K_1xz\vec{k}$ e $\vec{F}_2 = K_2x\vec{i} + K_2y\vec{k}$. Determinare:

a. il gradiente della grandezza $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.

b. le dimensioni delle costanti K_1 e K_2.

[a. $\vec{\nabla}(\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2) = (3K_1K_2x^2 + K_1K_2yz)\,\hat{i} + K_1K_2xz\,\hat{j} + K_1K_2xy\,\hat{k}$; b. $[K_1] = \frac{M}{LT^2}$ $[K_2] = \frac{M}{T^2}$]

2) In una certa regione di spazio sono presenti i due forze $\vec{F}_1 = K_1xy\vec{j} + K_2z\vec{k}$ e $\vec{F}_2 = K_3xy^3\vec{i} + K_1xy\vec{j} + K_1xy\vec{k}$. Determinare:

a. il gradiente della grandezza $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.

b. le dimensioni delle costanti K_1, K_2 e K_3.

[a. $\vec{\nabla}(\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2) = (2K_1^2y^2x + K_1K_2yz)\,\hat{i} + (2K_1^2x^2y + K_1K_2xz)\,\hat{j} + K_1K_2xy\,\hat{k}$;
b. $[K_1] = \frac{M}{LT^2}$; $[K_2] = \frac{M}{T^2}$; $[K_3] = \frac{M}{L^2T^2}$]

3) In una certa regione di spazio sono presenti i due forze $\vec{F}_1 = K_1x\vec{i} + K_1y\vec{j} + K_1z\vec{k}$ e $\vec{F}_2 = K_2z\vec{i} + K_2y\vec{j} + K_2x\vec{k}$. Determinare:

a. il gradiente della grandezza $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.

b. le dimensioni delle costanti K_1 e K_2.

4) In una certa regione di spazio sono presenti i due forze $\vec{F}_1 = K_1x\vec{j} + K_2yz\vec{k}$ e $\vec{F}_2 = K_3xy^2\vec{i} + K_2xy\vec{j} + K_1x\vec{k}$. Determinare:

a. il gradiente della grandezza $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.

b. le dimensioni delle costanti K_1, K_2 e K_3.

5) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -a(3x^2\hat{i} + 3z^2\hat{j} + 6yz\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.
[Il campo è conservativo; V(x,y,z) = $ax^3 + 3az^2y + \cos t$]

6) In una certa regione di spazio vuota sono presenti due forze $\vec{F}_1 = Ay^2\vec{i} + Axz\vec{k}$ e $\vec{F}_2 = 3By^2z\vec{j} + By^3\vec{k}$. Determinare:

a. il gradiente della grandezza $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$,

b. quale delle due forze è una conservativa e la corrispondente energia potenziale.

[a. $\vec{\nabla}(\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2) = ABzy^3\hat{i} + 3ABxzy^2\hat{j} + ABxy^3\hat{k}$; b. F_2 è conservativa, F_1 no. $U_{F2} = Bzy^3$]

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

7) Un campo di forza è dato dall' espressione $\vec{F} = Kyz^2\vec{i} + Kxz^2\vec{j} + 2Kxyz\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale imponendo che si annulli nel punto (1,1,1).

8) Un campo di forza è dato dall' espressione $\vec{F} = 2Ky^2z\vec{i} + 4Kxyz\vec{j} + 2Kxy^2\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale imponendo che si annulli nel punto (0,0,1).

9) Un campo di forza è dato dall' espressione $\vec{F} = 6Kxyz\vec{i} + 3Kx^2z\vec{j} + 3Kx^2y\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale imponendo che si annulli nel punto (1,1,1).

10) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x;y;z) = 3Ax^2yz^2\vec{i} + Ax^3z^2\vec{j} + 2Ax^3yz\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

11) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x;y;z) = (2B - Ay^2z)\vec{i} - 2Axyz\vec{j} - Axy^2\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

12) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x;y;z) = -Ayz\vec{i} + (2By - Axz)\vec{j} - Axy\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

13) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x;y;z) = -Ay^2\vec{i} + 2Axy\vec{j} + B\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

14) Un oggetto puntiforme di massa m = 1Kg si muove, partendo da fermo nel punto di coordinate (0,0,1m), all'interno del campo di forze conservativo $\vec{F}(x,y,z) = A(xy^2\hat{i} + x^2y\,\hat{j})$, essendo A=1N/m^3. Calcolare il modulo della velocità dell'oggetto quando esso raggiunge il punto di coordinate P = (2,1,0), sapendo che le forze non conservative hanno compiuto lavoro complessivamente nullo.
[| v_f | = 2 m/s]

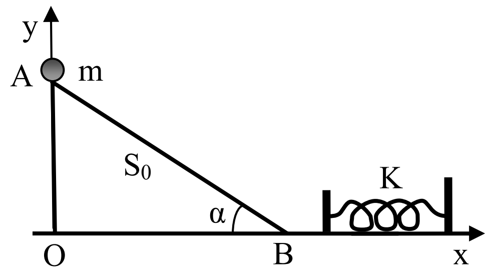
15) Scrivere le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa m posto in un campo di forze che ha per energia potenziale $V(x,y,z) = -\alpha z^2$, sapendo che all'istante $t = 0$ il punto si trova in $(0,0,z_0)$ con velocità $\vec{v}_0 = v_0\hat{i}$.

[$\begin{cases} x(t) = & v_0 t \\ z(t) = & z_0\cos(\omega t) \end{cases} \quad \omega = \sqrt{\dfrac{2a}{m}}$]

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

16) Un punto materiale di massa m scivola lungo un piano liscio inclinato di un angolo rispetto all'orizzontale. Il punto materiale parte da fermo da un'altezza $h = s_0 \sin\alpha$ (s_0 è la lunghezza del piano inclinato). Oltre alla forza peso, lungo il piano inclinato agisce una forza $\vec{F} = \beta\vec{i}$ costante e diretta orizzontalmente. Giunto in fondo al piano inclinato nel punto B, il punto materiale (non più soggetto alla forza) continua a scivolare lungo un tratto di piano orizzontale e va a comprimere una molla di massa trascurabile e costante elastica K.



a. Verificare se la forza F è conservativa e calcolare eventualmente l'espressione dell'energia potenziale ad essa associata.
b. Determinare l'espressione della velocità V con cui il punto materiale raggiunge la molla.
c. Determinare l'espressione della massima compressione D subita dalla molla.

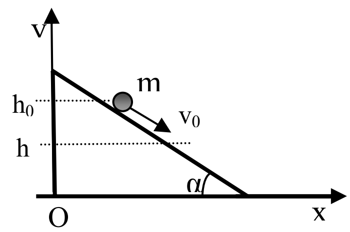
[a. La forza è conservativa; U = $-\beta x$;

b. $\vec{v} = \sqrt{2s_0(g\sin\alpha + \frac{\beta}{m}\cos\alpha)}\hat{i}$; c. $\Delta x = \sqrt{2s_0\frac{k}{m}(g\sin\alpha + \frac{\beta}{m}\cos\alpha)}$]

17) Un punto materiale di massa m = 1 Kg si muove nello spazio sotto l'azione del campo di forze conservativo $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$[α=0.3N] e di altre forze; esso parte dalla posizione di coordinate P_1=(1,2,0)m da fermo ($\vec{v}_1 = \vec{0}$) e arriva, seguendo una traiettoria rettilinea, nella posizione di coordinate P_2=(2,3,1)m con velocità $\vec{v}_2 = (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})m/s$ m/s. Determinare:
a. il lavoro compiuto dalla forza F;
b. il lavoro compiuto dalle altre forze agenti sul punto.

[a. L_F = 0.9 J; b. F_{others}=0.6 J]

18) Un punto materiale di massa *m* scivola lungo un piano liscio inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale.Oltre alla forza peso, lungo il piano inclinato agisce una forza $\vec{F} = -\beta\vec{i}$ costante e diretta orizzontalmente con β=2mg. Il punto materiale parte con velocità $v_0 = \sqrt{2g(h_0 - h_1)}$ da un'altezza *h₀* e si arresta ad un'altezza h_1 <h_0.



a. Verificare se la forza $\vec{F}$ è conservativa e calcolare eventualmente l'espressione dell'energia potenziale ad essa associata.
b. Determinare l'espressione del lavoro compiuto dalla risultante delle forze sul punto materiale.
c. Determinare il valore dell'angolo α.

[a. F è conservativa, $U = \beta x$; b. L_{tot}= $-\frac{1}{2}m(2g(h_0 - h_1)$; c. 45°]

Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

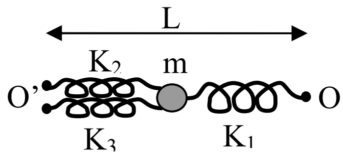
Prof. Antonio Zoccoli

19) Un punto materiale di massa m = 1Kg si muove nello spazio sotto l'azione del campo di forze conservativo $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ [α=0.4 N] e di altre forze; esso parte dalla posizione di coordinate $P_1 = (4,2,1)\,\mathrm{m}$ e arriva, seguendo un moto rettilineo uniforme, nella posizione di coordinate $P_2 = (3,1,1)\,\mathrm{m}$. Determinare:

a. il lavoro compiuto dalla forza $\vec{F}$;
b. il lavoro compiuto dalle altre forze agenti sul punto.

20) Scrivere le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa *m* posto in un campo di forze che ha per energia potenziale $V(x,y,z) = -\alpha z^2$, sapendo che all'istante $t = 0$ il punto si trova in $(0,0,z_0)$ con velocità $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$.

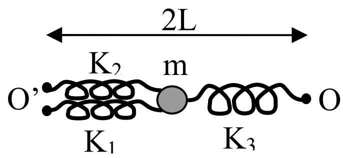
21) Un punto materiale di massa m giace fermo su di un piano liscio, vincolato a 3 molle di costanti elastiche K_1=K_2=K_3=K e lunghezza a riposo nulla (vedi figura). Il secondo estremo delle molle è vincolato nei punti O ed O', distanti L l'uno dall'altro. Determinare:



a. l'allungamento della molla 1;
b. l'energia immagazzinata nel sistema.
c. Se istantaneamente viene tagliata la molla 1, determinare il periodo di oscillazione del sistema.

[a. $\frac{2}{3}L$; b. $E = \frac{1}{3}kL^2$; c. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2K}}$]

22) Un punto materiale di massa m giace fermo su di un piano liscio, vincolato a 3 molle di costanti elastiche K_1=K_2=2K e K_3=3K e lunghezza a riposo nulla (vedi figura). Il secondo estremo delle molle è vincolato nei punti O ed O', distanti 2L l'uno dall'altro. Determinare:



a. la distanza da O' del punto materiale;
b. l'energia immagazzinata nel sistema.
c. Se istantaneamente viene tagliata la molla 3, determinare il periodo di oscillazione del sistema.

23) Scrivere le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa *m* posto in un campo di forze che ha per energia potenziale $V(x,y,z) = -\alpha(x^2 + y^2)$, sapendo che all'istante $t = 0$ il punto si trova in $(0,0,z_0)$ con velocità $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$.

24) Un campo di forza è dato dall'espressione $\vec{F} = 3Kx^2\vec{i} + 2Kz^2\vec{j} + 4Kyz\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale.

25) Un campo di forza è dato dall' espressione $\vec{F} = 2Kxyz\vec{i} + Kx^2z\vec{j} + 3Kz^2\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l'energia potenziale.).

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

26) Un campo di forza è dato dall' espressione $\vec{F} = 3Kx^2y^2z\vec{i} + 2Kx^3yz\vec{j} + Kx^3y^2\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l'energia potenziale imponendo che si annulli nel punto (2,1,0).

27) Un campo di forza è dato dall' espressione $\vec{F} = 4Kyz\vec{i} + 4Kxz\vec{j} + 4Kxy\vec{k}$ con K costante positiva. Determinare le dimensioni di K. Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale imponendo che si annulli nel punto (1,0,0).

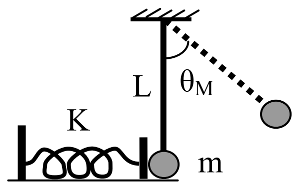
28) Un punto materiale di massa m possiede un'accelerazione data dall'espressione $\vec{a} = \frac{1}{m}\left[\left(B - Ayz^2\right)\vec{i} - Axz^2\vec{j} - 2Axyz\vec{k}\right]$. Se nel punto P(0;1;1) esso possiede una velocità $\vec{v}(\mathrm{P}) = v_0\vec{i}$ determinare:

a. le dimensioni delle costanti A e B;

b. il raggio di curvatura ρ della traiettoria nel punto P.

c. Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

29) Un pendolo composto da punto materiale di massa m, attaccato ad un filo inestensibile di lunghezza L e massa trascurabile, è inizialmente fermo appoggiato ad una molla di costante elastica K (vedi figura). All'istante iniziale, la molla, che era compressa di una lunghezza D, viene lasciata libera di allungarsi. Determinare:



a. l'angolo massimo θ_M raggiunto dal pendolo;

b. la tensione del filo nel punto di massima altezza;

c. la tensione iniziale del filo (prima che la molla si allunghi).

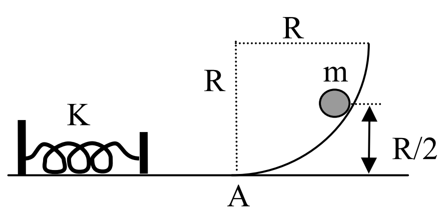
[a. $\theta_M = 2\arcsin\left(\frac{D}{2}\sqrt{\frac{K}{mgL}}\right)$; b. $T = mg\cos\theta_M$; c. T = 0]

30) Un punto materiale di massa m è inizialmente fermo su di un profilo circolare liscio di raggio R ad una altezza H=R/2 rispetto al piano orizzontale. Scendendo lungo il profilo il punto incontra in A un piano orizzontale liscio su cui è vincolata una molla di costante elastica K, inizialmente a riposo. Determinare:

a. le componenti tangenziale (a_T) e centripeta (a_N) dell'accelerazione del punto nel punto iniziale ;

b. la reazione vincolare nel punto A;

c. la compressione massima della molla.



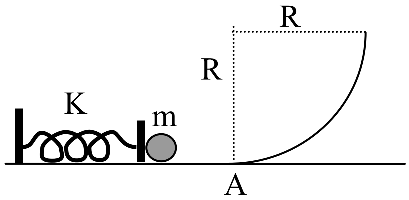
[a. $a_T = 0$, $a_N = \frac{\sqrt{3}}{2}g$; b. N = mg; c. $D = \sqrt{\frac{mg}{K}}$]

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

31) Un punto materiale di massa m è inizialmente fermo su di un piano orizzontale liscio appoggiato ad una molla. La molla, di costante elastica K e lunghezza a riposo nulla, è inizialmente compressa di una lunghezza D. Dopo aver lasciato la molla il punto incontra in A un profilo circolare di raggio R su cui inizia a salire.
Determinare:

a. le componenti tangenziale (a_T) e centripeta (a_N) dell'accelerazione del punto A;
b. la massima altezza raggiunta dal punto materiale;
c. la reazione vincolare nel punto di massima altezza.



32) Un' astronave si muove in una regione di spazio in cui agisce il campo di forze $\vec{F}(\vec{r}) = \alpha|\vec{r}|^2\,\vec{r}$, dove $\vec{r}$ è il vettore posizione rispetto ad un centro di forza O e α una costante. L'astronave, assimilabile ad un corpo puntiforme di massa m, si sposta lungo una traiettoria rettilinea dal punto A(2;0;0) al punto B(0;0;1) rispetto ad O. Dimostrare che il campo $\vec{F}$ è conservativo e calcolare in funzione di α il lavoro da esso compiuto sull'astronave.

33) Un punto materiale di massa m possiede un'accelerazione data dall'espressione $\vec{a} = \frac{1}{m}\left[2(Bx - Axyz)\vec{i} - Ax^2z\,\vec{j} - Ax^2y\,\vec{k}\right]$. Se nel punto P(1;0;1) esso possiede una velocità $\vec{v}(\mathrm{P}) = -v_0\vec{i}$ determinare:

a. le dimensioni delle costanti *A* e *B*;
b. il raggio di curvatura ρ della traiettoria nel punto P.
c. Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

Urti

1) Due sfere di plastilina di ugual massa m = 1 kg vengono, una dopo l'altra, lanciate da terra (y = 0) verso l'alto lungo la stessa verticale e con la stessa velocità iniziale di modulo 20 m/s. I due lanci avvengono agli istanti t_1=0s e t_2=2s All'istante t_U si verifica un urto istantaneo e totalmente anelastico. Calcolare:

a. l'istante t_U dell'urto [3.0 s];
b. l'altezza y_U alla quale si verifica l'urto [15.5 m];
c. le velocità V_1 e V_2 delle due sfere subito prima dell'urto [v_1= -9.8 m/s; v_2=9.8 m/s];
d. la velocità V_F del sistema subito dopo l'urto [v_F = 0];
e. l'accelerazione A del sistema subito dopo l'urto [A=g];
f. l'energia ΔE dissipata nell'urto [96.0 J];
g. l'istante t_F della ricaduta a terra [4.8 s].

2) Quattro punti materiali rispettivamente di massa M_1= 2m, M_2=m, M_3=2m, M_4=m si muovono su di un piano orizzontale liscio con velocità $\vec{V}_1 = V_0\vec{i}$, $\vec{V}_2 = -6V_0\vec{j}$, $\vec{V}_3 = 3V_0\vec{j}$ e $\vec{V}_4 = -V_0\vec{i}$. Supponendo che ad un certo istante i quattro punti si urtino in modo completamente anelastico determinare:

a. la velocità finale del sistema dopo l'urto;
b. l'energia rilasciata nell'urto.

[a. $\vec{V}_{fin} = \frac{1}{6}V_0\hat{i}$; b. $\Delta E = 28.4\, mV_0^{\,2}$]

3) Quattro punti materiali rispettivamente di mass M_1=m, M_2=3m, M_3=2m, M_4=m si muovono su di un piano orizzontale liscio con velocità $\vec{V}_1 = -2V_0\vec{i}$, $\vec{V}_1 = V_0\vec{j}$, $\vec{V}_3 = V_0\vec{i}$ e $\vec{V}_4 = -3V_0\vec{j}$. Supponendo che ad un certo istante i quattro punti si urtino in modo completamente anelastico determinare:

a. la velocità finale del sistema dopo l'urto;
b. l'energia rilasciata nell'urto.

4) Tre punti materiali rispettivamente di masse m_1=2M, m_2=2M ed m_3=M, si muovono su di un piano orizzontale liscio con velocità $\vec{v}_1 = V_0\vec{i}$, $\vec{v}_2 = -2V_0\vec{j}$ e $\vec{v}_3 = -2V_0\vec{i}$. Supponendo che i tre punti si urtino in modo completamente anelastico, determinare:

a. l'espressione della velocità $\vec{v}_{CM}$ del centro di massa del sistema dopo l'urto;
b. L'energia ΔE rilasciata nell'urto.

5) Tre punti materiali rispettivamente di masse m_1=M, m_2=2M ed m_3=3M, si muovono su di un piano orizzontale liscio con velocità $\vec{v}_1 = -2V_0\vec{i}$, $\vec{v}_2 = -2V_0\vec{j}$ e $\vec{v}_3 = V_0\vec{i}$. Supponendo che i tre punti si urtino in modo completamente anelastico, determinare:

a. l'espressione della velocità $\vec{v}_{CM}$ del centro di massa del sistema dopo l'urto;
b. L'energia ΔE rilasciata nell'urto.

Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

6) Tre punti materiali rispettivamente di masse m_1=2M, m_2=2M ed m_3=M, si muovono su di un piano orizzontale liscio con velocità $\vec{v}_1 = V_0\vec{i}$, $\vec{v}_2 = -2V_0\vec{j}$ e $\vec{v}_3 = -2V_0\vec{i}$. Supponendo che i tre punti si urtino in modo completamente anelastico, determinare:

a. l'espressione della velocità $\vec{v}_{CM}$ del centro di massa del sistema dopo l'urto;
b. L'energia ΔE rilasciata nell'urto.

7) Tre punti materiali di massa m_1=M, m_2=2M, m_3=3M, si muovono su di un piano orizzontale liscio rispettivamente con velocità $\vec{v}_1 = v_0\vec{i}$, $\vec{v}_2 = v_0\vec{j}$ e $\vec{v}_3 = 2v_0\vec{k}$. Supponendo che ad un certo istante essi si urtino in modo perfettamente anelastico, determinare:

a. la velocità finale del sistema;
b. l'energia ΔE rilasciata nell'urto.

8) Un punto materiale di massa pari a 3M si muove su di un piano orizzontale liscio con velocità $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{i}$. Ad un certo istante il punto esplode e si suddivide in due parti rispettivamente di massa m_1=2M, m_2=M. Supponendo che dopo l'urto il punto 1 si muova con velocità $\vec{v}_1 = v_0\vec{j}$, determinare:

a. la velocità del punto 2 dopo l'urto;
b. l'energia ΔE rilasciata nell'esplosione.

9) Due punti materiali di massa m_1=M, m_2=2M, si muovono su di un piano orizzontale liscio rispettivamente con velocità $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{i}$, $\vec{v}_2 = v_0\vec{i}$. Supponendo che ad un certo istante essi si urtino in modo perfettamente elastico e che dopo l'urto continuino a muoversi lungo l'asse *x*, determinare:

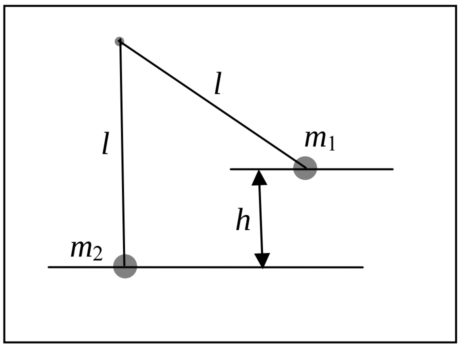
a. la quantità di moto finale del sistema;

b. le quantità di moto del punto 1 dopo l'urto.

10) Due punti materiali di massa m_1=2M, m_2=M, si trovano su di un piano orizzontale liscio il punto 1 si muove con velocità $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{i}$, mentre il punto2 è fermo. Supponendo che ad un certo istante essi si urtino in modo perfettamente elastico e che dopo l'urto entrambi si muovano lungo l'asse *x*, determinare:

a. la quantità di moto finale del sistema;
b. le quantità di moto del punto 1 dopo l'urto.

11) Due sferette puntiformi di masse m_1 e m_2 immerse nel campo di gravità $\vec{g}$ sono collegate ad uno stesso punto fisso O attraverso due fili flessibili in estensibili, entrambi di lunghezza l e massa trascurabile (vincoli ideali). Inizialmente la sferetta m_2 è in posizione di equilibrio stabile, mentre un fermo trattiene la sferetta m_1 con un filo teso ad una quota h rispetto alla posizione di m_2 (vedi figura). In seguito, il fermo viene rilasciato e m_1 va a urtare m_2. Nell'ipotesi che l'urto sia istantaneo e completamente anelastico, calcolare:



a. il modulo di v_1 della velocità con cui m_1 urta m_2;

b. la quota massima h' raggiunta dal sistema dopo l'urto e la perdita di energia cinetica.

Gravitazione

1) Un sistema binario è composto da due stelle rispettivamente di massa M_1 ed M_2 che si trovano ad una distanza D l'una dall'altra. Un pianeta di massa m si trova lungo la congiungente le due stelle. Calcolare la distanza X dalla stella 1 per cui la forza risultante agente sul pianeta è nulla. Calcolare inoltre l'energia potenziale totale del pianeta in tale posizione.

2) Qual è il rapporto tra i periodi di rivoluzione di due satelliti artificiali che ruotano su orbite circolari rispettivamente a distanza h_1 = 0.1R (R = raggio terrestre) e a distanza h_2 = 1.2R dalla superficie terrestre? Quanto valgono inoltre:

a. il rapporto tra le energie potenziali gravitazionali dei due satelliti?
b. il rapporto tra le loro energie cinetiche?.

3) Un satellite artificiale di massa m ruota attorno alla Luna (massa M_L) su di un'orbita circolare di raggio R. Determinare il modulo la velocità V_0 con cui il satellite si muove.Se ad un certo istante il satellite si trova sulla congiungente tra terra e luna ad una distanza 10R dalla terra e ricordando che M_T =10 M_L determinare:
a. la forza totale cui è soggetto il satellite;
b. l'energia che bisogna fornire al satellite affinché sfugga dall'attrazione gravitazionale di terra e luna.

4) Un satellite di massa m si muove su di un'orbita circolare di raggio R attorno alla terra (massa M_T). Determinare:
a. l'espressione del periodo di rotazione del satellite;
b. la quantità di energia ΔE che è necessario fornire al satellite affinché possa muoversi su di un'orbita di raggio 2R.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

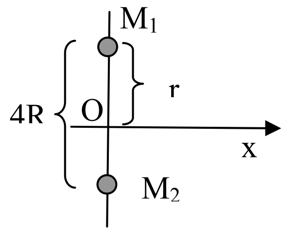
Prof. Antonio Zoccoli

5) Un satellite di massa 2m si muove su di un'orbita circolare di raggio R attorno alla terra (massa M_T). Determinare:

a. l'espressione della velocità angolare ω del satellite;
b. la quantità di energia ΔE che è necessario fornire al satellite affinché possa muoversi su di un'orbita di raggio 4R.

6) Siano dati due corpi di massa M_1=M ed M_2=4M. Il corpo 1 dista r dal punto O, mentre la distanza tra i due corpi è pari a 4R (vedi figura). Determinare:

a. il lavoro necessario a portare un corpo di massa m dall'infinito al punto O;
b. il valore che deve assumere r affinché il corpo di massa m sia in equilibrio (mantenendo la distanza tra i corpo 1 e 2 pari a 4R).



7) Due corpi puntiformi A e B entrambi di massa M occupano due posizioni fisse disanti 2*d* l'una dall'altra. Nel punto P giacente sull'asse del segmento AB a distanza *r* da A e da B si trova, inizialmente ferma, una massa puntiforme *m*. Determinare:

a. l'accelerazione di *m* nel punto P;
b. le distanze da A e da B del punto in cui la traiettoria di *m* interseca il segmento AB;
c. la velocità di *m* nel punto specificato in b).

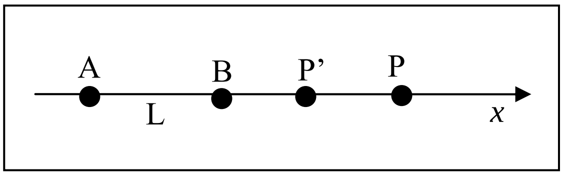
8) Due corpi puntiformi A e B, di massa rispettivamente M e 2M, si trovano in quiete su un piano orizzontale liscio, attaccati luno all'altro tramite una molla di costante elastica K, lunghezza a riposo l_0 e massa trascurabile. Inizialmente la molla è tenuta compressa di un tratto Δl mediante un filo sottile (di massa nulla) che conentte le due masse. Successivamente il filo viene tagliato. Determinare:

a. il legame tra le velocità dei due corpi ad ogni istante;
b. l'espressione del modulo della massima velocità del corpo A;
c. l'espressione del modulo della massima velocità del corpo B.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

9) Due corpi puntiformi A e B entrambi di massa rispettivamente M, occupano due posizioni fisse dello spazio distanti L l'una dall'altra. Determinare:

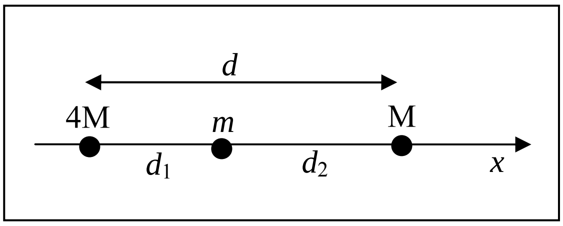


a. la forza gravitazionale cui è sottoposta una sferetta di massa m, considerata puntiforme, che si trova nel punto P indicato in figura, a distanza x_P da A;

b. la velocità acquistata dalla sferetta dopo che, essendo partita da P in quiete, sotto l'effetto del campo gravitazionale si è spostata di un tratto $S < x_P - L$ raggiungendo il punto P' di coordinata $x_{P'}$;

c. la velocità del baricentro del sistema costituito dalle tre masse (M, M, m) quando la sferetta ha raggiunto il punto P'.

10) Siano dati due corpi puntiformi A e B di massa rispettivamente 4M e M, fissati a distanza d l'uno dall'altro, ed un corpo di prova puntiforme di massa m libero di muoversi (vedi figura). Determinare:



a. la coordinata del punto in cui le attrazioni esercitate dai due corpi A e B su m si compensano reciprocamente;

b. la velocità con cui la massa m deve essere lanciata lungo AB da un punto intermedio ad A e B, affinché passi nel punto di mezzo delle due masse attraenti con velocità nulla (siano d_1 e d_2 con $d_1 < d_2$ le distanze iniziali del punto materiale dalle due masse attraenti);

c. l'accelerazione del corpo di prova nel punto di mezzo tra A e B.

11) Un astronauta in fase di preparazione si muove sulla superficie di una piattaforma orizzontale priva di attrito, solidale ad un sistema di riferimento terrestre da considerarsi inerziale. Egli è legato ad una corda inestensibile e senza peso che passa attraverso un foro praticato nel piano della piattaforma ed è fissata al di sotto di questa. Inizialmente il tratto di corda teso sul piano ha lunghezza r_1 e l'astronauta si muove con velocità $\vec{v}_1$ su una traiettoria di raggio r_1. Ad un certo istante la corda viene accorciata e il tratto sul piano assume una lunghezza $r_2 < r_1$. Trattando l'astronauta come un punto materiale di massa m trovare:

a. l'espressione del modulo della velocità finale dell'astronauta;

b. l'espressione della forza necessaria per farlo muovere su una circonferenza di raggio r costante, in funzione di m, r_1, $\vec{v}_1$ ed r;

c. l'espressione del lavoro compiuto da tale forza per far passare il raggio da r_1 a r_2.

d. Verificare che questo lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica.

Dinamica dei sistemi

1) Una fune inestensibile e priva di massa viene avvolta attorno al bordo di un disco di massa M e raggio R. L'altro estremo della fune viene fissato al soffitto. Il disco, inizialmente fermo, viene lasciato cadere facendo srotolare la fune (sempre tesa). Supponendo che non agiscano forze dissipative e applicando rispettivamente il teorema di conservazione dell'energia meccanica e le due equazioni cardinali della meccanica, determinare le espressioni delle seguenti quantità:
   a. la velocità del centro di massa del disco dopo una caduta di lunghezza L.
   b. l'accelerazione angolare istantanea del disco;
   c. la tensione della fune.

2) Un'asta omogenea di massa m e lunghezza L reca agli estremi due masse puntiformi m_1 e m_2. L'asta è inizialmente posta in rotazione con velocità angolare ω_0 attorno ad un asse verticale passante per un punto a distanza x da m_1. L'unica sollecitazione a cui è soggetta l'asta consiste in una coppia frenante di momento costante M. Determinare le espressioni delle seguenti quantità:
   a. il momento d'inerzia I del sistema rispetto all'asse di rotazione;
   b. il tempo di arresto T;
   c. il valore di x (in funzione di l, m, m_1 e m_2) per il quale l'asta si ferma nel minor tempo possibile.

3) Un disco di raggio R e massa m è appoggiato sopra un piano orizzontale liscio e ruota con velocità angolare costante ω_0 attorno all'asse verticale passante per il suo centro. La superficie del disco è attraversata da una scanalatura dritta lunga quanto il diametro. Un punto materiale di massa m_1 si trova all'istante t=0 sul bordo del disco e si muove lungo la scanalatura dirigendosi verso il centro con velocità costante v_0 (relativa al riferimento solidale col disco). Determinare le espressioni delle seguenti quantità:
   a. il modulo del momento della quantità di moto del disco e il modulo del momento della quantità di moto del punto materiale come funzioni del tempo, scegliendo il centro del disco come centro di riduzione;
   b. il modulo del momento delle forze esterne agenti sul sistema, calcolato rispetto all'asse di rotazione;
   c. il lavoro compiuto sul sistema dalla risultante delle forze dall'istante t=0 a quello $t=t_0$ in cui il punto materiale passa per il centro del disco.

4) Un'asta omogenea di sezione costante, lunghezza ℓ e massa *M* può ruotare su un piano orizzontale liscio attorno ad un perno coincidente con un suo estremo. L'asta è inizialmente in quiete. Una massa puntiforme *m*, dotata di una velocità $\vec{v}_0$ parallela al piano e perpendicolare all'asta, vi si conficca ad una distanza *x* dal perno. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:
   a. il momento d'inerzia del sistema dopo l'urto rispetto all'asse passante per il perno e ortogonale al piano;
   b. la velocità angolare del sistema dopo l'urto;
   c. la distanza x_0 per la quale la velocità angolare è massima.

Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

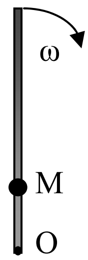
Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

5) Un'asta omogenea di sezione costante, lunghezza ℓ e massa $M = 9m$ può ruotare su un piano orizzontale liscio attorno ad un perno coincidente con un suo estremo. L'asta è inizialmente in quiete. Una massa puntiforme m, dotata di una velocità $\vec{v}$ parallela al piano e perpendicolare all'asta, colpisce quest'ultima nel punto di mezzo, rimbalzando con velocità $\vec{v}' = -\dfrac{\vec{v}}{3}$. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

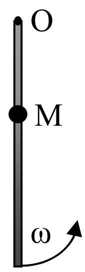
   a. il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'estremo;
   b. la velocità angolare assunta dall'asta;
   c. l'energia cinetica totale del sistema dopo l'urto.

6) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un'asta omogenea di massa M e lunghezza L e spessore trascurabile la cui densità varia con la distanza dall'estremo O secondo la relazione $\rho=kr^2$ (dove k è una costante positiva incognita) e da un punto materiale dio massa M fissato sull'asta ad una distanza L/4 dall'estremo O. Il sistema ruota attorno al punto O con velocità angolare costante ω. Determinare:



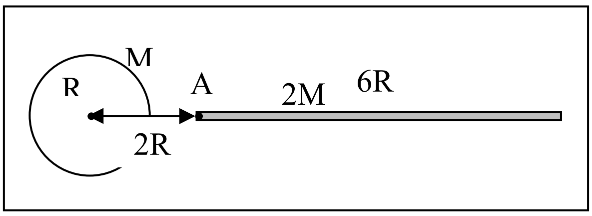
   a. l'espressione della costante k in funzione di M ed L;
   b. il momento di inerzia I_S della sbarra rispetto all'estremo O;
   c. l'energia cinetica totale del sistema.

7) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un'asta omogenea di massa 2M e lunghezza L e spessore trascurabile la cui densità varia con la distanza dall'estremo O secondo la relazione ρ=kr (dove k è una costante positiva incognita) e da un punto materiale di massa M fissato sull'asta ad una distanza L/3 dall'estremo O. Il sistema ruota attorno al punto O con velocità angolare costante ω. Determinare:



   a. l'espressione della costante k in funzione di M ed L;
   b. la distanza (R_{CM}) del centro di massa della sbarra dall'estremo O;
   c. la reazione del vincolo N agente sul sistema.

8) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di spessore trascurabile, massa M e raggio R e da un'asta di massa 2M e lunghezza 6R. L'asta ha densità variabile con la distanza dal suo estremo A pari a $\rho=kx^2$ (dove k è una costante positiva incognita). L'estremo A dell'asta è posto ad una distanza 2R dal centro del disco. Determinare:



   a. la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza D_{CM} dal centro del disco;
   b. l'espressione della costante k;
   c. il momento di inerzia I del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante per il il punto A.

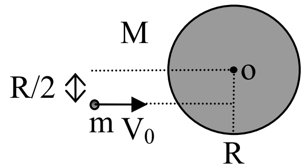
Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

9) Due sfere di massa M_1 ed M_2 con $M_1=2\ M_2$ vengono lasciate cadere da ferme dalla sommità di un torre di altezza H. trascurando gli effetti della rotazione terrestre e gli attriti discutere quali delle seguenti affermazioni è corretta, motivando la risposta data:

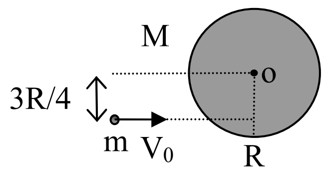
a. la velocità a terra della sfera 1 è maggiore di quella della sfera 2;
b. l'accelerazione della sfera 1 è maggiore di quella della sfera 2;
c. la quantità di moto della sfera 1 rimane costante;
d. il momento angolare della sfera 2 rispetto al centro della terra rimane costante;
e. l'energia meccanica totale della sfera 1 rimane costante.

10) Un punto materiale di massa m=2M si muove su di un piano liscio con velocità costante V_0. Ad un certo istante, muovendosi lungo una retta con braccio R/2 rispetto al centro del disco, urta in modo completamente anelastico un disco omogeneo di massa M e raggio R inizialmente fermo, ma libero di muoversi sul piano (vedi figura). Determinare:



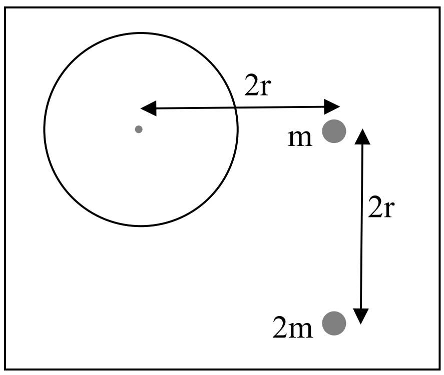
a. quantità di moto finale del sistema;
b. il momento angolare K_I prima e K_F dopo l'urto, rispetto al centro O del disco;
c. l'energia ΔE rilasciata nell'urto.

11) Un punto materiale di massa m=3M si muove su di un piano liscio con velocità costante V_0. Ad un certo istante, muovendosi lungo una retta con braccio ¾ R rispetto al centro del disco, urta in modo completamente anelastico un disco omogeneo di massa M e raggio R inizialmente fermo, ma libero di muoversi sul piano (vedi figura). Determinare:



a. quantità di moto finale del sistema;
b. il momento angolare K_I prima e K_F dopo l'urto, rispetto al centro O del disco;
c. l'energia ΔE rilasciata nell'urto.

12) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di massa m e raggio r e da due punti materiali di massa m e massa 2m, posti ai vertici di un triangolo rettangolo isoscele con cateti pari a 2r. Calcolare:

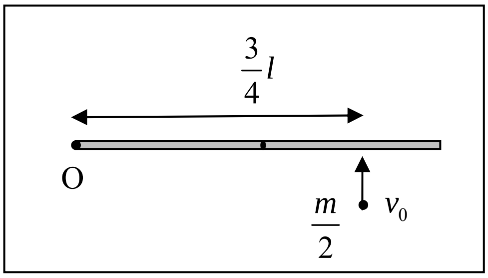


a. la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza dal punto materiale di massa 2m;
b. il momento di inerzia I del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante per il punto materiale di massa 2m.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

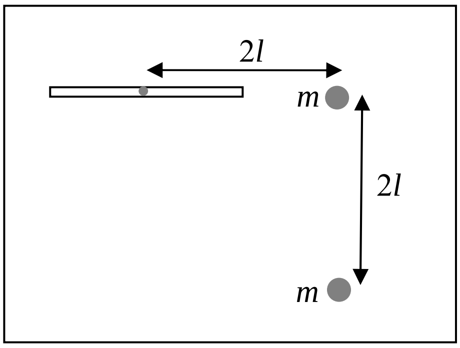
Prof. Antonio Zoccoli

13) Un'asta rigida omogenea di sezione trascurabile, di massa m e lunghezza l giace su di un piano liscio inizialmente ferma ed incernierata in uno dei sui estremi O. Ad un certo istante un punto materiale di massa $\frac{m}{2}$ che si muove con velocità v_0 , sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta ad una distanza $\frac{3}{4}l$ da O in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:



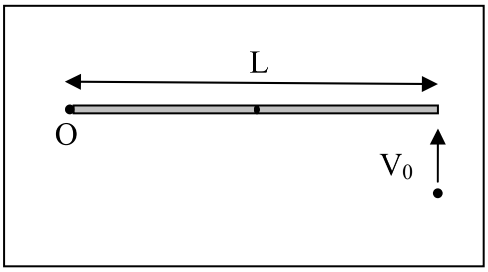
a. del momento angolare del sistema prima dell'urto;
b. della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
c. della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

14) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un'asta omogenea di massa $2m$ e lunghezza l e da due punti materiali di massa m, posti su agli estremi di un triangolo rettangolo isoscele con cateti pari a $2l$. Calcolare:



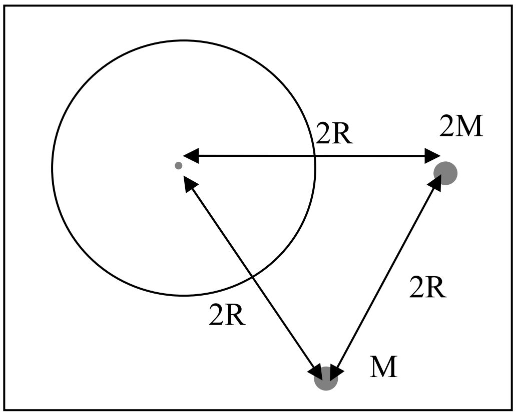
a. la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza dal centro dell'asta;
b. il momento di inerzia I del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante il centro dell'asta.

15) Un'asta rigida di sezione trascurabile, di densità ρ=kr (dove r è la distanza dall'estremo O), di massa M e lunghezza L giace su di un piano liscio ed è inizialmente ferma, incernierata in uno dei suoi estremi O. Ad un certo istante un punto materiale di massa m=2M, che si muove con velocità V_0 sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta nell'altro estremo (ad una distanza L da O) in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:



a. del momento di inerzia dell'asta in funzione di M ed L;
b. della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
c. della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

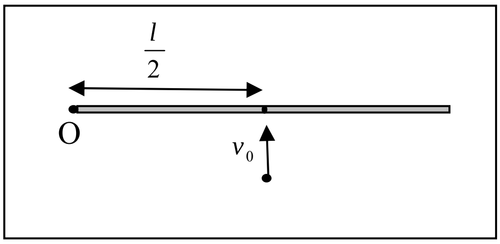
16) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di massa M e raggio R e da due punti materiali di massa M e massa 2M, posti su ai vertici di un triangolo equilatero di lato pari a 2R. Calcolare:



a. la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza D_{CM} dal centro del disco;

b. il momento di inerzia I del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante per il centro di massa del sistema.

17) Un'asta rigida omogenea di sezione trascurabile, di massa m e lunghezza l giace su di un piano liscio inizialmente ferma ed incernierata in uno dei sui estremi O. Ad un certo istante un punto materiale di massa $2m$ che si muove con velocità v_0, sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta nel suo centro (ad una distanza $\frac{l}{2}$ da O) in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:

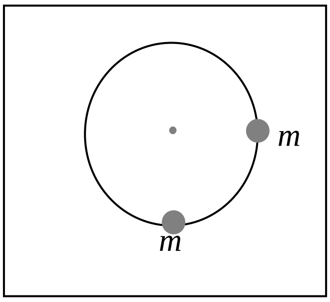


a. del momento angolare del sistema prima dell'urto;

b. della velocità angolare del sistema dopo l'urto;

c. della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

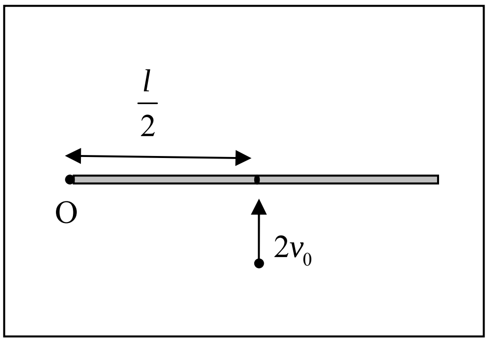
18) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio $2r$ e da due punti materiali di massa m, posti sul bordo del disco come mostrato in figura. Calcolare:



a. la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza dal centro del disco;

b. il momento di inerzia I del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante il centro di massa del sistema.

19) Un'asta rigida di sezione trascurabile e di densità $\rho = kr^2$ (dove r è la distanza dall'estremo O) di massa *m* e lunghezza 2*l* giace su di un piano liscio ed è inizialmente ferma, incernierata in uno dei suoi estremi O. Ad un certo istante un punto materiale di massa *m*, che si muove con velocità $2v_0$ sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta nel suo centro (ad una distanza $\frac{l}{2}$ da O) in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:



a. del momento di inerzia dell'asta in funzione di M ed L;

b. della velocità angolare del sistema dopo l'urto;

c. della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

20) Dati due punti materiali di massa m_1=M e m_2=2M determinare l'espressione della velocità del centro di massa nell'ipotesi che il corpo 1 sia fermo ed il corpo 2 si muova con velocità $\vec{v_2} = v_0 \vec{i}$.

21) Sul bordo di un disco omogeneo di massa 2Kg e raggio 1m è fissato un punto materiale di massa 1,5Kg. Supponendo che il disco sia disposto orizzontalmente e ruoti attorno ad un asse verticale che passa per il suo centro con velocità angolare ω=1rad/s, calcolare l'energia cinetica del sistema.

22) Un disco rigido di massa 2M, raggio 2R e di spessore trascurabile ruota attorno al suo centro O con velocità angolare ω. La densità del disco varia secondo la relazione ρ=3K*r* dove K è una costante positiva ed *r* la distanza dal centro O. Determinare l'espressione di K e dell'energia cinetica del disco.

23) Un'asta rigida di massa M, lunghezza 2L e di sezione trascurabile ruota attorno al suo estremo O con velocità angolare ω. La densità dell'asta varia secondo la relazione ρ=2K*r* dove K è una costante positiva ed *r* la distanza dall'estremo O. Determinare l'espressione di K e del momento angolare dell'asta rispetto ad O.

24) Un disco rigido di massa 3M, raggio 3R e di spessore trascurabile ruota attorno al suo centro O con velocità angolare 2ω. La densità del disco varia secondo la relazione $\rho = 2Kr^2$ dove K è una costante positiva ed *r* la distanza dal centro O. Determinare l'espressione di K e del momento angolare del disco rispetto ad O.

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

25) Un'asta rigida di massa 2M, lunghezza 3L e di sezione trascurabile ruota attorno al suo estremo O con velocità angolare ω. La densità dell'asta varia secondo la relazione $\rho=4Kr^2$ dove K è una costante positiva ed r la distanza dall'estremo O. Determinare l'espressione di K e l'energia cinetica dell'asta.

26) Un disco di massa 2Kg, di raggio 1m e spessore trascurabile ha densità superficiale $\sigma=kr$. Supponendo che il disco sia disposto orizzontalmente e ruoti attorno ad un asse verticale che passa per il suo centro con velocità angolare ω=2rad/s, calcolare l'energia cinetica del sistema.

Corsi di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Chimica e delle Telecomunicazioni

Esercizi 1 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

Domande aperte:

1) Enunciare e discutere il Teorema di Koenig

2) Definire il lavoro di una forza e discutere il caso delle forza conservative.

3) Enunciare e discutere la prima equazione cardinale della meccanica unitamente al II teorema del centro di massa.

4) Enunciare e discutere il teorema delle forza vive.

5) Enunciare e discutere la seconda equazione cardinale della meccanica unitamente al teorema del momento angolare.

6) Enunciare e discutere il principio di conservazione dell'energia meccanica.

7) Enunciare e discutere i tre teoremi del centro di massa.

8) Definire l'energia potenziale, discuterne le proprietà e le relazioni che legano tale grandezza alla forza.

9) Descrivere e commentare le caratteristiche dell'urto elastico tra due corpi puntiformi

10) Definire il concetto di momento di inerzia e commentarne l'importanza.

11) Enunciare e discutere il teorema di Huyghens- Steiner.